શાળાઓ તથા કૉલેજોમાં ચલાવવાને, અને ઇનામ તથા લાઇબ્રેરી માટે, આ પુસ્તક મંજુર છે.

ભૂમિતિ.



ભાગ ૧લો—પુસ્તક ૧લું.

કર્તા—ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી નાયક.

કીંમત બાર આના.

[Sanctioned as a Text, Prize, and Library book.]

A GEOMETRY.

For Gujarati Schools.

PART I, BOOK I.

BY

G. R. NAIK, B. A., S. T. C. D.

(Bombay Educational Department.)

THIRD EDITION-1914.

Price { **Fourteen annas** (Full cloth).
Twelve annas (Paper boards).

Published by the Author
G. R. Naik, B. A. at Desai Pol, Surat.

Printed by
Mr. Matubhai Bhaidas at the Khubchand Amichand's "Jain Printing Press," Khapatia Chakla, Surat.

શાળા તથા કોલેજોમાં ચલાવવાને, અને ઈનામ તથા લાઈબ્રેરી માટે, સરકાર તરફથી મંજુર થઈ છે.

ભૂમિતિ.

ભાગ ૧ લો, પુસ્તક ૧ લું,

ગુજરાતી નિશાળો માટે.

સરકારી નવા અભ્યાસક્રમ પ્રમાણે આજ પુસ્તક બધી નિશાળોમાં ચાલશે.

કર્તા

ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી નાયક, બી. એ., એસ. ટી. સી. ડી.

(મુંબઈ સરકારના કેળવણી ખાતામાં શિક્ષક.)

ત્રીજી આવૃતિ, ૧૯૧૪.

શા. ખુ. અ. ના જૈન પ્રિન્ટીંગ પ્રેસમાં **મઢુભાઈ ભાઈદાસે** છાપ્યું,
ખપાટીઆ ચકલા—**સુરત.**

કીંમત { ચૌદ આના (પાકું પુઠું.)
બાર આના (કાચું પુઠું.)

બીજાં પુસ્તકો.

		રૂ. આ. પા.
૧.	ભૂમિતિ ભાગ ૧લો–પુસ્તક ૧લું; ૩જી આવૃતિ. [ટેક્ષ્ટ, ઈનામ તથા લાઈબ્રેરી બુક તરીકે મંજુર છે.]	૦–૧૨–૦
૨.	ભૂમિતિ ભાગ ૧લાનો ખુલાસો.	૧– ૮–૦
૩.	જ્યુનીઅર અંકગણિત–નવી આવૃતિ. [ગુજરાતી ચોથા, પાંચમા તથા અંગ્રેજી પહેલા, બીજા અને ત્રીજા ધોરણો માટે મંજુર છે.]	૦–૧૩–૦
૪.	જ્યુનીઅર અંકગણિતનો આણુપાણુનો વધારો....	૦– ૦–૬
૫.	પ્રાથમિક અંકગણિત ભાગ ૧લો. [સરકારી છેલ્લા નવા અભ્યાસક્રમ પ્રમાણે ખાસ લખેલું.]	૦–૦–૯
૬.	પ્રાથમિક અંકગણિત ભાગ ૨ જો. (છપાય છે) [ગુજરાતી ઉપલાં ધોરણો માટે]....	૦–૧૪–૦
૭.	Senior Arithmetic. (In the press) ...	1– 8–0

ઉપલાં પુસ્તકો નીચેને ઠેકાણેથી મળશેઃ—

૧. મી. કરસનદાસ નારણદાસ, નાણાવટ, સુરત;
૨. ન્યુ ગુજરાત બુક ડીપો, નડીઆદ;
૩. ગુજરાત ઓરીએન્ટલ બુક ડીપો, અમદાવાદ;
૪. મેસર્સ એન. એમ. ત્રિપાઠી, કાલબાદેવી, મુંબઇ;
૫. મી. બેચર મેઘજી, બુકસેલર, રાજકોટ; તથા
૬. જી. આર. નાયક, ગવર્નમેન્ટ હાઇસ્કૂલ, સુરત;
૭. **મી. કે. ડી. દેશાઇ, ગવર્નમેન્ટ હાઇસ્કૂલ, ગોધરા; અને**
૮. **તમામ શહેરોના બીજા જાણીતા બુકસેલરો.**

ત્રીજી આવૃત્તિની પ્રસ્તાવના.

આ પુસ્તક નામદાર સરકાર તરફથી પોતાના તા. ૮-૯-૧૯૧૩ ના નંબર ૨૫૯૮થી સઘળી ગુજરાતી શાળાઓના નવા અભ્યાસક્રમમાં છઠ્ઠા તથા સાતમા ધોરણોમાં ચલાવવાને મંજુર કર્યું છે; તેથી નામદાર સરકારનો જેટલો ઉપકાર માનું તેટલો ઓછો છે. ઉપલા ઠરાવ પ્રમાણે આ પુસ્તકમાંથી કેટલો કેટલો અભ્યાસ પ્રત્યેક ધોરણમાં ચલાવવાનો છે તે પુસ્તકમાં ૮મે પાને બતાવવામાં આવ્યું છે. હવે પછી વર્નાક્યૂલર ફાઇનલ પરીક્ષા માટે પણ **આજ પુસ્તક** મહેરબાન ઉત્તર વિભાગના એડ્યુકેશનલ ઇન્સ્પેક્ટર સાહેબે **મંજુર કર્યું છે.** કોઈ કોઇ સ્થળે નામનો જ ફેરફાર કરી તથા અમુક જગ્યાએ નવી અને વધારાની આકૃતિઓ દાખલ કરી બીજી આવૃત્તિ ઉપરથી જ આ આવૃત્તિ ફરીથી છપાવવામાં આવી છે.

"આ ગ્રંથના નીચે પ્રમાણે બે મુખ્ય ભાગ પાડયા છે:—

૧. કર્તવ્ય ભાગ—આ ભાગમાં જુદાં જુદાં ભૂમિતિનાં સાહિત્યનો ઉપયોગ કેવી રીતે કરવો, લીટી અને ખૂણા કેવી રીતે માપવાં, સાદી આકૃતિઓની રચના કેવી રીતે કરવી, વગેરે આપવામાં આવ્યું છે. જેમ બને તેમ સહેલા અને ઉપયોગી પ્રશ્નો ઘણી જ ખંત અને કાળજીથી પસંદ કરવામાં આવ્યા છે. એ સિવાય એજ ભાગમાં સળરચના યા "પેપર ફોલ્ડિંગ", સ્કેલમાપ વગેરેનાં પ્રકરણો પણ વિદ્યાર્થીની વ્યાવહારિક દૃષ્ટિ ખીલવવાને દાખલ કરવામાં આવ્યાં છે. ઘણી વખતે સિદ્ધ ભાગની અંદર આવેલા કેટલાક સિદ્ધાંતોની જે સત્યતા સિદ્ધ ભાગમાં સાધિત કરવામાં આવી છે તે પણ ઉપલાં પ્રકરણોમાં પ્રયોગથી અનુમિત કરાવી બતાવી છે.

૨. સિદ્ધ ભાગ–આ ભાગમાં ભૂમિતિના સિદ્ધાંતોનો સંગ્રહ આપ્યો છે અને એવા સિદ્ધાંતો તર્કશાસ્ત્રના સામાન્ય નિયમ પ્રમાણે સિદ્ધ કર્યા છે. આ ભાગના નીચે પ્રમાણે ત્રણ વિભાગ પાડયા છેઃ—

(अ) પ્રથમ વિભાગ–ગુજરાતી નિશાળો, વર્નાકયૂલર ફાઈનલ પરીક્ષા અને વર્નાકયૂલર ટ્રેનિંગ કોલેજના પહેલા વર્ષ માટે જોઇતા સિદ્ધાંતો.

(ब). દ્વિતીય વિભાગ–આ વિભાગમાં વર્નાકયૂલર ટ્રેનિંગ કોલેજના બીજા વર્ષમાં શીખવાતા સિદ્ધાંતો દાખલ કર્યા છે.

(क). તૃતીય વિભાગ–આ વિભાગમાં વર્નાકયૂલર ટ્રેનિંગ કોલેજના ત્રીજા વર્ષને માટે નક્કી થએલા સિદ્ધાંતો સિદ્ધ કીધા છે."(૧ લી આવૃતિ)

"પહેલી આવૃતમાં આપેલા પ્રશ્નોમાં છુપાવીને ભૂમિતિની કેટલીક અગત્યની સત્યતાઓ વિદ્યાર્થીની પાસે અનુમાન કરાવી બતાવવામાં આવી હતી, તેને બદલે આ આવૃતિમાં એવી અગત્યની સત્યતાઓ (જે પ્રશ્નોમાં આપેલી જ હતી) **પ્રયોગ કરી** સિદ્ધ કરવામાં આવી છે.

આ આવૃતિમાં આકૃતિઓની સંખ્યા ૧૨૫ ઉપરથી ૧૭૫ ઉપર ગઈ છે અને આશા છે કે તેથી વિદ્યાર્થીઓને પ્રશ્નો સમજવામાં વધારે મુશ્કેલી નડશે નહિ.

નવી ભૂમિતિનો વિષય જુની ભૂમિતિના વિષયથી કાંઇક જૂદો છે અને તેના શિક્ષણની યોગ્ય સમજુતિ પુસ્તકમાં "શિક્ષણ સંબંધી સૂચના" એ પ્રકરણમાં આપી છે. વર્નાકયૂલર ફાઇનલ પરીક્ષામાં પ્રશ્નો પણ પૂછવામાં આવશે એમ હોવાથી પુસ્તકને છેડે ભૂમિતિ સિદ્ધાંતો–પ્રમેયો અને કૃત્યોની સિદ્ધતા શોધી કાઢવામાં અતિ ઉપયોગી થઇ પડે એવી **પૃથકકરણ** રીતિના ચાર સિદ્ધાંતો **એકીકરણ** સાથે કરી બતાવ્યા છે."(૨૭ આવૃતિ)

પહેલી તથા બીજી આવૃતિઓમાં કેળવણી ખાતાના સત્તાધિકારિઓએ જે ઉત્તેજન આપ્યું છે; તે માટે હું તેઓનો આભારી થયો છું. આશા છે કે હવે પછી પણ તેઓના તરફનું ઉત્તેજન ચાલુજ રહેશે.

અગાઉની માફક આ આવૃતિ છપાવવામાં અત્યંત કાળજી રાખી છે, તો પણ કદાચ ભૂલો રહી ગઇ હશે; તેને માટે વાચક વર્ગ ક્ષમા કરશે. કેળવણીની સેવામાં જે જે સૂચનાઓ કરવામાં આવશે તે ઉપકાર સહિત સ્વીકારી યોગ્ય સુધારા હવે પછી કરીશ.

સુરત હાઇ સ્કૂલ;
જાનેવારી ૧૯૧૪.

ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી નાયક.

આ પુસ્તક પ્રમાણે સરકારે મંજુર કરેલા અભ્યાસક્રમ.

૧. છઠ્ઠા ધોરણ માટે,

કર્તવ્ય ભાગ—પહેલા ખંડમાંથી પાનાં ૧ થી ૬૦ અને ૭૩ થી ૮૬.

(આ પ્રકરણોમાંના સહેલા પ્રશ્નો આ ધોરણમાં આવડવા જોઇએ.)

પ્રમેય ભાગ—બીજા ખંડમાંથી સિદ્ધાંત ૧ થી ૧૩.

૨. સાતમા ધોરણ તથા વર્નાક્યૂલર ફાઈનલ પરીક્ષા માટે,

કર્તવ્ય ભાગ—પહેલો ખંડ આખો.

સિદ્ધ ભાગ—બીજા તથા ત્રીજા ખંડ આખા. અને તેમાંનાં પ્રમેય ને કૃત્ય પરના સહેલા પ્રશ્નો.

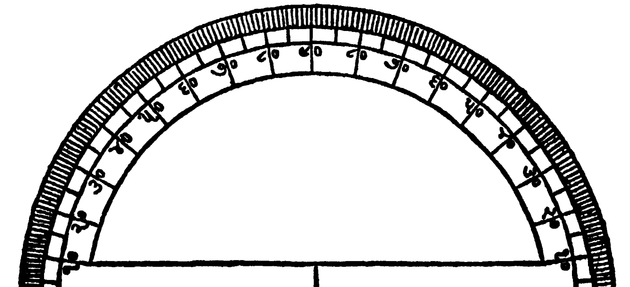
૩. ટ્રેનિંગ કોલેજના પહેલા વર્ષ માટે,

આખું પુસ્તક—સઘળા પ્રશ્નો સાથે.

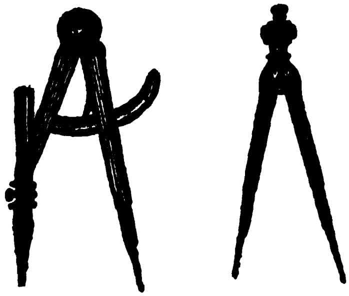
ભૂમિતિ શિક્ષણ સંબંધી સૂચના.

ભૂમિતિના અભ્યાસથી જે ફાયદા થવા જોઇએ તેનો પુરે પુરો લાભ વિદ્યાર્થીને થાય એવી જો શિક્ષકની ઇચ્છા હોય તો તેના કર્તવ્ય ભાગમાં તેમજ સિદ્ધ ભાગમાં તેને એકી વખતે સાથે જ તાલીમ મળવી જોઇએ. ભૂમિતિ શાસ્ત્રના એ બંને ભાગો એકમેકથી બિલકુલ વિરૂદ્ધ નથી, પણ એક ભાગ બીજાનો દૃષ્ટાંત રૂપ છે, અને તેથી જો તેને બીજાથી છૂટો પાડી નાખવામાં આવે તો તેનું મૂલ્ય છેક ઘટી જઈ અધ્યયન નિરર્થક થઇ પડે છે; કોઈ પણ શાસ્ત્રીય વિષયમાં સિદ્ધ ભાગની સાથે સાથે જ કર્તવ્ય અથવા પ્રયોગિક ભાગ જેમ રાખવો જોઇએ તેમ અત્ર પણ કરવાની ખાસ અગત્ય છે. આ હેતુથી કર્તવ્ય ભાગમાં જે પ્રાયોગિક ભાગ આપવામાં આવ્યો છે તેનો ઉપયોગ સંપૂર્ણ કાળજીથી કરવાનો છે. સિદ્ધ ભાગમાં તર્કશાસ્ત્રના નિયમો બહુ સંભાળથી સાચવવાની જરૂર છે; તેથી તે ભાગ પાછળથી રાખવામાં આવ્યો છે, તો પણ તેના સઘળા પ્રમેયોના ગુણ ધર્મ અનુમાન દ્વારા કે પ્રયોગદ્વારા પહેલેથી જ સમજાવવાની જરૂર છે; તેને માટે નીચેના નિયમો લક્ષમાં રાખવાની જરૂર છે.

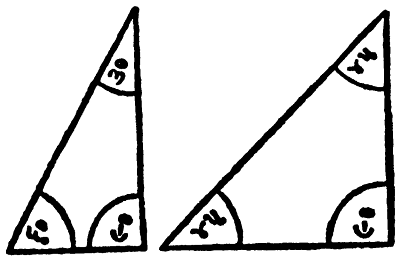
(૧) આકૃતિઓ બહુજ સફાઇથી અને સંભાળથી દોરાવવી જોઇએ; અને જરૂર પડે ત્યાં શિક્ષકે પોતે તે આકૃત પાટીઆં ઉપર નમુના રૂપ દોરી બતાવવી. સફાઇદાર આકૃતિઓ નીચેનાં સાહિત્યોના નમુના પ્રમાણેનાં સાહિત્યોથી નીકળશેઃ—



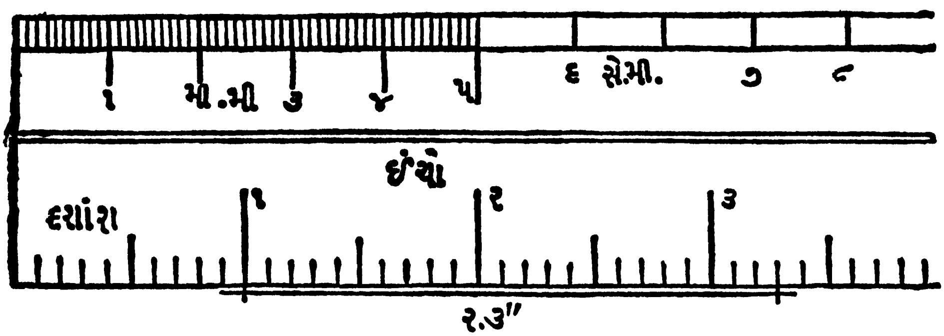
પ્રોટ્રેક્ટર કે કોણ માપક સાહિત્ય.



કંપાસ. ડીવાઈડર્ઝ.
કે કર્કટી. કે અંતરમાપક



સેટ સ્કવેરના જોડ.



સીધી લીટીની ઉપર રૂલર (આંકણી).

(અ) 'ત્રણ એચ' અને 'છ એચ'ની બે પેન્સીલો;

(બ) કર્કટી અને અંતરમાપક સાહિત્ય;

(ક) કોણમાપક સાહિત્ય;

(ડ) ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ, સેન્ટીમીટર અને મીલીમીટર વાળું એક લાકડાનું આશરે છ ઇંચ લાંબું રૂલર.

(ઈ) બે સેટસ્કવેર યા કાટખૂણાની જોડ.

(૨) જે જે આકૃતિ સબંધી વિવેચન (કર્તવ્ય ભાગમાં કે પ્રયોગમાં કે પ્રશ્નમાં કે સિદ્ધ ભાગમાં) કર્યું છે તે તે આકૃતિઓ શિક્ષકે **વિદ્યાર્થી પાસેજ** કઢાવવી.

(૩) ખરાં માપ મેળવવાને માટે દરેક લીટી ઝીણી સફાઇદાર હોવી જોઇએ; પેન્સીલોના છેડા ગ્લાસ પેપરથી તીણા કરવાની ખાસ જરૂર છે. સઘળી લીટીઓ એક જ સરખી જાડાઇની આવવી જોઇએ.

(૪) લીટીઓ ડાબા હાથ તરફથી જમણા હાથ તરફ દોરવી અને કદી પણ તેની તેજ લીટી ફરીથી બેવડી કરવી નહિ. લીટી દોરવામાં આંગળાં અને કાંડું ફક્ત ખસેડવાં નહિ, પણ **આખો હાથ** ખસેડવો જોઇએ.

(૫) કર્કટી (કંપાસીઝ)ને ઉપરના માથા આગળથી પકડવી અને વર્તુળ દોરતી વખતે લક્ષમાં રાખવું કે કાગળમાં છિદ્ર પડે નહિ.

(૬) રૂલર ઉપર અંતર માપવાને તથા બે બિંદુઓની વચ્ચેના અંતર માપવાને ડીવાઇડર્ઝનો ઉપયોગ કરવો; રૂલરના સ્કેલ ઉપર છિદ્ર ન પડે તેવી રીતે ડીવાઇડર્ઝને લગભગ ક્ષિતિજ બરાબર રાખવું અને જોઇએ તેના કરતાં સહેજ વધારે પહોળું રાખી ડીવાઇડર્ઝને સાંકડું કરવું.

(૭) પ્રોટ્રેક્ટર અને સેટસ્કવેરનો ઉપયોગ આગળ બતાવ્યો છે તે પ્રમાણે કરવો.

આ બધાં સાહિત્યોનો ઉપયોગ વિદ્યાર્થીને બરાબર કરતાં આવડે તે પહેલાં શિક્ષકે પાંચ દશ આકૃતિ તેની મદદથી બરાબર વર્ગને દેખાય તે પ્રમાણે દોરવી અને તેને માટે મોટાં સાહિત્યો (પાટીઆં ઉપર વપરાય તેવાં) ખાસ રાખી મૂકવાં. યૂક્લિડના સિદ્ધાંતો શીખવતી વખતે આકૃતિ સાહિત્યો વગર દોરી ચલાવી લેવામાં આવતું તેમ કદી પણ નાની કે મોટી, પ્રમેયની કે કૃત્યની, વ્યાખ્યાની કે પ્રશ્નની, આકૃતિઓ સાહિત્ય વગર દોરવી નહિ

કર્તવ્ય ભાગમાં દરેક પ્રકરણમાં વ્યાખ્યાઓ સામાન્ય રીતે સાથે આપવામાં આવી છે તેનો ઉદ્દેશ એવો છે કે તે ભાગ વિદ્યાર્થીને માટે છે, અને તેની પછીનો સમજુતિ ભાગ શિક્ષકોને માટે છે. તેથી સમજુતિ પ્રમાણે યોગ્ય લાગે તેવાં જુદાં જુદાં દૃષ્ટાંત આપી વિદ્યાર્થી પાસે જ તેના પોતાના જ શબ્દોમાં વ્યાખ્યા બને ત્યાં સુધી કઢાવવી અને બરાબર સમજાયા પછી જ અંદરની વ્યાખ્યાઓ મોઢે કરાવવી. તર્કશાસ્ત્રની આ વિગમન પદ્ધતિનો ઉપયોગ દરેક પ્રયોગના ગુણ ઠસાવવામાં ખાસ કરવાનો છે. કર્તવ્ય ભાગમાં

જે જે પ્રયેાગેા આપ્યા છે તેમાંનેા કેાઈ પણ પ્રયેાગ વિદ્યાર્થી પાસે મેાઢે કરાવવાનેા નથી; પણ તે પ્રયેાગ પ્રમાણે અથવા તેવી કેાઇ અન્ય રીતિએ પૃથક્ પૃથક્ આકૃતિએા પાડી (પાટીઆ ઉપર અથવા જાડા દેાપીસ્તાની પાતળી પટીએા કાપી તેમાં ટાંકણી મારી) વિદ્યાર્થી સમક્ષ ભૂમિતિનાં મુખ્ય મુખ્ય સત્યેા સમજાવવાં. પ્રયેાગેાથી સિદ્ધ કરેલી સત્યતાએા પાછળથી તર્ક શાસ્ત્રના નિયમેાને અનુસરી સિદ્ધાંતરૂપે આપવામાં આવી છે.

જેમ સાહિત્યનેા શેાખ વધારવાને માટે કવિતાની કડીએા મેાઢે કરાવવાની આવશ્યક્તા છે તેમ વિદ્યાર્થીની તાર્કિક શક્તિ કેળવવાને માટે સિદ્ધાંતેામાં આપેલી દેાષ રહિત તાર્કિક સિદ્ધતા અવશ્ય મેાઢે કરાવવી જ જોઇએ. એ તાર્કિક શક્તિ કેળવવાને માટે લગભગ એકજ જાતના શબ્દેામાં, પણ જુદા ક્રમમાં, કે ઉલટા શબ્દેામાં વ્યાખ્યાએા બનાવી વિદ્યાર્થીના જ્ઞાનની પરીક્ષા કરાવવી. જેમકે

(૧) વાંકી લીટીએાથી હદ થઇ એવી સપાટ આકૃતિ તે વર્તુળ;

(૨) ચાર સરખી બાજુએાથી હદ થઇ હેાય તેવી આકૃતિ રૅામ્બસ;

(૩) સીધી ન હેાય એવી લીટી તે વાંકી લીટી, વગેરે. ઉપલી વ્યાખ્યાએા કયાં કારણથી ખેાટી કે ખરી છે તે વિદ્યાર્થી પાસેથી જ કઢાવવાની ખાસ અગત્ય છે.

કર્તવ્ય ભાગમાં સત્યતાએા બતાવવામાં **કારણેા** દર્શાવવાની જરૂર નથી; એ ભાગ ભૂમિતિના શાસ્ત્રીય ભાગનેા હેાવાથી પાછળથી સિદ્ધાંતરૂપે આપ્યેા છે અને કર્તવ્ય ભાગમાં જેમ પ્રાયેાગિક ભાગ શીખતા જઇએ તેમ તેમ આ કારણેાવાળેા સિદ્ધાંત ભાગ પણ વિદ્યાર્થી સમક્ષ રજુ કરવેા. ભૂમિતિ શીખવવાનેા મુખ્ય ઉદ્દેશ આ તાર્કિક ભાગ શીખવવાનેા જ છે અને એ વિષય બહુ જ મહત્ત્વનેા છે.

સિદ્ધાંતના તાર્કિક વિવેચનમાં વિદ્યાર્થીને દરેક સત્યતાનું કારણ સમજાવું જ જોઇએ અને તે તે સમજે છે કે નહિ તેની ખાત્રી કરવાને શિક્ષકે ડગલે ડગલે પ્રશ્ન અને પ્રતિ પ્રશ્નથી પ્રયત્ન કરવેા અવશ્યનેા છે. એ વિવેચનનું કેાઇ પણ વાકય પાછળના કેાઈ પણ સિદ્ધાંત પર આધારભૂત હેાય

તો તેનો સંબંધ વર્ગના પાઠમાં વિદ્યાર્થીને આવડવો જ જોઇએ. પુસ્તકમાં મુખ્ય મુખ્ય આધારના સંબંધો દર્શાવ્યા છે, પણ પરીક્ષાઓમાં તે સંબંધ દર્શાવવાની જરૂર નથી; જો કે વિવેચન અને સિદ્ધતાનું દરેક વાકય વિદ્યાર્થી સમજીને મુકે છે કે નહિ તે તેણે લખવાની પદ્ધતિ પરથી બતાવવું જોઇએ. જે જે સિદ્ધાંતોની મદદ આમળના સિદ્ધાંતમાં લેવામાં આવતી હોય તેનાં પ્રતિજ્ઞા અને નિર્દેશ વિદ્યાર્થીને આવડવાં જોઇએ. દરેક સિદ્ધાંત બરાબર મોઢે કરવો જોઇએ પણ પોપટની માફક સમજ્યા વગર નહિ. મોઢે કરાવવાનું કામ સહેલું કરવાને માટે શિક્ષકે (૧) જુદા જુદા અક્ષરો વાપરવા (૨) આકૃતિ આડી ઉભી, મોટી નાની કરવી; (૩) અક્ષરોનાં સ્થળ બદલવાં; (૪) ઘણી વખત કોઈ પણ અક્ષર વાપરવોજ નહિ (આ રીત ખાસ લક્ષમાં લેવા યોગ્ય છે). ઉપર પ્રમાણેજ વિદ્યાર્થીએ ઘેરે વાંચે એવી ટેવ પાડવી જોઇએ અને જો તે પોતાના **મનમાં** આકૃતિમાં જોયા વિના સિદ્ધાંત બરાબર સિદ્ધ કરે તો ભૂમિતિ અધ્યયનનું યોગ્ય સાફલ્ય થાય છે.

વર્ગમાં સિદ્ધાંતનું પુનરાવર્તન થાય ત્યારે વિદ્યાર્થીએ અંદરનાજ શબ્દો બોલવાનો, તેમ તે યાદ આવી જતા હોય તો તે છોડી દેવાનો પ્રયત્ન કરવો નહિ; સિદ્ધાંતનું વિવેચન એવી રીતે તેને કહેતાં આવડવુ જોઇએ કે પાછલા સિદ્ધાંતોના આધારો બોલવાની જરૂર પડે નહિ. ચોપડીની જ આકૃતિ કે અંદરના અક્ષરોની આવશ્યકતા નથી. જ્યાં સુધી તેનું વિવેચન કારણ દર્શક હોય ત્યાં સુધી અંદરના ક્રમમાંજ તે કહેવાની જરૂર નથી. જે વિવેચન તે કરે તે યોગ્ય રીત સહિત, અને કારણ દર્શક છે એવી ખાત્રી થવી જોઇએ.

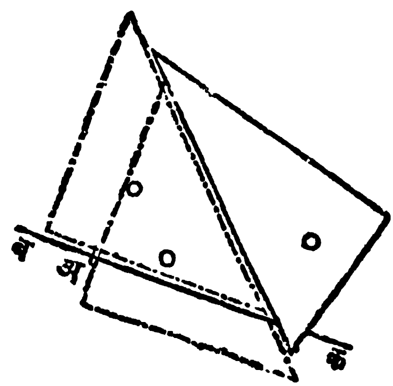
કોઇ કોઇ સિદ્ધાંતોની રચનામાં પાછળ સિદ્ધતા ન આવી હોય એવાં સ્વીકૃત કૃત્યો લેવામાં આવ્યાં છે; જ્યારે એવાં કૃત્યો કરવામાં આવે ત્યારે તે એવાં હોવાં જોઇએ કે તેનો ઉપયોગ કરવાનું સબળ કારણ હોવું જોઇએ, અને તે કરવામાં ભૂમિતિના તાર્કિક ભાગને કોઇ પણ જાતનો દોષ લાગતો નથી એ જોવું જોઇએ. અમુક શરતો પૂર્ણ કરે એવી લીટી કે એવું બિંદુ આવી શકતું હોય તો જ તે સ્વીકૃત કૃત્ય તરીકે લેવું જોઇએ.

અમુક સિદ્ધાંતો મોઢે થઇ ગયા પછી વિદ્યાર્થીના લક્ષમાં આવવું જોઇએ કે ભૂમિતિ શાસ્ત્રનો મુખ્ય હેતુ તાર્કિક વિવેચન શકિત કેળવવાનો છે અને સૂક્ષ્મ દૃષ્ટિથી જોતાં માલમ પડશે કે દરેક વિવેચન (૧) ભૂમિતિના મુખ્ય વિચારો (જેવા કે બિંદુ, લીટી) (૨) વ્યાખ્યાઓ, (૩) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો (૪) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણોથી ઉપજતા પ્રમેયો અને (૫) પાછળ શીખી ગએલા સિદ્ધાંતોનુ બનેલું છે. આ ઉપરાંત જે કાંઇ વધારાનું હોય તે વિવેચનના તાર્કિક ક્રમની સમજુતિ અર્થે અથવા દૃષ્ટાંત રૂપે જ છે. તે વિવેચન જોઇએ તેમ વિદ્યાર્થીને આવડે છે કે નહિ તેની ખાત્રી પ્રશ્ન છોડવાની તેની શક્તિ ઉપરથી થાય છે. પ્રશ્ન છોડવા એ કામ એકદમ સહેલું નથી, તેમ જ શક્તિ બરાબર કેળવાયા પછી એ કામ ધારવામાં આવે તેટલું અઘરૂં નથી. એ કામને માટે પુસ્તકને અંતે આપેલી પૃથકકરણ રીતિનો ઉપયોગ કરવો; અને તેમાં બતાવેલી વિગમન પદ્ધતિ એક વખત સમજાયા પછી મ્હાવરાથી ઠસી જશે અને ઉપયોગી થઈ પડશે

પ્રશ્ન સામાન્ય રીતે ત્રણ જાતના છે—પ્રમેય પ્રશ્નો, કૃત્ય પ્રશ્નો અને ગણત્રીના પ્રશ્નો. પહેલી બે જાતના પ્રશ્નોમાં સિદ્ધતા જરૂરની છે અને ત્રીજી જાતના પ્રશ્નો સિદ્ધતાની જગ્યાએ તે જ પ્રમાણે આપેલી કીંમતો મુકી કરવાના છે. શરૂઆતમાં બધા જ પ્રશ્નોમાં વિદ્યાર્થીને મદદની જરૂર પડશે અને તેથી શિક્ષકે યોગ્ય લાગે તેમ મદદ કરવી, પણ જોવું કે વિદ્યાર્થીનો આત્મ પ્રયત્ન ઓછો થવાથી તે નિરાશી થાય નહિ. સહેલા પ્રશ્નો બનતાં સુધી મોઢે જ કરાવવા. નવો સિદ્ધાંત સમજાવતાં પહેલાં કર્તવ્ય ભાગમાં તેને લગતા આપેલા પ્રશ્નો કરવાથી, અને રચનાનો ભાગ બતાવવાથી વિદ્યાર્થી કદાચ સિદ્ધતા પણ થોડી થોડી પોતાની મેળે કહી શકશે.

પાટીઆ ઉપર આકૃતિઓ દોરવા માટે નીકલના અથવા લાકડાનાં મોટાં સાહિત્યો આશરે ત્રણેક રૂપીઆની કીંમતથી મળે છે. આવા મોટા સેટ સ્કવેરો, કંપાસ, ડીવાઈડર્ઝ, રૂલર અને પોટ્રેકટર મુંબઈ યા અન્ય સ્થળના મોટા બુકસેલરોને ત્યાંથી જોઇએ તો નાના બુકસેલરો યોગ્ય સૂચનાને આધારે મંગાવી આપશે.

અનુક્રમણિકા.


ब
अ
क

ભૂમિતિ. ભાગ ૧ લો.

ખંડ ૧ લો. કર્તવ્ય ભાગ.

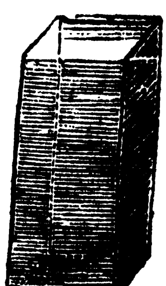
---

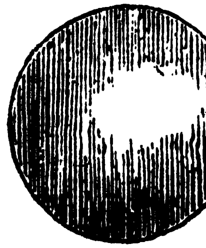
§ ૧. સીધી લીટી, બિંદુ વગેરે.

કોઇ પણ કઠણ શબ્દના અર્થ, ગુણ, લક્ષણ વગેરેનું જે વર્ણન કહેવામાં આવે તે વર્ણનને તે શબ્દની **વ્યાખ્યા** કહે છે.

દુનીઆમાં અનેક જાતની વસ્તુઓ આવી રહેલી છે અને તે બધી **અવકાશનો** થોડો અથવા વધારે ભાગ રોકે છે. તેમજ તે વસ્તુઓને આકાર અને કદ હોય છે. અવકાશમાં આવેલી વસ્તુઓનાં આકાર અને માપનું વર્ણન કરવું એ **ભૂમિતિનું** કામ છે. આ આકાર અનેક જાતના હોય છે અને તેમાંના ઘણાખરા એટલા બધા ગુંચવણ ભરેલા છે કે તેનું વર્ણન આપણને નિરર્થક થઇ પડે છે. તેથી આપણે **સાદા અને નિયમિત** આકારનું વર્ણન કરીશું. આ વસ્તુમાંની કેટલીક સૂર્ય, ચંદ્ર જેવી અતિશય મોટી છે અને કેટલીક મેજ, ચોપડી, ઘર જેવી સહેજ મોટી છે, ત્યારે અનહદ વસ્તુઓ તો ફક્ત સૂક્ષ્મદર્શક યંત્રથીજ જોઇ શકાય છે. ગમે તે વસ્તુ હોય તો પણ તેને **લંબાઈ, પહોળાઈ** અને **જાડાઈ** હોય છે. વળી કોઈ ગોળ વસ્તુની લંબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇ કહેવી એ ઠીક નથી તો પણ ચોપડીની માફક લંબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇનાં જેવાં તેનાં ત્રણ મહત્ત્વ કહી શકાય છે. તેથી

વ્યાખ્યા ૧ લી—જેને લંબાઇ, પહોળાઈ અને જાડાઈ અથવા ઉંચાઇ હોય તેને **નક્કર ઘન** વસ્તુ કહે છે; જેમકે ચોપડી, દડો.





વળી ઘન વસ્તુના બે પ્રકાર હોય છે; જેમકે ઈંટનો એક કકડો અથવા હવાથી ભરેલો એક દડો; પહેલી વસ્તુ **નક્કર** છે અને બીજી **ફક્ત ઘન** છે; કારણ કે પહેલી દબાવી શકાતી નથી અને બીજી દબાવી શકાય છે અને તેથી તેનો આકાર ફરી શકે છે. લંબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઈ—આ ત્રણ પરિમેયો કોઇ પણ ઘન પદાર્થના અગત્યના ગુણ છે. હવે એક જાડા પાટીઆ જેવી કોઇ પણ નક્કર વસ્તુ લઈએ અને તેને જો કોઇ બારીક કરવતથી જાડાઇની ઉપરથી વેરીએ તો તે દરેક કટકાની લંબાઇ પહોળાઇ તેટલીજ રહેશે, પણ જેમ જેમ વધારે ભાગો કરીશું તેમ તેમ જાડાઇ ઓછી થતી જશે અને જ્યારે તેના અસંખ્ય ભાગો (જાડાઇ ઉપરથીજ) કરીશું ત્યારે તેની જાડાઈ નહિજ જેવી આવશે. એવા કટકાને પણ જાડાઈ તો છેજ પણ મૂળ જાડાઇની સાથે સરખાવતાં તે એટલી બધી નજીવી છે કે તેને આપણે સહેલાઇથી છોડી દઇએ તો પણ ચાલે. એક અબરખનો લાંબો પહોળો અને જાડો કટકો લઇએ તો તે એક નક્કર પદાર્થ કહેવાશે; પણ કોઇ કારીગર બહુજ બારીકાથી તેનાં પડે પડ જુદાં જુદાં કરી નાખે અને તે એવાં બારીક પડો કરે છે કે નક્કર અબરખના કટકાની જાડાઈની સાથે સરખાવતાં તે અતિશય નજીવી થઇ જાય અને જ્યારે કાંઇ પણ જાડાઈ રહે નહિ ત્યારે આપણને **સફાઈ** મળે છે. તેથી

વ્યા૦ ૨ જી—જેને ફક્ત લંબાઇ અને પહોળાઇ હોય અને જાડાઇ ન હોય તેને **સફાઈ** કહે છે. જેમકે ચોપડીની ઉપરની બાજુ, કલમની બહારની બાજુ.

આ અબરખનું પડ ગમે તેવું પાતળું હશે તો પણ તેને કાંઇ પણ જાડાઈ તો હશેજ; તેથી તેને ભૂમિતિની વ્યાખ્યા પ્રમાણે સફાઈ કહી ન શકાય; પણ એવા પડની કોઈ પણ બાજુ, જેને લંબાઈ અને પહોળાઇ છે, પણ જાડાઇ નથી અને (તેથી) જે હાથમાં પકડી શકાતી નથી પણ આંખથી ફક્ત જાડાઇના વિચાર વિના જોઇ શકાય છે, તેને ભૂમિતિની સફાઈ કહેવામાં આવે છે. આ પ્રમાણે સફાઇને મહત્ત્વના બે પ્રકાર હોય છે. સફાઇને જાડાઇ નથી તેથી સફાઇ અવકાશના બે ભાગની વચ્ચેની **સીમા** છે. **'જે ભાગમાં સ્લેટ છે' અને 'જે ભાગમાં સ્લેટ નથી' તે બે ભાગની વચ્ચે કાંઇ સીમા છે અને એ સીમા તેજ સફાઇ છે.**

લંબાઇ તેની તેજ રાખીને જો આવી સફાઇના પહોળાઇ **ઉપરથી અસંખ્ય કટકા કરીશું તો આપણને લંબાઇવાળા પણ નજીવી પહોળાઇવાળા કટકા મળશે. અને એમ કરતાં કરતાં** જ્યારે કાંઇ પણ પહોળાઈ ન રહે ત્યારે આપણને **લીટી** મળે છે. તેથી

વ્યા૦ ૩ જી–જેને ફક્ત લંબાઇજ હોય પણ જાડાઇ કે પહોળાઇ કોઇ પણ ન હોય તેને **લીટી** કહે છે.

ઉપરના દરેક કટકાને લંબાઈ છે અને ગમે તેવી નજીવી પહોળાઇ છે તો પણ કાંઇક પહોળાઇ છે તેથી એવા કટકાને ભૂમિતિની લીટી ન કહી શકાય પણ જ્યારે પેનસીલનુ અગ્રભાગી તીણું બિંદુ કાગળ ઉપર આમથી તેમ ફેરવીએ તો તે એક લીટી બતાવે છે; ખરૂં જોતાં આ ભૂમિતિની ખરી લીટી નથી, અને તેથી કાંઇ પણ જાડાઇ વગરની કોઇ પણ લંબાઇવાળી નિશાની દોરી શકાય તોજ તે ખરીલીટી કહી શકાશે. પણ આપણા ચાલુ કામને માટે પેન્સીલની અતિશય બારીક એવી નિશાનીને લીટી કહીશું તો ચાલશે.

વળી દોપીસ્તાના બે કટકાને લાહી લગાડી ચોંટાડયા હોય અને રંદાથી તે જોડાએલા બંને કટકામાંથી એક ઝીણું પડ ઉખેડીએ તો આ પડની બંને સફાઇ વચ્ચે લાહીની એક ઝીણી બારીક રેષા માલમ પડશે; એટલે કે લાહીની રેષાથી બે સફાઇઓ જુદી પડે છે અને તેથી સફાઈની હદ **લીટી** હોય છે અને **સફાઈઓ** અરસપરસ **લીટીમાં** છેદે છે.

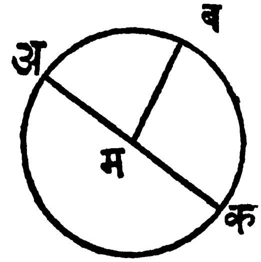
જેમ નક્કર વસ્તુના અનહદ ભાગો કરવાથી સફાઇ મળી શકે છે, અને સફાઇના અનહદ ભાગો કરવાથી લીટીઓ મળી શકે છે તેમજ ઉપર કહેલી રીતિથી લીટીના અનહદ ભાગો કરીએ અને જ્યારે એવા કોઈ પણ ભાગને લંબાઇ ન હોય પણ તેને ફક્ત **સ્થિતિજ** હોય ત્યારે આપણને એક **બિંદુ** મળે છે.

વ્યા૦ ૪ થી—જેને ફક્ત સ્થિતિજ હોય પણ લંબાઇ, જાડાઇ કે પહોળાઇ કોઇ પણ ન હોય તેને **બિંદુ** કહે છે.

લીટીનો ગમે તેવો નાનો ભાઇ કરીશું તો પણ તેની કાંઇ પણ લંબાઇ

રહેશે અને તેથી એવા ભાગને ખરૂં બિંદુ ન કહી શકાય. પણ આપણા ચાલુ કામને માટે પેન્સીલના તીણા બિંદુથી જે નિશાની એકદમ ધીમે હાથે મૂકવાથી થઇ શકે તેને આપણે બિંદુ કહી શકીશું. અને તેથી જેમ આપણી નિશાની વધારે ન્યૂન પરિમાણની હશે તેમ તે વધારે ખરા બિંદુની પાસે આવશે. બબ્બે લાકડાની બે જોડને સરસથી ચોંટાડો અને આ બન્નેને પાછી સરસથી ચોંટાડો; જે બાજુ પર ચારે કટકા દેખાય છે તે બાજુ પર રંદો મારી એક બારીક પડ ચારે કટકામાંથી ઉખેડો તો માલમ પડશે કે જેમ ચારે સફાઇઓ લીટીથી જુદી પડે છે તેમ આડી ઉભી સરસની બે લીટીઓ અરસપરસ એક સામાન્ય રજકણમાં છેદે છે. એટલે કે લીટીઓ **બિંદુમાં છેદે છે.** અને લીટીની **સીમા બિંદુ** છે.

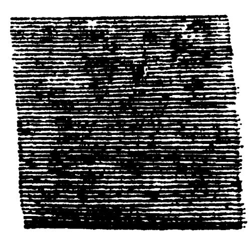
પ્રયોગ ૧—એક દોરીનો એક છેડો એક ટાંકણી સાથે બાંધો અને બીજો છેડો પેન્સીલની આસપાસ વિંટાળો. પેન્સીલની આસપાસ દોરી ખેંચી રાખી, તેને ફેરવો તો એક લીટી થશે. આ લીટી પેન્સીલના છેડાને ધીમે ધીમે ખસેડવાથી થઇ છે અને તેથી અનહદ બિંદુઓ પાસે આવવાથી થઇ છે. તેથી



(૧) **લીટી બિંદુની બનેલી** છે; અને

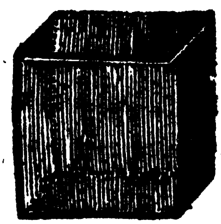
(૨) **એક ખસતા બિંદુથી લીટી દોરાય છે.**

એજ પ્રમાણે એક લીટીને ખસેડીએ તો તેની પહેલી સ્થિતિમાંથી તેની છેલ્લી સ્થિતિ સુધીમાં તેનાથી એક સફાઇ દોરાશે; તેથી



(૧) **સફાઇ લીટીની બનેલી** છે અને

(૨) **એક ખસતી લીટીથી સફાઇ દોરી શકાય છે.**



એજ પ્રમાણે જો એક સપાટીને ખસેડીએ તો તેથી એક ઘન વસ્તુ બનશે, તેથી

(૧)ઘન વસ્તુ સફાઈની બનેલી છે; અને

(૨)એક ખસતી સફાઈથી ઘન બનાવી શકાય છે.

વળી પ્રયોગ ૧ માં આપણે જોયું છે કે ખસતું બિંદુ ટાંકણીથી હંમેશાં એકજ અંતરે રહે છે. એટલે કે તે ખસતી વખતે **અમુક શરતથી** આમ તેમ ખસે છે. આવી રીતે જ્યારે એક બિંદુ ખસે છે ત્યારે તેનાથી થતી લીટી **નિધાન** અથવા **કક્ષા** કહેવાય છે. તેથી

વ્યા૦ ૫—કોઇ પણ આપેલી શરત પ્રમાણે જ્યારે એક બિંદુ ખસે ત્યારે જે લીટી તેથી દોરાય તે લીટી તે બિંદુનું **નિધાન** અથવા **કક્ષા** કહેવાય છે. ઉપલી સમજુતિ ઉપરથી નક્કી થાય છે કે:—

(૧) ઘન વસ્તુની સીમા સફાઇઓજ હોય છે અને તે હાથે પકડી શકાય એવી હોય છે.

(૨) સપાટીને ફક્ત અડકીજ શકાય છે, અને તેની સીમા લીટીઓ છે.

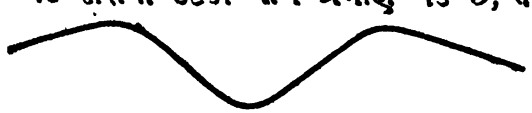
(૩) લીટી અને બિંદુ ફક્ત કલ્પનાથીજ વિચારી શકાય છે અને લીટીની સીમા બિંદુઓ હોય છે.

(૪) સફાઇઓ લીટીમાં મળે છે; અને (૫) લીટીઓ બિંદુમાં મળે છે.

સપાટી બે જાતની હોય છે અને લીટી પણ બે જાતની છે.

કોઈ પણ લોટાની કોર અને ટેબલની કોર એ બે લીટીઓ એકજ પ્રકારની નથી કારણ કે કોઈ પણ દોરીના કટકાને જમીન પર નાખીએ તો તે ગમે તે આકારમાં પડશે અને જો કોઇ દોરાને બે છેડા પકડી ખેંચીશું તો તેનો આકાર પહેલી લીટીના જેવો નહિ રહેશે.

પ્રયોગ ૨—એક દોરીનો કટકો નીચે પ્રમાણે પડે છે; તેમાંથી કોઇ પણ ભાગ કાપો;



(અથવા પાતળા કાગળ પર તેની નકલ કરો). આ કાપેલા કટકાને બાકી રહેલા કોઇ પણ ભાગ સાથે બધી રીતે—ઉપર અને નીચેથી સરખાવો. તો બન્ને ભાગની વચ્ચે પોલાણ રહી જશે; તેથી એવી લીટી **વક્ર** છે.

પ્રયોગ ૩—હાથમાં બે છેડા પકડી એક દોરી ખેંચો. આ લીટીની નકલ કરો; આમાંથી કોઇ પણ ભાગ કાપી કાઢો અને આ કાપેલા ભાગને બીજા કોઇ પણ ભાગ સાથે સરખાવો તો તે બન્ને-ગમે તે બાજુએ-અરસપરસ મળી જશે અને તેની વચ્ચે જરા પણ પોલાણ રહી ન જશે. તેથી એવી લીટી **સીધી** છે.

વ્યાખ્યા ૬ ઠ્ઠી—જે લીટી પોતાની આખી લંબાઇમાં એક બિંદુથી બીજા કોઇ પણ બિંદુ સુધી એકજ દિશા રાખે છે તેને **સીધી લીટી** કહે છે જેમકે

વ્યાખ્યા ૭ મી—જે લીટી પોતાની લંબાઈમાં એક બિંદુથી બીજા બિંદુ સુધી દિશા બદલે છે, તેને **વક્ર લીટી** કહે છે. જેમકે



સામાન્ય રીતે જ્યારે એક લીટી વક્ર વા સીધી છે એમ પારખવાનું હોય ત્યારે એવી લીટીના એક છેડાને આંખ આગળ લાવીએ છીએ અને તેના બીજા છેડા તરફ જોઇએ છીએ તો એવી લીટીમાં કોઈ પણ ખાડો છે કે નહિ તે બરાબર દેખાઈ આવશે અને લીટી જ્યારે સીધી હશે ત્યારે તેના **બન્ને છેડા વચ્ચેની લીટી એકજ દિશામાં જતી** દેખાશે. અથવા કોઇ પણ સીધા આંકણાને લીટી સાથે બધી રીતે સરખાવીશું તો જ્યારે બન્ને મળી જાય ત્યારે તે લીટી સીધી છે એમ સમજવું.

પ્રયોગ ૪—તમારી પાટી ઉપર એક સીધી આંકણી મૂકો. આ આંકણીને ગમે તેમ પાટી ઉપર ફેરવો અને હંમેશાં આખી આંકણી પાટી સાથે રાખી જુઓ કે આંકણીની સીધી કોર પાટીની સફાઇ સાથે મળી જાય છે કે નહિ. જ્યારે તે મળી જાય છે ત્યારે પાટીની સફાઇમાં બધી સીધી લીટીઓજ છે અને તેથી તે **સીધી** અથવા **સપાટ** સફાઈ કહેવાય છે.

આંકણીને આમ તેમ ફેરવીએ ત્યારે આ રીતે આપણા પ્રયોગમાં આંકણીના છેડાની નીચેનાં પાટી ઉપરનાં બે બિંદુને સીધી લીટીથી સાંધીએ છીએ અને તેથી દરેક વખતે જોઇએ છીએ કે પાટી ઉપરનાં કોઇ પણ બે બિંદુ સીધી લીટીમાં છે કે નહિ. તેથી

વ્યાખ્યા ૮ મી-સીધી લીટીઓની બનેલી સફાઇને **સીધી સફાઈ** કહે છે. દાખલો, મેજની સફાઈ.

પ્રયોગ ૫-તમારા હાથ ઉપર આમ તેમ સીધી આંકણી ફેરવો. દરેક સ્થિતિમાં જુઓ કે હાથ ઉપરની દરેક લીટી આંકણી સાથે બરાબર મળી જાય છે કે નહિ. જ્યારે તે હાથ સાથે મળી જતી નથી ત્યારે હાથની સફાઇમાં વક્ર લીટી છે; તેથી તે સફાઇ વક્ર છે. તેથી

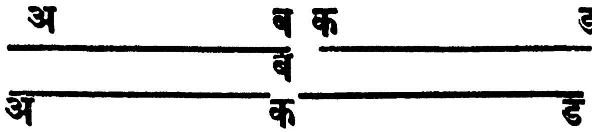
વ્યા૦ ૯ મી—વક્ર લીટીઓની બનેલી સફાઇને **વક્ર સફાઈ** કહે છે. દાખલો, ગોળની સફાઇ.

જ્યારે સીધી લીટીમાં એક છેડાથી લઇ બીજા છેડા સુધી ફક્ત એકની એકજ દિશા હોય છે ત્યારે સ્પષ્ટ થાય છે કે બે આપેલાં બિંદુની વચ્ચે સીધી લીટી એ ટુંકામાં ટુંકું અંતર છે. વળી તેથીજ વધારે પુરવાર થાય છે કે બે સીધી લીટીની વચ્ચે કોઇ પણ જગ્યા રોકી શકાતી નથી. એટલે કે સફાઇની કોઈ પણ જગ્યા રોકવાને માટે ઓછામાં ઓછી ત્રણ સીધી લીટી જોઇએ છે. તેમજ સીધી લીટીનો કોઈ પણ ભાગ સીધી લીટી છે.

પ્રયોગ ૬—એક સપાટ કાગળનો કટકો લો; તેને તેના એક ભાગ ઉપર બેવડ વાળો; જો તેને **अब** લીટી ઉપર બેવડ વાળ્યો હોય તો **अब** એક ભાગ ઉપર છે તેથી **अब** તેની સીધી લીટી છે; તેમજ **अब** તેના બીજા ભાગ ઉપર છે તેથી **अब** તેની સીધી લીટી છે. તેથી

એક સપાટ સફાઇને તેના કોઈ પણ ભાગ ઉપર બેવડ વાળી હોય તો જે લીટી ઉપર તે બેવડ વળાય છે તે લીટી સીધી છે; એટલે કે બે સફાઈઓ એકજ સીધી લીટીમાં છેદે છે.

જો કોઇ પણ બે સીધી લીટી **अ ब** અને **क ड** એકજ દિશામાં જતી હોય અને **ब** બિંદુ **क** સાથે મળે તો તે બન્ને મળી એકજ સીધી લીટી કરે છે. જેમકે,



તેમજ વળી કોઇ એક સીધી લીટીનાં બે બિંદુ બીજી સીધી લીટીનાં બે બિંદુ સાથે મળે તો તે બન્ને સીધી લીટીની એકજ દિશા હોવી જોઇએ.

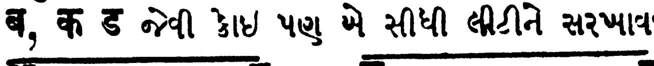
નોટ—આ પુસ્તકમાં "લીટી"ની આગળ "વક્ર" શબ્દ ન લખ્યો હોય ત્યાં "લીટી" એટલે "સીધી લીટી" સમજવી.

વ્યાખ્યા ૮ મી ને વારંવાર **સપાટ સફાઈ**ની વ્યાખ્યા કહે છે.

સપાટ સફાઇની પરીક્ષા એવી છે કે એવી સફાઇમાં કોઈ પણ બે બિંદુઓ લઇએ તો તેને જોડનારી સીધી લીટી એવી સફાઈમાંજ પુરેપુરી પડવી જોઇએ. એને માટે એવી સફાઈમાં બે ટાંકણી ગમે તે જગ્યામાં રાખી તેને દોરી બાંધી ખેંચી જોઇએ તો આ દોરીનો કોઈ પણ ભાગ જો સફાઇની સાથે અડકે તો બાકીનો બધો ભાગ અડકવોજ જોઇએ. આ પ્રયોગમાં એટલું અવશ્યનું છે કે દોરીના છેડાઓ સફાઇ ઉપરજ રહેવા જોઇએ. જો દોરીનો કોઈ પણ ભાગ સફાઇના કોઇ પણ ભાગને ન અડકે અથવા તેનાથી ઉંચકાય તો તે **સીધી સફાઈ** યા **સપાટ સફાઈ** ન હશે.

નોટ—સપાટ સફાઇને કોઈ કોઇ વાર **સમતલ પૃષ્ઠ** પણ કહેવામાં આવે છે. આ ભૂમિતિમાં વક્ર સફાઇ વિષે કાંઇ પણ વર્ણન નથી તેથી "સફાઇ" કહ્યું હોય ત્યાં "સપાટ સફાઇ" સમજવી.

अ ब, क ड જેવી કોઇ પણ બે સીધી લીટીને સરખાવવી હોય તો



એકને ઉંચકીને (યા નકલ કરીને) બીજી ઉપર મૂકવામાં આવે છે. જો **अ, क** ઉપર પડી **ब, ड** ની બહાર, ઉપર, અથવા અંદર પડે તો તે પ્રમાણે **अ ब, क ड** થી મોટી બરાબર, અથવા નાની છે.

વ્યા૦ ૧૦–જ્યારે ત્રણ અથવા વધારે બિંદુઓ એકજ સીધી લીટીમાં હોય ત્યારે તેઓ **એકલીટીસ્થાયી** કહેવાય છે.

વ્યા૦ ૧૧—જ્યારે ત્રણ અથવા વધારે સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં મળે ત્યારે તેઓ **એકબિંદુગામી** કહેવાય છે.

જ્યારે કોઇ પણ સાદું ભૂમિતિનું કાર્ય કરવાને માટે રજા આપવામાં આવે ત્યારે તે **સ્વીકૃત કૃત્ય** કહેવાય છે. સામાન્ય રીતે નીચેનાં સ્વીકૃત કૃત્ય આપણે લઇએ છીએ

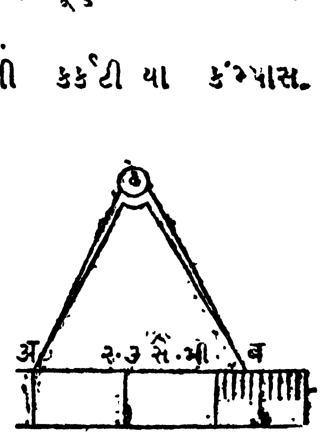
(૧) કોઈ પણ બે બિંદુને આંકણીથી સીધી લીટીમાં જોડી શકાય છે.

(૨) કોઈ પણ સીધી લીટીને આંકણીથી તેની પોતાની લંબાઈમાં લંબાવી શકાય છે.

(૩) કંપાસની મદદ વડે કોઈ પણ મોટી લીટીમાંથી એક નાની લીટી બરાબર એક ભાગ કાપી શકાય છે.

વિદ્યાર્થીને નીચેનાં સાહિત્યો જોઇશે.

૧. સખત પેન્સીલ, " એચ એચ " નંબરની.
૨. ઈંચ અને દશાંશ ઈંચ, સેન્ટીમીટર અને મીલીમીટરમાં આંકેલી એક આશરે છ સાત ઈંચ લાંબી ચપટી આંકણી.
૩. ૬૦ અંશ અને ૪૫ અંશ ખૂણાના બે કાટખૂણાઓ યા સેટસ્કવેર.
૪. કોણમાપક અર્ધવર્તુળ યા પ્રોટ્રેકટર.
૫. સખત પેન્સીલવાળી વર્તુળ દોરવાની કર્કટી યા કંમ્પાસ.
૬. અંતરમાપક યા ડીવાઇડર્ઝ.



ટીપ—પેન્સીલની અણી હંમેશાં તીણી સફાઈદાર રાખવી. પ્રથમ લીટી માપવી હોય તો આંકણીથીજ માપવી. પણ પાછળથી અંતરમાપક સાહિત્ય વધારે સુગમ થઇ પડશે અને ચોક્કસ માપ આપશે. બે લીટીઓની સમાનતા હંમેશાં અંતરમાપક સાહિત્યથીજ નક્કી કરવી અને સરખી લીટીઓ કાપવાને માટે પણ એજ સાહિત્ય વાપરવું. કોઇ કોઇ વખતે કંપાસ પણ વધારે ઉપયોગી થઈ પડશે.

લંબાઇનાં કોષ્ટકો.

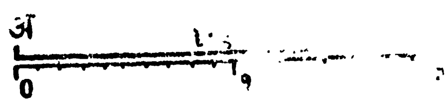
અંગ્રેજી.	ફ્રેંચ.
૧૨ ઇંચ=૧ ફુટ;	૧૦ મીલીમીટર=૧ સેન્ટીમીટર;
૩ ફુટ=૧ વાર;	૧૦ સેન્ટીમીટર=૧ ડેસીમીટર;
૨૨૦વાર=૧ ફર્લાંગ;	૧૦ ડેસીમીટર=૧ મીટર;
૮ ફર્લાંગ=૧ માઇલ;	૧૦ મીટર=૧ ડેકામીટર;
૩ માઇલ=૧ લીગ;	૧૦ ડેકામીટર=૧ હેકટોમીટર;
	૧૦ હેકટોમીટર=૧ કીલોમીટર;

૧ મીટર=૩૯·૩૭ ઇંચ અને ૧૦ મીટર=૧૧ વાર

૮ કીલોમીટર=૫ માઇલ.

ફ્રાન્સ દેશમાં લંબાઇના માપની એકમ મીટર હોય છે અને તેના નાના ભાગ બતાવવાને ડેસીમીટર, સેન્ટીમીટર, વગેરે અને મોટા ભાગ બતાવવાને ડેકામીટર, વગેરે હોય છે. એ રૂઢિમાં દરેક માપ તદ્દન નીચેના ભાગથી દશ ગણું હોય છે તેથી શાસ્ત્રીય વિષયમાં તે બહુ કામ આવે છે.

રૂલર અથવા ફુટ પટીનો ઉપયોગ.



લીટી દોરવાની અને માપવાની ફૂટપટી ૭ ઇંચ લાંબી હોય છે. એક કોર પર ઇંચ અને દશાંશ ઇંચના દોરા હોય છે અને બીજી કોર પર સેન્ટીમીટર અને મીલીમીટરના દોરા હોય છે. જો **અબ** લીટી માપવાની હોય તો ફૂટપટીનો ૦ ઇંચનો દોરો બરાબર **અ** આગળ અને ફૂટપટી બરાબર **અ બ** લીટી સાથે મૂકો. જો **બ** છેડો ફૂટપટીના કોઈ ચોક્કસ દોરા આગળ આવી રહે તો તે પ્રમાણે છેડેથી તેની લંબાઈ ગણી લેવી. ઉપર **અબ**=૧૬ ઇંચ છે. નીચેના નિયમો ઉપયોગી થઇ પડશે:—

(·) ફૂટપટીની કોરો બરાબર સીધી હોવી જોઇએ અને દોરાઓ કાગળની છેક પાસે આવવા જોઇએ.

(૨) ફૂટપટીનો પડછાયો કાગળ પર પડવા દેવો નહિ; આ પડછાયો દૂર કરવા માટે અજવાળાને ડાબા હાથ તરફથી આવવા દેવું.

(૩) માપતી વખતે આંખ લીટીઓના છેડા પર બરાબર આવવી જોઇએ. એકજ આંખનો ઉપયોગ કરવો.

(૪) માપ્યા પછી લીટીના છેડા બરાબર ઝીણી લીટીથી કાપી મૂકવા.

(૫) ફૂટપટીને ઉંચકીને લીટીની પાસે રાખવી કે દોરાઓ લીટીને છેડે અડોઅડ આવે.

નોટ—જવાબ દશાંશ ઇંચ અને મીલીમીટર સુધી લાવવો. નીચેના પ્રશ્નોમાં ઇંચને માટે (ઇંચ) યા ("), સેન્ટીમીટરને માટે (સે. મી), મીલીમીટરને માટે (મી મી) અને ફુટને માટે (ફુ.) યા (') સંજ્ઞાઓ વારંવાર વાપરવામાં આવી છે. વિદ્યાર્થીએ પણ એ સંજ્ઞા વાપરવાનો મ્હાવરો પાડવો.

સીધી લીટી ઉપરના પ્રશ્નો.

૧ નીચેની લંબાઇઓ (ઇં) અને (સે. મી.) માં માપોઃ—

(અ) તમારી ચોપડીની લંબાઇ, પહોળાઈ અને જાડાઈ;

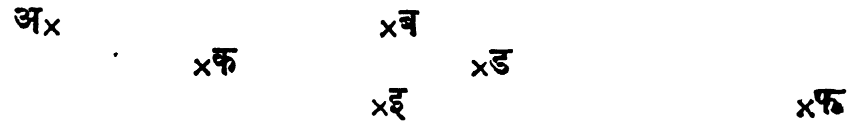
(બ) તમારી પેન્સીલની લંબાઈ;

(ક) તમારા સેટસ્કવેરની કોરોની લંબાઇ;

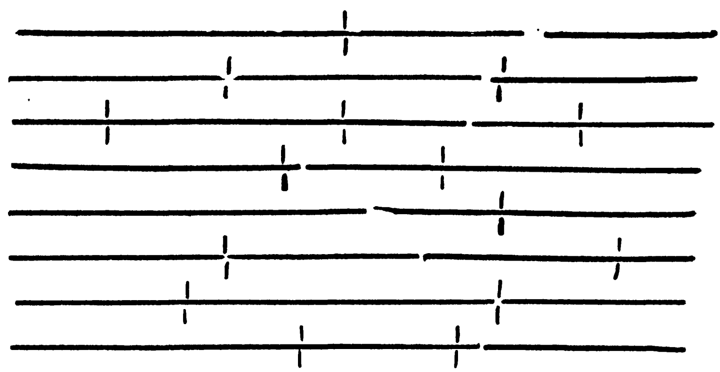
(ડ) તમારી નોટબુકનાં પાનાંની લંબાઇ અને પહોળાઇ.

૨. નીચેની લીટીઓની લંબાઇ બન્ને માપથી કાઢોઃ—

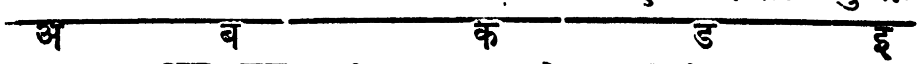
૩. નીચેની લંબાઇ બન્ને માપથી માપો:—



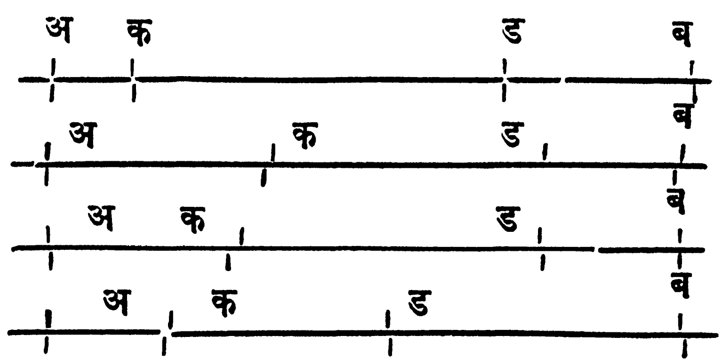
૪. નીચેની લંબાઇ માપી સરવાળો કરો:—



૫. નીચેની લંબાઇ સેં. મી. માં માપી પરિણામ સરખાવી જુઓ:—



૬. अब, कड માપી બાદબાકી બંને માપથી કરો:—



अ क અને ड ब માપી પરિણામ સરખાવો.

૭. આઠ ઇંચ લાંબી એક સીધી લીટી દોરો. એક છેડેથી अब=૩", बक=૧·૮" અને कड= ૨·૩" કાપો બાકીની डइની, સરવાળો કરીને અને માપીને, લંબાઇ કહો. અનુક્રમે તમારૂં પરિણામ મૂકો.

૮. પ્રશ્ન ૭ નીચેની લંબાઇ લઇ કરો. अइની લંબાઈ તેજ છે:—

(૧) अब = ૩·૬", बक = ૨·૩", कड = ·૭".

(૨) अब = ૧·૩", बक = ૪·૧", कड = ૨·૧".

(૩) अब = ૧·૯", बक = ૧·૮", कड = ૫·૩".

(૪) अब = ૪·૩",. बक = ·૫", कड = ૧·૯".

૯. ૧૨·૦ સેં. મી.માં કેટલા ઇંચ છે તે લીટી દોરી માપી નક્કી કરો.

૧૦. એક ૧૨·૪" ની લીટી દોરો. અર્ધું કરી એના બે ભાગ સરખા કરો. [લખી દેવું.

નોટ—દરેક લીટી માપ્યા પછી હંમેશાં તેની સાથે તેનું પરિમાણ

૧૧. ૧૦મા પ્રશ્ન પ્રમાણે ૬·૮"ની લીટી દોરી બે સરખા ભાગ કરો.

૧૨. ઉપર પ્રમાણે ૪·૮ સેં. મી.ની લીટી દોરી ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

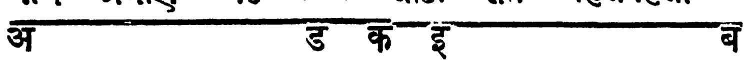
૧૩. નીચેની લીટીઓના બે અને ત્રણ સરખા ભાગ કરો:—

(૧) ૨·૪"; (૨) ૪·૨"; (૩) ૯·૬"; (૪) ૧૨·૬ સેં. મી.

(૫) ૭૨ સેં. મી. (૬) ૪·૮ સેં. મી. (૭) ૮·૪ સેં. મી.

૧૪. કોઈ પણ લીટી લઇ ડીવાઇડર્ના માપથી (બન્ને છેડા તરફથી) તેને દુભાગો.

નીચે પ્રમાણે એક अ ब લીટી લો. પહેલવહેલાં अ ब ને



આશરે દુભાગો; ધારો કે क, अ ब નું મધ્ય બિંદુ છે, પછી अ ઉપર કંપાસનું અગ્ર બિંદુ રાખી પેન્સીલના છેડાથી अ ब ઉપર ड બિંદુ લો; અને તેટલાજ અંતરથી ब ઉપર અગ્ર બિંદુ રાખી इ બિંદુ લો. વળી ड इ માંથી પણ એજ પ્રમાણે સરખા ભાગ કાપી કાઢો. આખરે क અથવા क ની પાસે કોઈ બિંદુ આવશે કે જે अ ब ને દુભાગશે.

૧૫. નીચે પ્રમાણે લીટીઓ માપી લઈ પ્રશ્ન ૧૪ પ્રમાણે દુભાગો:—

(૧) ૩·૫"; (૨) ૫·૯ સેં. મી; (૩) ૧૦·૩"; (૪) ૭·૨ સેં. મી; (૫) ૪·૯ સેં. મી. (૬) ૫·૩"; (૭) ૭·૧"; (૮) ૯·૧ સેં. મીં.

૧૬. એક કીડી ઉત્તરે ૪·૭″ જાય છે અને પછી પૂર્વમાં ૮·૯″ જાય તો પ્રથમ સ્થળેથી તે કેટલે દૂર ગઇ?

૧૭. अ પશ્ચિમમાં ૭·૮ સેં. મી. જાય છે અને પછી ઉત્તરમાં ૧૨·૩ સે. મી. જાય તો મૂળ જગ્યાથી તેનું અંતર કેટલું?

૧૮. એક લખોટાને દક્ષિણમાં ૧૩·૩″ ફેંકયો અને ત્યાંથી પાછો પૂર્વમાં ૯·૭″ ફેંકયો તો મૂળ જગ્યાએથી તે હવે કેટલો દૂર છે?

૧૯. अ ब લીટીને બેવડ વાળી (अ, ब ઉપર આવે તેમ) દુભાગો.

૨૦. ૩·૫″, ૮·૩ સેં.મી., ૪·૭″, ૫·૯ સે. મી. ની લીટીઓ લઇ બેવડ વાળી દુભાગો.

૨૧. अ ब લીટીનો એક ભાગ બીજાની ઉપર રાખી અને તે બન્ને ભાગો ત્રીજા ભાગની ઉપર રાખી છેડા બરાબર મેળવી अ ब ના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

अ ड क ब

૨૨ પ્રશ્ન ૨૧ પ્રમાણે ૫·૭″. ૩·૩ સેં. મી. ૪·૧″, ૩·૫″ ના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

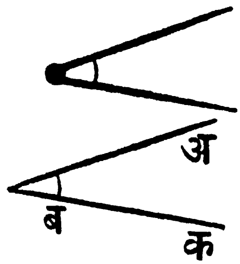
૨૩. લીટીઓના ભાગ એક બીજાની ઉપર બેવડ વાળવાની રીતથી નીચેની લીટીઓના ૪, ૬, ૮ સરખા ભાગ કરો:—

૫·૯″; ૧૧·૩ સે. મી; ૭·૩″, ૯·૪″; ૧૦·૫ સે. મી; ૯·૫ સેં. મી.

§ ૨. ખૂણો.

अ ब, ને अ क ના अ છેડાની આસપાસ अ બિંદુ સ્થિર રાખી ફેરવીએ તો ઓછું વત્તું ફરે તે પ્રમાણે તે બેની વચ્ચેનો **ગાળો** નાનો અથવા મોટો થાય છે.

વ્યા૦ ૧૨ મી—ડીવાઇડર્ઝના બન્ને હાથને જો પહોળા કર્યા હોય તો તે એક બીજા સાથે **ખૂણો** કરે છે એમ કહેવાય છે.



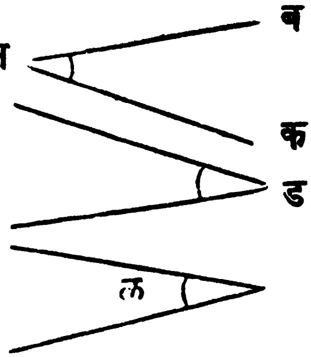
ડીવાઇડર્ઝનો ખૂણો.

તેજ પ્રમાણે જો એક લીટીને બીજી લીટી મળે તો તે બન્નેની વચ્ચેના ગાળાને ખૂણો કહે છે.

નોટ–ખૂણો કરનારી બે લીટીઓ જો સીધી લીટી હોય તો તે ખૂણાને **સીધી લીટી ખૂણો** કહે છે. **अब** અને **बक** બે સીધી લીટી **ब** બિંદુમાં મળે છે અને **अबक** ખૂણો કરે છે. **ब** બિંદુને ખૂણાનું **શિરોબિંદુ** કહે છે. અને **अब** અને **बक** ને ખૂણાના હાથ યા **શાખા લીટી** કહે છે. ઉપરના ખૂણામાં **बअ** અને **बक** ને લંબાવીએ તો પણ **अबक** ખૂણાનું મહત્ત્વ વિકૃત થતું નથી. એ ઉપરથી સમજાશે કે કોઈપણ ખૂણાનું મહત્ત્વ તેની શાખાલીટીથી તદ્દન સ્વતંત્ર છે. ખૂણાનું મહત્વ નીચે પ્રમાણે લેવાય છે. **बक** ને **बअ** લીટીમાં સાથે એકને બીજી ઉપર રાખીને **अब**ને, **बक**ને સ્થિર રાખી, **ब** બિંદુની આસપાસ ફેરવીએ તો જે પ્રમાણે બન્નેની વચ્ચેનો ગાળો વધે છે તે પ્રમાણે તેના ખૂણાનું મહત્વ પણ વધે છે. જ્યારે બે લીટીની વચ્ચેનો ખૂણો કહ્યો હોય ત્યારે તેના શિરોબિંદુ આગળ બે ખૂણા હોય છે. પણ તેમાંથી નાનો ખૂણો સામાન્ય રીતે લેવામાં આવે છે. અને ઘણી વખતે જે ખૂણો લેવાનો હોય તેના ગાળામાં અક્ષર અથવા કૌંસ મૂકવામાં આવે છે.

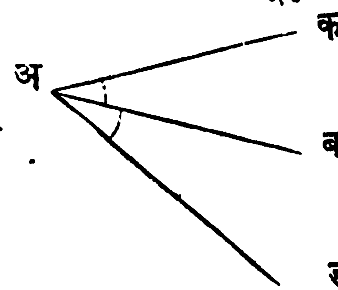
વળી બે સીધી લીટીઓ જો એક બીજીની નીચે ઉપર રહી એકજ દિશામાં જતી હોય તો તેઓ એક બીજીને કદી પણ મળશે નહિ અને બન્નેની વચ્ચે કદાપિ પણ ખૂણો થશે નહિ. પણ જો બન્ને લીટી જુદી જુદી દિશામાં જતી હોય તો કોઈ પણ બિંદુમાં તેઓ મળશે અને ત્યાં બન્નેની વચ્ચે ખૂણો થશે. ખૂણો જ્યારે ગાળા ઉપર આધાર રાખે છે, ત્યારે જો ગાળો મોટો હોય તો ખૂણો મોટો હોય છે અને ગાળો નાનો હોય તો ખૂણો પણ નાનો હોય છે.

ખૂણેા बअक, ખૂણેા ड અથવા ખૂણેા ळ થી પણ ઓળખાય છે " ખૂણા " ની જગ્યાએ ∠ લખાય છે.



જ્યારે એક ખૂણાને ઉંચકીને બીજાની ઉપર મૂકીએ. એવી રીતે કે તેનાં શિરેાબિંદુઓ એક બીજાની સાથે મળી જાય અને શાખાલીટીઓ પણ મળી જાય, તેા તે ખૂણાઓ **અરસ પરસ સરખા** છે. પણ શિરેા-બિંદુઓ મળી જઈ અને એકેક શાખાલીટી પણ મળી જઇ બીજી શાખા-લીટીઓ ન મળે તેા જે ખૂણાની શાખાલીટી બહાર પડે છે તે ખૂણેા બીજાથી **મેાટેા** હાેય છે.

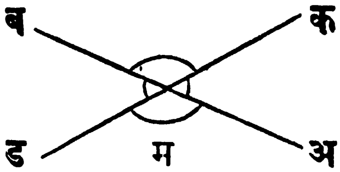
વ્યા૦ ૧૩—એકજ શાખાલીટીની આસપાસ આવેલા ખૂણાઓ **પાસે પાસેના ખૂણાઓ** કહેવાય છે; જેમકે अबની આસપાસ આવેલા ∠ कअब અને ∠ डअब પાસેપાસેના ખૂણા છે.



વળી अबने अडની ઉપર अब સુધી અને પછી ત્યાંથી अक સુધી ફેરવીએ તેા આ બન્ને ગાળા મળી, अब, अकની નીચે એક-દમ अक થી अड સુધી જાય તેટલા ગાળાની બરાબર છે. તેથી

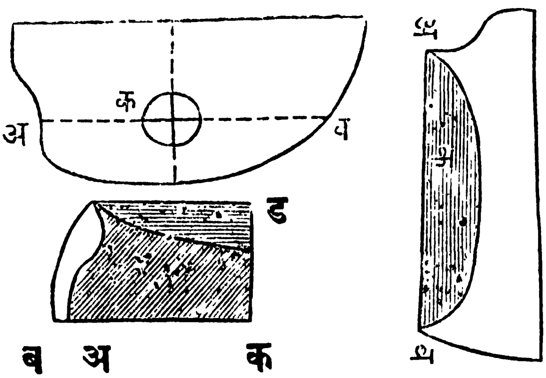
∠बअड + ∠ बअक = ∠डअक.

વ્યા૦ ૧૪—જો કેાઇ પણ બે સીધી લીટી, अब અને कड



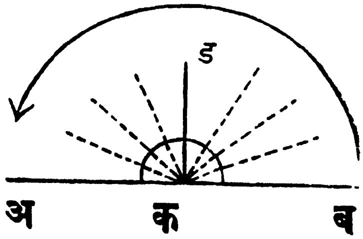
જેવી, એક બીજીને **म** બિંદુમાં છેદે તો ∠ **अमक** અને ∠**डमब**, અથવા ∠**अमड** અને ∠ **कमब**, **સામસામેના ખૂણા છે.**

પ્રયોગ ૭—કોઇ પણ કાગળના કટકાને એની અંદર દોરેલી કોઇ પણ **अ ब** લીટીની ઉપર વાળો અને ફરીથી તેનેજ નીચે પ્રમાણે **क अ** અને **क ब** એક બીજીની બરાબર મળી જાય તેમ વાળો તો ઉકેલ્યા પછી ચાર ખૂણા થશે. આ સર્વે ખૂણાઓ **સરખા** છે અને **अ क, क ड** બન્ને લીટી અરસપરસ **લંબ** છે.



વ્યા૦ ૧૫—જ્યારે એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટી ઉપર પડે અને પાસે પાસેના ખૂણાઓ સરખા કરે તો તે દરેક ખૂણાને **કાટખૂણો** કહે છે.

વ્યા૦ ૧૬—કાટખૂણો કરતી બન્ને લીટીઓ એક બીજીને **લંબ** કહેવાય છે. (**अक ⊥ कड=अक, कड** કાટખૂણે છેદે છે.)



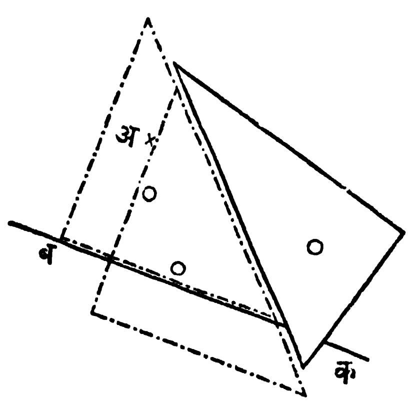
પ્રયોગ ૮—**अ ब** સીધી લીટીના કોઇ પણ **क** બિંદુની આસપાસ **क ड** જેવી કોઇપણ બીજી સીધી લીટીને **क ब** થી લઇ ફેરવો. એમ કરતાં **क ड**, જે પહેલાં **क ब** દિશામાં હતી તે **कअ** દિશામાં આવશે. એટલે તેની દિશા તદ્દન ઉલટી થશે. એમ કરતાં ∠**बकड** વધતો જશે અને ∠**अ क ड** ઘટશે. અને એ પરિવર્તનમાં **कड** કોઈ પણ વખતે એવી સ્થિતિમાં આવશે કે તે વખતે

∠ **बकड**=∠**अकड** થશે; આવી સ્થિતિમાં ∠**बकड** અથવા ∠ **अकड** કાટખૂણો કહેવાય છે. અને **कड** આવી સ્થિતિમાં એકજ વખતે આવી શકે છે; તેથી

કોઇ પણ સીધી લીટીના એક બિંદુ આગળ એકજ લંબ દરેક બાજુએ દોરી શકાય છે.

નોટ—દરેક કાટખૂણાના ૯૦ સરખા ભાગ કરેલા હોય છે અને તે દરેકને **અંશ** કહે છે. '૯ અંશ' ને માટે ૯° લખાય છે. દરેક અંશના ૬૦ સરખા ભાગ કરેલા છે અને તે દરેકને **મીનીટ** યા **કળા** કરે છે. '૧૧ મીનીટ' ને માટે ૧૧' લખાય છે. અને વળી દરેક મીનીટના ૬૦ સરખા પેટા ભાગ કરેલા છે. તેને **સેકન્ડ** યા **વિકળા** કહે છે. '૧૫ સેકન્ડને; માટે ૧૫" લખાય છે.

એક આપેલા બિંદુ अમાંથી એક આપેલી बक સીધી લીટી પર લંબ દોરવા વિષે—સેટસ્કવેરોની મદદથી.



बकની સાથે સેટસ્કવેરની કોર બરાબર સરખી કરી સજ્જડ પકડો; આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે સેટસ્કવેર કાટખૂણા ઉપર સેટસ્કવેર પર બરાબર કોર સરખી થાય તેમ ગોઠવો. ધીમે ધીમે **अ** બિંદુ તરફ સેટસ્કવેરને ખસેડી **अ** માંથી સેટસ્કવેર પર સેટસ્કવેરની લંબ પડતી કોર જાય ત્યારે **अ** માંથી **बक** ઉપર દોરેલી લીટી **बक**ને લંબ છે.

ઉપલી રચનામાં લક્ષમાં રાખવાનું (બન્ને સેટસ્કવેર વાપરો તો) કે

(૧) સેટસ્કવેરની કોરનો પડછાયો કાગળ પર પડવો જોઇએ નહિ;

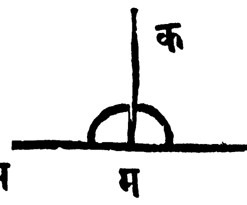
(૨) ખસતા સેટસ્કવેરની કોર હંમેશાં બીજાની સૌથી મોટી કોર સાથેજ ખસવી જોઇએ.

સેટસ્કવેરનો ખૂણો બરાબર કાટખૂણો છે કે નહિ તે તપાસવા માટે કોઇ પણ સીધી લીટી પર કાટખૂણો કરતી બાજુ મૂકો અને બીજી બાજુ સાથે પેન્સીલ રાખી આપેલી સીધી લીટી પર ⊥ દોરો, અને સેટસ્કવેરને બીજા હાથ પર ફેરવી તે પ્રમાણેજ પાછો લંબ દોરો. જો આ બન્ને લંબ બરાબર મળી જાય તો સેટસ્કવરનો ખૂણો બરાબર કાટખૂણો છે.

પ્રયોગ ૮મા માં કહ્યા પ્રમાણે કોઇ પણ કાગળના કટકાને વાળતાં ચાર ભાગ પડે છે અને તેનો શિરોબિંદુ આગળનો ગાળો બીજા કોઈ પણ ભાગના ગાળાની બરોબર છે અને તેમાં કહેલી શરતે સળ વાળીશું તો આ પરિણામ કાયમ રહેશે. તેથી

(૧) સઘળા કાટખૂણા સરખા છે;

(૨) **कम** લીટી **मब**ની ઉપરથી **म** બિંદુની આસપાસ ફરી **मअ** સાથે આવી મળી જાય તો એટલામાં બે કાટખૂણા થાય છે.



(૩) અને તેજ પ્રમાણે પાછી નીચેથી ફરી આવી **मब** ની સાથે મળી જાય તો તે ચાર કાટખૂણા કરે છે.

પ્રયોગ ૯—જો કોઈ પણ સીધી લીટી **मक**, **म** બિંદુની આસપાસ **बम** સ્થિતિમાંથી પરિવર્તન કરી **मक** માં આવે અને પછી **मअ**માં આવે, અને **बमक**, **कमअ** ખૂણા પરિવર્તન કરી કરે તો તે **मब** સ્થિતિમાંથી **मअ**માં આવતાં બે કાટખૂણામાંથી પરિવર્તન કરે છે; એટલે ∠**बमक**+∠**कमअ** =૨ કાટખૂણા.

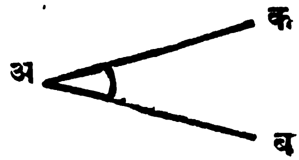
વળી પ્ર૦ ૮માં **डक** સીધી લીટી **क**ની આસપાસ **बक** સ્થિતિમાંથી પરિવર્તન કરી પાછી **बक** માં આવે તો તે ચાર કાટખૂણામાંથી પરિવર્તન કરે છે. તેથી

જો એક સીધી લીટી બીજી ઉપર પડે તો પાસેપાસેના ખૂણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે. અને ગમે તેટલી સીધી

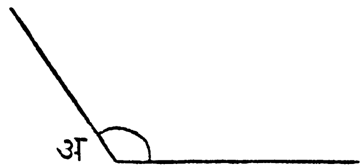
લીટીઓ એકબિંદુગામી હોય તો તેના સામાન્ય બિંદુ આગળના ખૂણા મળી ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.

સંજ્ઞા—૧ કાટખૂણો = L

વ્યા૦ ૧૭ મી—એક કાટખૂણાથી નાના ખૂણાને **ઉનકાટખૂણ** કે **સાંકડો ખૂણો** કહે છે. સાંકડો ખૂણો ૯૦°થી નાનો છે.



વ્યા૦ ૧૮મી—એક કાટખૂણાથી મોટા પણ બે કાટખૂણાથી નાનો ખૂણો હોય તેને **અતિકાટખૂણ** કે **પહોળો ખૂણો** કહે છે.



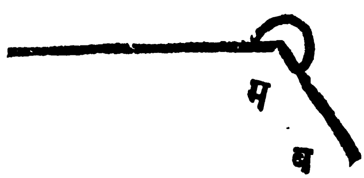
પહોળો ખૂણો ૯૦°થી મોટો અને ૧૮૦°થી નાનો છે.

વ્યા૦ ૧૯મી—બે કાટખૂણાની બરાબરના ખૂણાને **દ્વિકાટખૂણ** અથવા **સીધો ખૂણો** કહે છે.



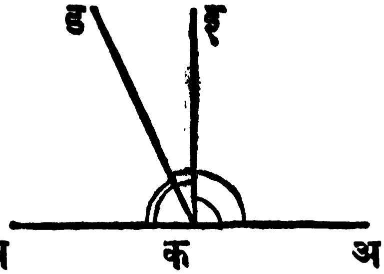
દ્વિકાટખૂણ ૧૮૦°ની બરાબર હોય છે.

વ્યા૦ ૨૦મી—બે કાટખૂણાથી મોટા પણ ચાર કાટખૂણાથી નાના ખૂણાને **અંતર્ગામી** યા **"રીફ્લેક્ષ"** યા **અતિ દ્વિકાટખૂણ** ખૂણો કહે છે.



અતિદ્વિકાટખૂણ ખૂણો ૧૮૦°થી મોટો પણ ૩૬૦°થી નાનો હોય છે.

વ્યા૦ ૨૧મી-બે ખૂણાનો સરવાળો એક કાટખૂણા બરાબર હોય તો તે દરેકને **એકકાટખૂણપૂર્ણી** યા કોટિ ખૂણો કહે છે.



∠ **बकड** અને ∠ **डकइ** કોટિખૂણા છે.

વ્યા૦ ૨૨-બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર હોય તો તે દરેકને **દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી** યા **ન્યૂનતાપૂરક** ખૂણો કહે છે.

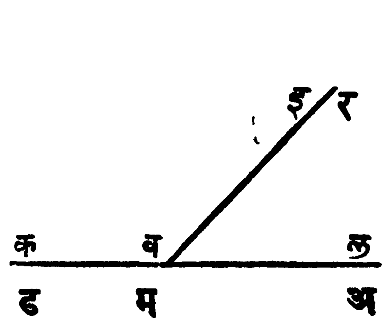
∠**बकड** અને ∠**डकअ** ન્યૂનતાપૂરક ખૂણા છે.

પ્રયોગ ૧૦—૧૭ મા પાનાની પહેલી આકૃતિમાં **कड**ને **म** ઉપર ફેરવીને **अब** સાથે મળી જાય એવી રીતે લાવીએ તો **मड**, **मब** સાથે અને **मक**, **मअ** સાથે મળવીજ જોઇએ, કારણ કે બન્ને સીધી લીટી છે. એટલે ∠**कमअ** બંધ કરવાને જેટલું પરિવર્તન **कड**ને કરવું પડે છે તેટલુંજ પરિવર્તન ∠**बमड** બંધ કરવાને તેને કરવું પડે છે.

∴ ∠**कमअ**=∠**बमड**. તેથી

જો એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટીને છેદે તો સામસામેના ખૂણા બરાબર છે.

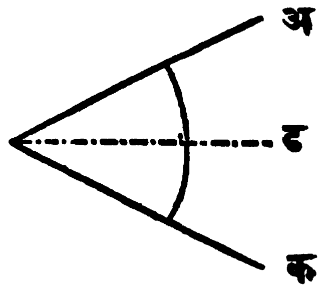
પ્રયોગ ૧૧—**क ल** કોઈ પણ સીધી લીટી લો. ∠**ड ब इ**, ∠**अमर** ન્યૂનતાપૂરક ખૂણા લો; ∠ **ड ब इ** ને ઉંચકીને **ड ब**, **क ल** ઉપર પડે તેમ



મૂકો અને ∠**अमर** ઉંચકીને **मर**, **बइ** ઉપર પડે તેમ મૂકો તો જ્યારે **म**, **ब** સાથે અને **म र**, **ब इ** સાથે મળી જાય ત્યારે **मअ**, **बल** સાથે મળી જશે, કારણ કે ∠**कबल** = સીધો ખૂણો=∠ **डबइ** + ∠**अमर**; તેથી

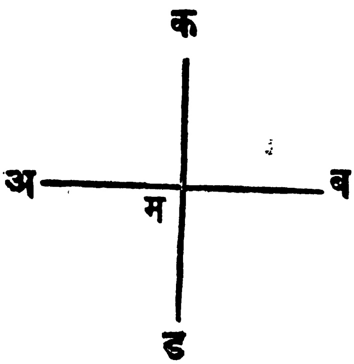
જો બે ન્યૂનતાપૂરક ખૂણાની એકેક શાખા લીટી મળી જાય અને શિરોબિંદુ પણ મળી જાય તો તેની સામસામે પડતી બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

પ્રયોગ ૧૨—∠ **अ ब क** લો.



∠ **अ ब क** ને એવી રીતે બેવડ વાળો કે **ब**:**अ**, **ब क** ઉપર પડે અને સળ **ब**માંથી જાય; ત્યારે સળ અને આ બન્ને શાખા લીટીની વચ્ચેના બન્ને ખૂણા બરાબર છે અને આવો સળ એકજ છે. તેથી.

કોઇ પણ ખૂણાની એકજ દુભાગનાર લીટી છે.

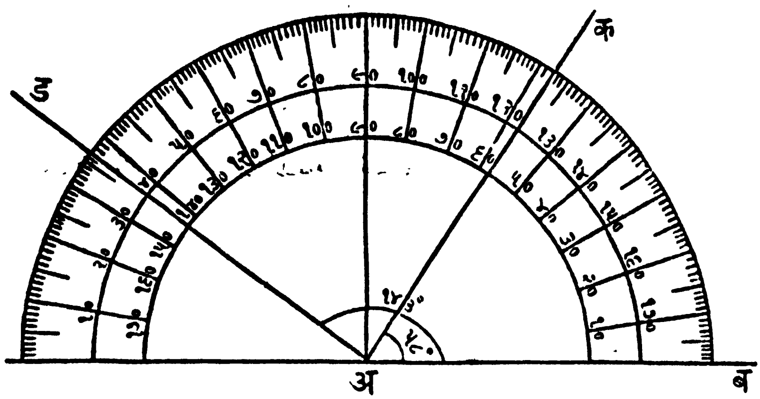


પ્રયોગ ૧૩—**अब**,**कड** ⊥ લો. **अब** સ્થિર રાખી ઉપરના ભાગને બેવડ વાળો તો ∠**अमक**= ૧ કાટખૂણો=∠**अमड** તેથી **मक**,**मड** ઉપરજ પડશે. ધારો કે **क**, **ड** ઉપર પડે છે. તેથી **कम**=**मड**, તેથી જો **क**માંથી **अब** ઉપર ⊥ દોરવી હોય તો **अब** ઉપર આકૃતિ બેવડ વાળી **क** જે જગ્યાએ પડે તે બિંદુ **क** સાથે સાંધવાથી **अब** ⊥ **कम** થશે. તેથી

બહારના બિંદુમાંથી એક આપેલી સીધી લીટી ઉપર એકજ લંબ દોરી શકાય છે.

નોટ—ખૂણા માપવાની રીત નીચે પ્રમાણે છે.

ખૂણાઓ કોણમાપક સાહિત્ય અથવા પ્રોટ્રેક્ટરથી મપાય છે. જો **बअक** ખૂણો માપવો હોય તો એ સાહિત્યને એવી રીતે એ ખૂણા ઉપર મૂકવું કે સાહિત્યની સીધી કોર બરાબર **अब** લીટીની સાથે મળી જાય



અને પ્રોટ્રેક્ટરનું મધ્યબિંદુ ખૂણાના શિરોબિંદુની સાથે મળે ત્યારે **अक** શાખાલીટી સાહિત્યની નીચેથી કોઈપણ તેની ઉપરના અંશની નિશાનીમાંથી જશે અને (**अब**થી લઇ) શૂન્ય (૦) અંશની નિશાનીથી એ નિશાની જેટલા અંશ દૂર હશે તેટલા અંશ આપેલા ખૂણાના સમજવા. કારણકે પ્રોટ્રેક્ટરની ઉપરનો શૂન્ય (૦) અંશ અને લીટી ઉપરના અંશની વચ્ચેનો ખૂણો, આપેલા ખૂણાની બરાબર છે.

જો કોઇ ખૂણો દ્વિકાટખૂણ હોય તો તેના બે ભાગ કરી માપવો.

ખૂણા ઉપરના પ્રશ્નો.

૧. કોઈપણ બે ખૂણા દોરી, તેની પાતળા કાગળથી નકલ કરી, નાનો કયો અને મોટો કયો તેની પરીક્ષા કરો.

૨. કોઇ પણ ખૂણો કાઢી તે પ્રમાણે તમારૂં ડીવાઇડર્ઝ્ પહોળું કરો.

૩. નીચે આપેલા વખતે બન્ને કાંટાની વચ્ચે ઘડીઆળમાં કેટલા કાટખૂણા થયા હશેઃ—

(૧) ૩-૦; (૨) ૫-૦; (૩) ૮-૦; (૪) ૯-૦; (૫) ૧૧-૦;

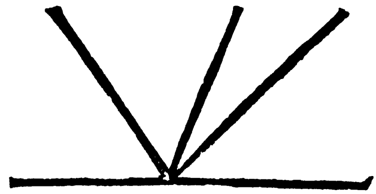
(૬) ૧૨-૦; (૭) ૪-૦; (૮) ૬-૩૦; (૯) ૧૨-૩૦; (૧૦) ૭-૦ ?

૪. ઉપરના ખૂણાઓ કેવા છે તે કહો અને તેના અંશ કહો.

૫. સેટ સ્કવેરના ખૂણાનો આકાર પાડી ખૂણા માપો.

૬. કોઈ પણ ખૂણાના અંશ માપો; તેનો આકાર બીજા કાગળ ઉપર લો. તેને બેવડો વાળી દરેક ભાગ માપો.

૭. તમારા ડીવાઈડર્ઝમાં એક કાટખૂણો કરો, અને પછી માપી જુઓ.



૮. પાસેના સર્વ ખૂણાઓ માપી જુઓ અને પરિણામ સરવાળા બાદબાકીથી મળવો.

૯. કોઇ પણ **अवक** ખૂણો કરો અને પ્રોટ્રૅક્ટરથી માપો; પછી **डइ** લીટી સાથે **ड** બિંદુ આગળ સીધી કોર સરખી રાખી ∠**अवक** બરાબર પ્રોટ્રૅક્ટરથી એક ખૂણો કરો.

૧૦ પ્રશ્ન ૯માં કહ્યા પ્રમાણે નીચેના ખૂણાની બરાબર ખૂણા કરો:—

૨૫°; ૪૯°; ૧૭°; ૫૧°; ૧૧૧°; ૧૩૦°; ૧૭૧°; અને ૩૯°.

૧૧. કોઇ પણ ખૂણાના અંશ કાઢો; તેને મોઢેથી દુભાગો; એ ખૂણા બરાબર તેની એક શાખા લીટી સાથે પ્રોટ્રૅક્ટરથી એક ખૂણો બનાવી એ પ્રમાણે દુભાગો; મેળવી જુઓ કે બાકીનો ખૂણો આપેલા ખૂણાથી અર્ધો છે કે નહિ.

૧૨. પ્રશ્ન ૧૧ પ્રમાણે નીચેના ખૂણાને દુભાગો:—

૪૮°; ૬૬°; ૭૮°; ૯૦°; ૧૧૬°; ૧૪૮°; ૧૭૨°;

૧૧૧°; ૯૫°; ૬૫°; ૬૧°; ૧૨૭°; ૧૫૧°; ૧૭૯°.

૧૩. **अ ब क** એક સાંકડો ખૂણો કરો; **बअ** લંબાવતાં બહારનો ખૂણો કેવો થયો તે માપી જુઓ.

૧૪. પ્રશ્ન ૧૩ માના ખૂણાનો સરવાળો કરી જે પરિણામ આવે તેનો કાટખૂણા સાથે શો સંબંધ છે?

૧૫. ૨૫°, ૩૬°, ૩૭°, ૫૧°, ૫૩°, ના ખૂણાઓ કરો; દરેકની કોઇ પણ શાખાલીટી લંબાવો તો બહારના ખૂણા કેવા થયા? દરેકને માપો.

૧૬. દશ સાંકડા ખૂણા કરી શાખાલીટી લંબાવી સાંકડા ખૂણા અને

પહોળા ખૂણાનાં માપ લો. દરેકમાં બન્ને ખૂણાનો સરવાળો કરી બધાં પરિણામ સરખાવો.

૧૭. વ્યા૦ ૨૧ ની આકૃતિમાં ∠**डकब** માપી ∠**डकअ**માં કેટલા અંશ છે તે માપી જુઓ.

૧૮. પ્રશ્ન ૧૭મામાં જો ∠**डकअ** = ૧૩૫°, તો ∠**डकब** કેવડો ?

∠**डकअ** = ૧૭°, તો ∠**बकड** કેવડો ?

∠**डकअ** = ૫૩°, તો ∠**बकड** કેવડો ?

∠**डकअ** = ૯૩°, તો ∠**बकड** કેવડો ?

૧૯. એક **अब** લીટી દોરો; **अब**ની સામસામેની બાજુ ઉપર ૩૮° અને ૧૪૩° ના પાસેપાસેના ખૂણા કરો. બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે ?

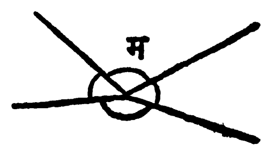
૨૦. **अब** ની સામસામેની બાજુ ઉપર નીચે પ્રમાણેના પાસેપાસેના ખૂણાઓ બનાવો:—

(૧) ૧૫૩°, ૨૭°; (૨) ૪૦°, ૧૪૧°; (૩) ૯૧°, ૮૯°;
(૪) ૧૧૫°, ૬૭°; (૫) ૫૧°, ૧૩૦°; (૬) ૬૧°, ૧૨૨°.

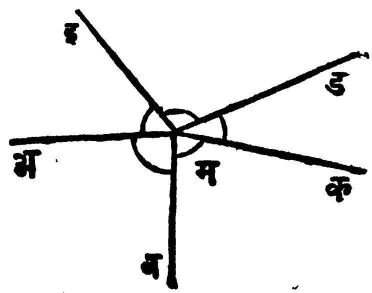
૨૧. નીચેના ખૂણામાંથી તેની સામેના ખૂણા બરાબર ખૂણા કાઢો:—

(૧) ૧૧૫° માંથી ૫૧°; (૨) ૧૭૯° માંથી ૭૨°;
(૩) ૨૧૨° માંથી ૬૭°; (૨) ૨૦૦° માંથી ૧૦૦°.

૨૨. પાસેની આકૃતિમાંના ચાર ખૂણાઓ માપી સરવાળો કરવો.



૨૩. પાસેની આકૃતિના પાંચ ખૂણાઓ માપી તેનો સરવાળો કરો.



૨૪. છ, સાત, આઠ, કે નવ ખૂણાની સર્વ શાખાલીટીઓ એકજ શિરોબિંદુમાં મળે છે તો બધા ખૂણાનો સરવાળો કરો.

૨૫. अ બિંદુમાંથી ગમે તેટલી લીટી દોરો; દરેક ખૂણાનું માપ અટકળે કહો. પછી માપી જુઓ; પરિણામ નીચેના કોષ્ટકમાં ગોઠવો:—

ખૂણો	અટકળથી	માપથી
अ	— — —	— — —
ब	— — —	— — —
क	— — —	— — —
ड	— — —	— — —
વગેરે.		

૨૬. अकब ખૂણો કરી अक ને ख સુધી અને बक ને ग સુધી લંબાવી સર્વ ખૂણાનાં માપ લો.

૨૭. अकब ખૂણો ૫૧° નો કરો; પ્રશ્ન ૨૬ પ્રમાણે સામેની બાજુએ લીટી લંબાવી ખૂણાનાં માપ લો.

૨૮. તમારા સેટસ્કવેરમાં ૩૦° અને ૯૦° ની સામેની બાજુ માપો.

૨૯. એક લીટી ઉપર ૯૦° નો ખૂણો કરી લંબના કોઇ પણ બિંદુ આગળ ૩૦° નો ખૂણો કરી બીજા લંબને શાખાલીટી મળવા દો. પ્રશ્ન ૨૮ પ્રમાણે સામેની બાજુ માપો.

૩૦. પ્રશ્ન ૨૮ અને ૨૯ ઉપરથી બે બાજુનો શો સંબંધ છે તે કહો.

૩૧. તમારા સેટસ્કવેરમાં ૪૫° ની સામેની બાજુઓ માપો.

૩૨. નાના મોટા સેટસ્કવેર લઈ તેના દરેકના ખૂણા માપી સરવાળો કરો; નીચેના કોષ્ટક પ્રમાણે ઉત્તર લખો;—

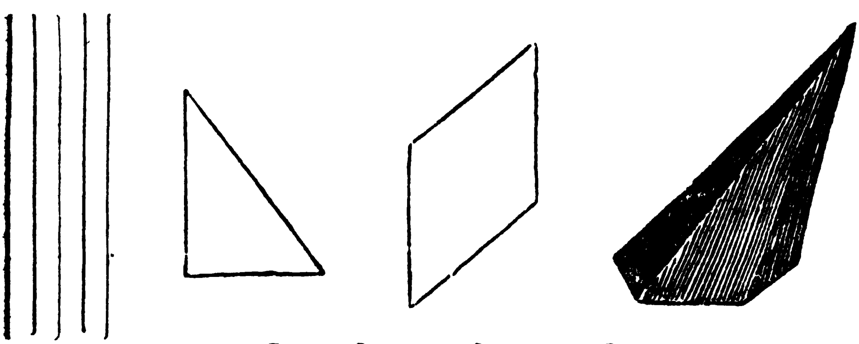
સેટસ્કવેર.	૧લો ખૂણો.	૨જો ખૂણો.	૩જો ખૂણો.	સરવાળો.
૧	–	–	–	–
૨	–	–	–	–
૩	–	–	–	–
૪	–	–	–	–
૫	–	–	–	–

§ ૩. વર્તુળ.

સંજ્ઞા— ∴ = તેથી. ∵ = કારણ કે.

વ્યાખ્યા ૨૩—એક યા વધારે, સીધી યા વક્ર લીટીથી સપાઇના જે ભાગની હદ નક્કી થએલી હોય તે ભાગને **આકૃતિ** કહે છે. અથવા

બિંદુ, લીટી અને સફાઇના કોઈ પણ જુથને આકૃતિ કહે છે.



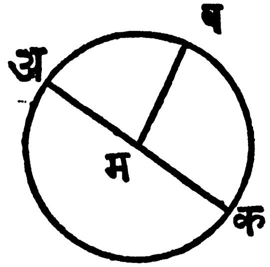
જુદી જુદી જાતની આકૃતિઓ.

વ્યા૦ ૨૪—જે આકૃતિ સપાટ સફાઈમાં આવી હોય તેને **સપાટ આકૃતિ** કહે છે. અથવા

એક યા વધારે વક્ર, અથવા ત્રણ અથવા વધારે સીધી લીટીથી

સફાઈના જે ભાગની હદ નક્કી થએલી હોય તેને **સપાટ આકૃતિ** કહે છે.

વ્યા૦ ૨૫—જો કોઇ સપાટ આકૃતિની એક એવી વક્ર લીટીથી હદ થએલી હોય કે તે વક્ર લીટી સુધી આકૃતિ માંહેના એક મુકરરર બિંદુમાંથી કોઇ પણ સીધી લીટીનું અંતર લઇએ તો તે અંતર હંમેશાં એકનું એકજ રહે તો તે આકૃતિને **વર્તુળ** કહે છે; અને એવી વક્ર લીટીને **પરિધ** યા **પરિધિ** કહે છે.



સંજ્ઞા— O = પરિધ.

વ્યા૦ ૨૬—વર્તુળમાં જે (म) મુકરરર બિંદુથી પરિધ સુધી સરખી લીટી દોરી હોય તે બિંદુને વર્તુળનું "**મધ્ય બિંદુ**" કહે છે.

વ્યા૦ ૨૭—મધ્ય બિંદુથી પરિધ સુધી જે સરખી લીટીઓ દોરી હોય તે **ત્રિજ્યા** કહેવાય છે. **मअ, मब ત્રિજ્યા** છે.

વ્યા૦ ૨૮—વર્તુળમાં જે સીધી લીટી મધ્ય બિંદુમાં થઈ બન્ને બાજુ પર પરિધ સુધી જાય તેને **વ્યાસ** કહે છે. **अक** વ્યાસ છે.

વ્યા૦ ૨૯—પરિધના કોઈ પણ ભાગને **કૈાંસ** અથવા **ચાપ** કહે છે.

વ્યા૦ ૩૦—વ્યાસ અને વર્તુળના કૈાંસની વચ્ચેના ભાગને **અર્ધ વર્તુળ** યા **વ્યાસ ચાપ** કહે છે.

વ્યા૦ ૩૧—વર્તુળમાં આવી **પરિધ** ઉપર હદ પામતી કોઈ પણ સીધી લીટીને **જ્યા** યહે છે.

વ્યા૦ ૩૨—જ્યા અને કૈાંસની વચ્ચેના ભાગને ખંડ યા **જ્યાચાપ** કહે છે. અને કોઈ પણ બે ત્રિજ્યા અને તેની વચ્ચેના કૈાંસ–એ ત્રણની વચ્ચેના ભાગને **વૃત્તખંડ** યા **ત્રિજ્યાચાપ** કહે છે.

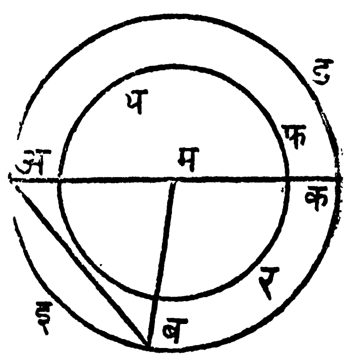
સ્વીકૃત કૃત્ય—કંપાસની મદદ નીચેનાં કાર્યમાં લેવાય છે:

(૧) કોઇ પણ બિંદુને મધ્ય બિંદુ લઇ કોઇ પણ લંબાઈની ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરી શકાય છે.

(૨) આપેલી લીટી ઉપર કોઈ પણ મુકરરર લંબાઇ લઇ શકાય છે. તેથી

(૧) ની મદદ વડે બે આપેલી લીટીના સરવાળા અથવા બાદબાકી બરાબર એક સીધી લીટી થઇ શકે છે અને કોઇ પણ આપી લીટીને તેનાથી ગમે તેટલી ગણી કરી શકાય છે.

આકૃતિની હદ વક્ર લીટીથી થઇ હોય તો તેને **વક્ર આકૃતિ** કહે છે અને સીધી લીટીથી થઈ હોય તો તેને **સીધી લીટી આકૃતિ** કહે છે. વર્તુળ દોરવાને માટે (કંપાસને **માથા પરથીજ** પકડીને) કોઇ પણ બિંદુ પર કંપાસના હાથનું લોખંડનું અગ્રબિંદુ સ્થિર રાખી બીજા હાથને તેની આસપાસ ચોગમ કાગળ ઉપર ફેરવ્યો હોય તો પૂરેપુરો વર્તુળ નીકળશે. કંપાસના છેડાથી જે વક્ર લીટી થશે તેનેજ **પરિધ** કહે છે અને તેની વચ્ચેની સફાઇને **વર્તુળ** કહે છે. જે બિંદુ કંપાસના લોખંડના અગ્ર ભાગ નીચે સ્થિર રહે છે તે વર્તુળનું મધ્યબિંદુ છે. પરિધનું કોઇ પણ બિંદુ મધ્યબિંદુથી સમાન અંતરે છે અને વ્યાસ મધ્યબિંદુમાંથી થઇ પરિધ સુધી બન્ને બાજુ જઇ અટકે છે. આ પ્રમાણે કોઇ પણ વ્યાસથી વર્તુળના બે અર્ધવર્તુળ થઇ શકે છે. તેને જો એકેક ઉપર ગોઠવીએ તો બરાબર મળી જઇ બન્ને એકેક સાથે સરખા છે એમ માલમ પડશે.



પાસેની આકૃતિમાં **म** મધ્ય બિંદુ છે; **अबकड** વક્ર લીટી પરિધ છે; **अबकड** સફાઇ વર્તુળ છે. **अक** વ્યાસ છે; **अब** જ્યા છે. **अम, कथ, बम**, દરેક ત્રિજ્યા છે. **अइबअ** તથા **अब कडअ** ખંડ છે અને **अमबइअ** તથા **अमबकडअ** વૃત્તખંડ છે. **अडकअ** તથા **अबकअ** અર્ધવર્તુળ છે. **अइब** વક્ર લીટી નાનું કૌંસ છે અને **अडकब** વક્ર લીટી મોટું કૌંસ છે.

ઉપલી સમજુતિ ઉપરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે કોઈ પણ વર્તુળમાં:—

(૧) સઘળી ત્રિજ્યાઓ સરખી છે.

(૨) દરેક વ્યાસ કોઇ પણ ત્રિજ્યાથી બમણો છે.

(૩) સઘળા વ્યાસો સરખા છે.

વ્યા૦ ૩૩—જે વર્તુળોનું મધ્ય બિંદુ એકજ હોય તેને **સમકેંદ્ર વર્તુળો** કહે છે. ઉપર **अबकड** અને **यरफ** સમકેંદ્ર વર્તુળો છે.

પ્રયોગ ૧૪—બે કાગળના કટકામાં ટાંકણી મારી સરખી ત્રિજ્યાના બે વર્તુળો કાપો. એકમાંથી ટાંકણી કાઢી નાખી બીજાની ટાંકણી તેના મધ્ય બિંદુમાંથી જવા દો તો બન્ને વર્તુળો બરાબર મળી જાય છે. તેથી

સરખી ત્રિજ્યાના વર્તુળો બરાબર છે.

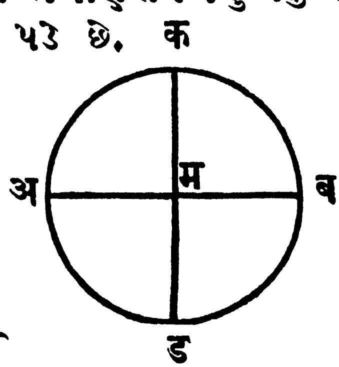
નોટ—જે આકૃતિઓ સફાઈની સરખી જગ્યા રોકે તેઓ **ક્ષેત્રફળમાં** સરખી છે એમ કહેવાય છે.

પ્રયોગ ૧૫—બે કાગળના કટકામાં ટાંકણી મારી જુદી જુદી ત્રિજ્યાના (૧" અને ૨") બે વર્તુળો કાપો. એકને બીજાની ઉપર મધ્ય બિંદુ સાથે રાખી મૂકો, તો જે વર્તુળની ત્રિજ્યા મોટી છે તે તદ્દન બીજાની બહાર છે. (જુઓ આકૃતિ પાને ૨૯ મે) તેથી

સમકેંદ્ર વર્તુળોમાં મોટી ત્રિજ્યાનો વર્તુળ નાની ત્રિજ્યાના વર્તુળને છેદતો નથી.

પ્રયોગ ૧૬—કોઈ પણ **म** મધ્ય બિંદુવાળો ૧" ત્રિજ્યાનો એક વર્તુળ દોરો. **अ** કોઇ પણ બિંદુ લો. **म** મધ્યબિંદુ લઇ **मअ** ત્રિજ્યાથી એક બીજો વર્તુળ દોરો. જો **मअ**, ૧" થી નાની હશે તો **अ** અંદર પડશે(પ્ર૦૧૫). અને **मअ**=૧" હોય તો **अ** પરિધિ ઉપર પડશે. (પ્ર૦ ૧૪) તેથી

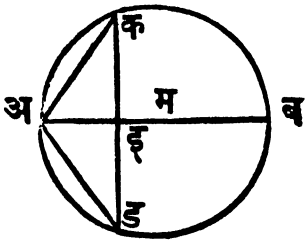
જે પ્રમાણે મધ્યબિંદુથી એક બિંદુનું અંતર ત્રિજ્યાથી વધારે, ઓછું અથવા બરાબર હોય, તે પ્રમાણે તે બિંદુ વર્તુળની બહાર, અંદર અથવા પરિધિ ઉપર પડે છે.



પ્રયોગ ૧૭—**अकड** કોઇ પણ વર્તુળ લો. **अब** તેનો વ્યાસ દોરો; બેવડ વાળીને **मक** ⊥ **अब** દોરો; જો આકૃતિને **अब** ઉપર બેવડ વાળીએ તો ∠ **अमक**=∠**अमड** અને **मक** = **मड** = ત્રિજ્યા. તેથી **क, ड** ઉપર પડશે. અને **अब** વ્યાસ ગમે તેમ લઇ શકાય છે તેથી **क** હંમેશાં સામેના પરિધ ઉપર કોઈ પણ બિંદુ ઉપર પડશે. તેથી

अब, વર્તુળના બે સરખા ભાગ કરે છે. અથવા વ્યાસ વર્તુળના બે સમાન ભાગ કરે છે.

વ્યા૦ ૩૪—જો કોઇ આકૃતિને તેની અંદર આવેલા બિંદુ, લીટી અથવા સફાઇ ઉપર વાળવાથી તેના બન્ને ભાગો બરાબર મળી જાય તો તેને **સમ્મિત રૂપ આકૃતિ** કહે છે. **अब**ની ઉપર **अकबड** વર્તુળ સમ્મિત રૂપ છે.



પ્રયોગ ૧૮—अबक વર્તુળ દોરો. **अब** વ્યાસ લો. **अब ⊥ कइड** વાળો. **अब** ઉપર વર્તુળને બેવડ વાળો, તો **अकब, अडब** ઉપર પડશે (પ્ર૦ ૧૭) અને∠ **अइक**=૧ L =∠ **अइड** અને **इ**, **अब** ઉપર હોવાથી સ્થિર છે તેથી **इक, इड** ઉપર પડશે અને **क, ड** ઉપર પડશે, કારણ કે એ બન્ને પરિઘ ઉપર છે. તેથી **इक=इड**, અને **कड**ના મધ્યબિંદુ **इ** આગળ એકજ લંબ દોરી શકાય છે. (પ્ર૦ ૧૩)

વળી **कड** જ્યાના મધ્યબિંદુ **इ**માંથી **कड ⊥ अब** દોરો, આકૃતિને બેવડ વાળો તો **अक, अड** સાથે મળી જશે અને **अब** સ્થિર છે.

∴ **अब** વ્યાસ ઉપર વર્તુળ સમ્મિત રૂપ છે.

અને તેજ પ્રમાણે **इ**માંથી **अइब** વ્યાસ દોરીએ તો **इक, इड** સાથે મળી જશે; તેથી

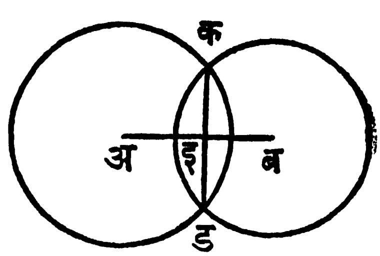
(૧) જ્યાને લંબ પડતો વ્યાસ તેને દુભાગે છે.

(૨) જ્યાને દુભાગનાર વ્યાસ તેના ઉપર લંબ છે.

(૩) જ્યાને દુભાગનાર લંબ વર્તુળનો વ્યાસ છે.

નોટ—ઉપલી આકૃતિમાં **क,ड** એક બીજાના **પ્રતિબિંદુ** કહેવાય છે.

પ્રયોગ ૧૯—अ, ब મધ્યબિંદુવાળા બે વર્તુળો દોરો; **अब** તેની સામાન્ય વ્યાસ લીટીછે; તેઓને **क, ड** માં છેદવા દો.



જો (अ) વર્તુળ **कब** ઉપર બેવડ વાળીએ. તો **क** સામેના પ્રતિબિંદુ ઉપર પડશે અને (ब) વર્તુળને **बअ** ઉપર બેવડ વાળીએ તો **क** સામેના પ્રતિબિંદુ ઉપર પડશે.

∴ **क, ड** ઉપરજ પડશે.

∵ **क, ड** બન્ને વર્તુળનાં સામાન્ય બિંદુ છે.

∴ **कइ=डइ**
અને ∠**कइअ**=∠**डइअ**

∴ **अब ⊥ कड**.

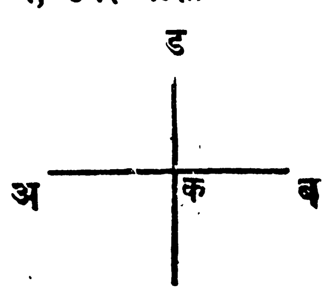
તેથી, **બે વર્તુળોનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી તેની સામાન્ય જ્યાને કાટખૂણે દુભાગે છે.**

પ્રયોગ ૨૦–अब કોઈ પણ સીધી લીટી લો. તેને બેવડ વાળી **क** માં દુભાગો. **कड ⊥ अब** દોરો. **कड** માં કોઈ પણ બિંદુ **ड** લો; જો આકૃતિને **कड** ઉપર બેવડ વાળીએ તો **अ, ब,** ઉપર પડશે.

∵ ∠**अकड**=∠**बकड**

∴ **डअ=डब**

∴ **કોઈ પણ લીટીના દુભાગનાર લંબ ઉપરનું દરેક બિંદુ તે લીટીના છેડાથી સમાન અંતરે છે.**



વળી જેવું કોઇ પણ એવું બિંદુ હોય કે **इअ=इब**, તો **इ** મધ્ય બિંદુ લઇ **इअ** ત્રિજ્યાથી દોરેલો વર્તુળ **अ, ब**માંથી જશે.

∴ **कइ**, **अब**ને કાટખૂણે દુભાગે છે. (પ્ર૦ ૧૭)

∴ **બે બિંદુથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન તે બિંદુઓને સાંધનારી લીટીનો દુભાગનાર લંબ છે.**

વર્તુળ ઉપરના પ્રશ્નો.

૧. કોઇ પણ વર્તુળના **ल** મધ્યબિંદુમાંથી **अब**,**कड** વ્યાસો કાટખૂણે દોરો અને **अ**, **क**, **ब**, **ड** વ્યાસના છેડા અનુક્રમે સાંધી **अक**, **कब**, **बड**, **डअ** માપો. અને **अ**, **क**, **ब**, **ड** ખૂણાઓ માપો; શું અનુમાન કરો છો?

૨. **लअ** અને **लब** ત્રિજ્યાના **अ** અને **ब** બિંદુ સાંધો અને ∠**अ** અને ∠**ब** માપો; શું અનુમાન કરો છો?

૩. **लअ**, **लब**, **लक**, **लड**, **लफ** ત્રિજ્યા દોરી **अब**;**बक**, **कड**, **डफ**, **फअ** દોરી એ લીટીની ઉપરના ખૂણા માપી શું અનુમાન કરો છો?

૪. **अब** વ્યાસના **अ**, **ब** છેડાઓ પરિધ ઉપર **क** બિંદુ જોડે સાંધી ∠**अकब** માપો. શું અનુમાન કરો છો?

૫. **अब** જ્યાના **अ** અને **ब** છેડાઓ મોટા કાંસના કોઇ પણ **क** બિંદુ સાથે સાંધી ∠**अकब** માપો; શું અનુમાન કરો છો?

૬. પ્રશ્ન ૫માં મોટા કાંસને બદલે નાનું કાંસ લઇ ખૂણાનું માપ કાઢી દશ જુદી જુદી રીતે નાના કાંસ ઉપર બિંદુઓ લઇ ખૂણાનાં માપ સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો?

૭. એક વર્તુળમાં **लअ** ત્રિજ્યા, **बलक** વ્યાસ અને **बअ** જ્યા દોરો. ∠**अलक** અને ∠**अबल** ખૂણા માપો. શું અનુમાન કરો છો?

૮. એક વર્તુળના પરિધ ઉપર ચાર બિંદુ **अ**,**ब**,**ड**,**क** અનુક્રમે લો અને **अल**, **बल** ત્રિજ્યા, **अक**, **बक**, **अड**, **बड** જ્યા દોરો. ∠**अकब**, ∠**अडब** અને ∠**अलब** માપો. શું અનુમાન કરો છો?

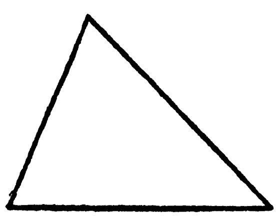
૯. બે સમકેન્દ્ર વર્તુળોમાં બે સામાન્ય ત્રિજ્યાઓ દોરી પરિધની વચ્ચેના ત્રિજ્યાના ભાગને માપો. શું અનુમાન કરો છો ?

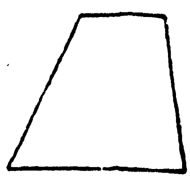
§ ૪. સીધીલીટીઆકૃતિ.

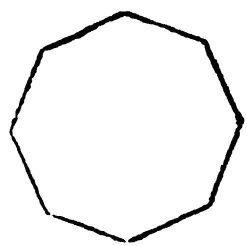
વ્યા૦ ૩૫—જે આકૃતિ ફક્ત સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી છે તેને **સીધીલીટીઆકૃતિ** કહે છે.

વ્યા૦ ૩૬—ત્રણ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **ત્રિકોણ** કહે છે. (ત્રિકોણ = $\triangle$.)

વ્યા૦ ૩૭—ચાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **ચતુષ્કોણ** કહે છે.


ત્રિકોણ.


ચતુષ્કોણ.


અષ્ટકોણ.

વ્યા૦ ૩૮—પાંચ, છ, સાત, આઠ, નવ, દશ અને બાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને અનુક્રમે **પંચકોણ**, **ષટ્કોણ**, **સપ્તકોણ**, **અષ્ટકોણ**, **નવકોણ**, **દશકોણ**, અને **દ્વાદશકોણ**, કહે છે.

વ્યા૦ ૩૯—સામસામેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી **કર્ણ-લીટીઓ** કહેવાય છે.

પાછળ બતાવ્યા પ્રમાણે સીધી લીટી એ કોઇ પણ બે બિંદુની વચ્ચે ટુંકામાં ટુંકું અંતર છે ત્યારે સ્પષ્ટ થાય છે કે કોઇ પણ સીધીલીટી આકૃતિ બેજ સીધી લીટીથી બની શક્તી નથી; યા કોઇ પણ સીધીલીટી આકૃતિમાં ઓછામાં ઓછી ત્રણ સીધી લીટીની જરૂર છે. તેથી સીધીલીટી આકૃતિઓમાં ત્રિકોણ એ સૈાથી સહેલી આકૃતિ છે અને બીજી આકૃતિનું પૃથક્કરણ ત્રિકોણોમાં સહેલાઇથી થઇ શકે છે. સીમાની સીધી લીટીઓ હંમેશાં **બાજુ** કહેવાય છે. અને બાજુઓના સરવાળાને **પરિમિતિ** કહે છે. જો કોઈ પણ બહુકોણ (ઘણી સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિ) માં સર્વે ખૂણાઓ અને બાજુઓ સરખાં હોય તો તેને "**સમ કે નિયમિત બહુકોણ**" કહેવામાં આવે છે.એ સિવાય બાકીના બહુકોણ "**વિષમકોણ**" કહેવાય છે. " સામસામેનાં શિરોબિંદુ " માં એકજ સીધી લીટી ઉપર આવેલાં બિંદુઓ લઈ શકાતાં નથી; જો કે તેઓ એક અર્થમાં સામે હોય છે તો પણ ભૂમિતિમાં તે પ્રમાણેનો અર્થ લેવામાં આવ્યો નથી.

(૧). જે સીધીલીટીઆકૃતિમાં સર્વ બાજુ સરખી હોય તેને **સમબાજુસીધીલીટીઆકૃતિ** કહે છે.

(૨) જે સીધીલીટીઆકૃતિમાં સર્વ ખૂણાઓ બરાબર હોય તેને **સમકોણસીધીલીટીઆકૃતિ** કહે છે. અને

(૩) જેમાં સર્વ બાજુ અને સર્વ ખૂણાઓ સરખા હોય તેને **સમકોણબાજુસીધીલીટીઆકૃતિ** કહે છે.

આગળ જતાં માલમ પડશે કે અંતર્ગામી ખૂણો ન હોય એવી આકૃતિમાં જો બધા ખૂણા સરખા હોય તો બધી બાજુઓ સરખી હોવી જોઇએ. અને એવી આકૃતિમાં સરખી બાજુઓની એકી સંખ્યા હોય તો ખૂણા પણ સરખા હોય છે.

સીધીલીટીઆકૃતિ ઉપરના પ્રશ્નો.

૧. ગમે તે એક Δ બનાવી તેનાં ખૂણા અને બાજુઓનાં માપ લેા.

૨. દશ ત્રિકોણના ખૂણાનાં માપ લઇ નીચેના કોષ્ટકમાં લખો.

ત્રિકોણ	૧	૨	–	–	–	–	–
ખૂણા			–	–	–	–	–
સરવાળો			–	–	–	–	–

ત્રિકોણના ખૂણાનો શો સંબંધ છે તે આ ઉપરથી કહો.

૩. ચતુષ્કોણના ખૂણા માપી શો સંબંધ છે તે કહો.

૪. એક ચતુષ્કોણના ત્રિકોણો બનાવી પ્રશ્ન ૨ ની મદદથી ચતુષ્કોણના ખૂણાનો સંબંધ કહો.

૫. ૧૨૦°નો એક ખૂણો કરો. ૨"ની શાખા લીધી રહેવા દઇ તેના બીજા છેડા ઉપર ૧૨૦°ના ખૂણાઓ કરી પાછી ૨" શાખા લીટી રહેવા દઈ એ પ્રમાણે બહુકોણ કરો. તમારો બહુકોણ નિયમિત છે કે નહિ ? હોય તો બાજુનાં માપ લેા.

૬. પ્રશ્ન ૫માં ૧૨૦°ને બદલે નીચેના ખૂણાઓ લેા.

(૧) ૬૦°; (૨) ૭૫°; (૩) ૯૦°; (૪) ૧૦૫°; (૫) ૧૩૫°;
(૬) ૧૫૦°; (૭) ૧૬૫°.

૭. ૬૦°ના ૭ ખૂણાઓ કરી દરેક શાખાલીટી ૧" રાખી એકજ શિરોબિંદુ આગળ ગોઠવો. શાખાલીટીના બહારના છેડાઓ સાંધી કેવી આકૃતિ થાય છે તે ખૂણા તથા બાજુ માપી કહો.

૮. પ્રશ્ન ૭મામાં ૬૦°ને બદલે ૪૫°નો ખૂણો (દરેક) લઇ એક બહુકોણ બનાવો.

૯. પ્રશ્ન ૭મામાં ૬૦°ને બદલે નીચેના ખૂણા લેા:—

૪૦°, ૩૬°, ૩૦°, ૨૪°, ૨૦°, ૧૮°, ૧૫°, ૧૨°, ૧૦° અને ૮°.

§ ૫. ત્રિકોણ.

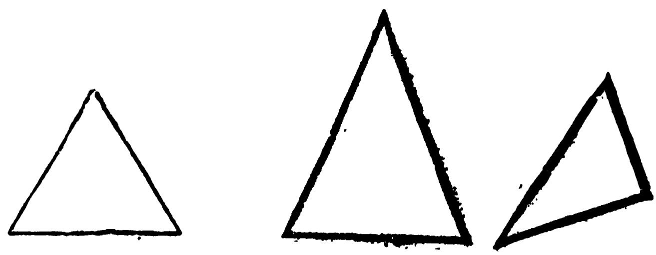
△ **अबक** ≡ △ **डइफ** એટલે **अबक** △ અને **डइफ** △ સર્વ સમાન છે.

અ > બ = અ, બથી મોટી છે. બ < અ = બ, અથી નાની છે.

વ્યા૦ ૪૦—જે ત્રિકોણમાં ત્રણ બાજુ સરખી હોય તેને **સમબાજુ ત્રિકોણ** કહે છે.

વ્યા૦ ૪૧—જે ત્રિકોણમાં બે બાજુ સરખી હોય તેને **સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ** કહે છે.

વ્યા૦ ૪૨—જે ત્રિકોણમાં કોઈ પણ બાજુ બીજીની બરાબર ન હોય તેને **વિષમબાજુ ત્રિકોણ** કહે છે.

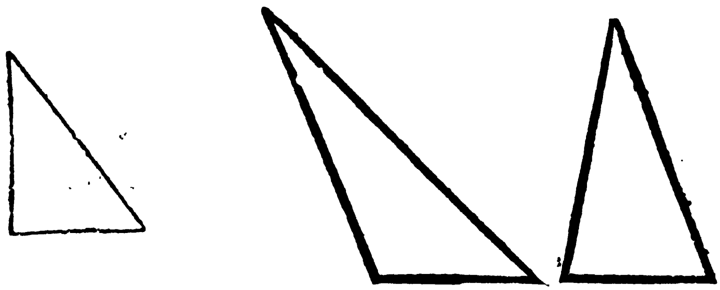


સમબાજુ ત્રિકોણ. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ. વિષમબાજુ ત્રિકોણ.

વ્યા૦ ૪૩—જે ત્રિકોણમાં એક ખૂણો કાટખૂણો હોય તેને **કાટખૂણ ત્રિકોણ** કહે છે.

વ્યા૦ ૪૪—જે ત્રિકોણમાં એક ખૂણો પહોળો ખૂણો હોય તેને **અતિકાટખૂણ કે પહોળખૂણ ત્રિકોણ** કહે છે.

વ્યા૦ ૪૫—જે ત્રિકોણમાં ત્રણે ખૂણા સાંકડા ખૂણા હોય તેને **ઉનકાટખૂણુ કે સાંકડખૂણુ ત્રિકોણ** કહે છે.



કાટખૂણુ ત્રિકોણ. પહોળખૂણુ ત્રિકોણ. સાંકડખૂણુ ત્રિકોણ.

વ્યાખ્યા ૪૧, વ્યાખ્યા ૪૦માં એક અર્થમાં આવેલી છે; અને વ્યાખ્યા ૪૩ તથા ૪૪ની આકૃતિમાં સાંકડા ખૂણા છે તો પણ તે ત્રિકોણો સાંકડખૂણુ કહેવાતા નથી, કારણ કે વ્યાખ્યા ૪૫ ઉપરથી માલમ પડશે કે સાંકડખૂણુ ત્રિકોણમાં ત્રણે ખૂણા સાંકડા હોવાજ જોઇએ. આગળ જતાં માલમ પડશે કે જો એક ત્રિકોણમાં કોઇ પણ ખૂણો કાટખૂણો હોય અથવા પહોળો ખૂણો હોય તો બાકીના બન્ને ખૂણા સાંકડા ખૂણા હોવાજ જોઇએ.

સપાટ સફાઇમાં દોરેલી આકૃતિને જ્યારે ખસેડવી હોય ત્યારે પાતળા અથવા તેલીઆ કાગળ પર તેની નકલ કરવામાં આવે છે અને આ નકલ કરેલી આકૃતિને વાળી શકાય છે અથવા બીજી ઉપર ઉંચકીને મૂકી શકાય છે.

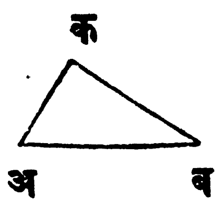
વ્યા૦ ૪૬—જ્યારે એક આકૃતિને ઉંચકીને બીજી પર મૂકવામાં આવે છે ત્યારે જે રીત વાપરવામાં આવે છે તેને **સ્થાનોપરિ** કે **સમાધાન સ્થિતિ** કહે છે.

આ સ્થાનોપરિસ્થિતિ પરથી માલમ પડી આવે છે કે બન્ને આકૃતિઓ

બરાબર મળી જાય છે કે નહિ અને ભૂમિતિ કાર્યમાં સાબિતીની આ રીત સહેલામાં સહેલી અને સાદામાં સાદી છે.

વ્યા૦ ૪૭—જ્યારે સ્થાનોપરિ સ્થિતિમાં બે આકૃતિઓ બરાબર મળી જાય છે ત્યારે તેઓ **સર્વસમાન** કહેવાય છે.

વળી બે બિંદુઓને સાંધનારી સીધી લીટી એ તેઓની વચ્ચે ટુંકામાં ટુંકું અંતર છે.



∴**अबक** $\triangle$ માં **अक** + **बक** > **अब**

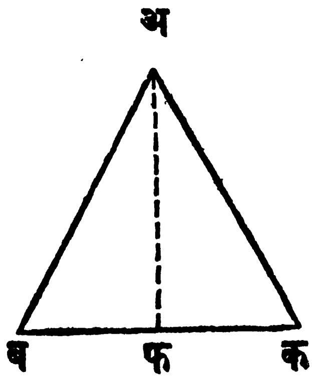
∴કોઈ પણ $\triangle$ માં બે બાજુ મળી ત્રીજી કરતાં મોટી છે.

૪૦ થી ૪૫ મી વ્યાખ્યાઓથી સ્પષ્ટ થશે કે કોઇ પણ સીધી લીટી આકૃતિની માફક ત્રિકોણના પણ બાજુ પ્રમાણે ત્રણ વિભાગ અને ખૂણા પ્રમાણે ત્રણ વિભાગ થઇ શકે છે.

કોઈ પણ ત્રિકોણમાં ગમે તે એક બાજુ **પાયા** તરીકે લેખી શકાય, પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં **સમ બાજુ સિવાયની ત્રીજી બાજુ** સામાન્ય રીતે **પાયો** ગણાય છે; અને બીજા કોઇ પણ ત્રિકોણમાં ક્ષિતિજની સમાન્તર બાજુ પાયા તરીકે ગણાય છે. પાયાની સામેના બિંદુને ત્રિકોણનું **શિરોબિંદુ** કહે છે. કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કાટખૂણાની સામેની બાજુને **કર્ણ** કહે છે. તેમજ કોઇ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુને પાયાના મધ્યબિંદુની જોડે સાંધનારી સીધી લીટી **મધ્યગા** કહેવાય છે. વળી કોઇ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુ આગળના અંદરના ખૂણાને "શિરોબિંદુ આગળનો" ખૂણો કહે છે. અને પાયા આગળના અંદરના ખૂણાને "પાયા ઉપરના ખૂણા" કહે છે. અને બાજુને લંબાવતાં પાયા સાથે થતા ખૂણાને "પાયાની બહારના ખૂણા" કહે છે.

ત્રિકોણની આકૃતિ ઉપરથી સ્પષ્ટ થશે કે કોઇ પણ ત્રિકોણમાં હંમેશાં ૭ તત્ત્વો હોવાં જોઇએ—ત્રણ બાજુ અને ત્રણ ખૂણા. જો કોઇ પણ બે ત્રિકોણમાં બાજુઓ અનુક્રમે એકેકની બરાબર હોય તો તેઓ **અરસપરસ સમબાજુ** ત્રિકોણ કહેવાય છે. પણ કોઈ પણ બે ત્રિકોણમાં

ફક્ત ખૂણાઓજ અનુક્રમે સરખા હોય તો તે **અરસપરસ સમકોણ** ત્રિકોણો કહેવાય છે. આગળ જતાં માલમ પડશે કે અરસપરસ સમબાજુ ત્રિકોણો અરસપરસ સમકોણ પણ છે પણ તેથી ઉલટો સિદ્ધાંત હંમેશાં સત્ય નથી. જો કોઈ પણ બે ત્રિકોણને એવી રીતે ગોઠવીએ કે એક ત્રિકોણનાં સર્વ છ તત્ત્વો બીજાનાં છ તત્ત્વો ઉપર બરાબર અનુક્રમે લઈ મળી જાય (એટલે ત્રિકોણો પણ બરાબર એકેક ઉપર મળી જાય) તો તેવા ત્રિકોણો **સર્વ સમાન ત્રિકોણો** કહેવાય છે. આવી રીતે ત્રિકોણની સ્થાનોપરિ સ્થિતિ કરતી વખતે સર્વ સરખા ખૂણા સરખી બાજુની સામેનાજ અનુક્રમે હોવા જોઇએ અને સરખી બાજુઓ સરખા ખૂણાની સામેનીજ અનુક્રમે



હોવી જોઇએ. આ સ્થાનોપરિ સ્થિતિ ગમે તે આકૃતિઓની થઈ શકે છે. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં એક શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર કાટખૂણે દોરેલી લીટી તે બાજુ ઉપર **લંબ** કહેવાય છે. પાસેની આકૃતિમાં **अफ, बक** ઉપર લંબ છે.



પ્રયોગ ૨૧—કોઇ પણ સપાટ સફાઇમાં ત્રણ બિંદુઓ લો. **अब** દોરો. તો **अब** ઉપર સફાઇના એક ભાગને બીજા ભાગ ઉપર વાળી શકાશે.

अ,बને ટાંકણી મારી સ્થિર કરો. **क**માં પણ ટાંકણી મારો. તેથી **अब, बक, कअ** ત્રણે સ્થિર છે. તેથી **अब**ની **क** તરફની સફાઇ ઉંચકી શકાશે નહિ; તેજ પ્રમાણે **बक**ની **अ** તરફની સફાઈ ઉંચકી શકાશે નહિ અને **अक**ની **ब** તરફની સફાઇ પણ ઉંચકી શકાશે નહિ.

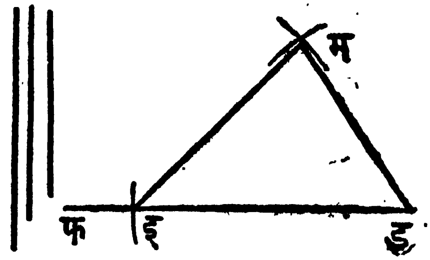
∴ अबक △નું મહત્ત્વ બદલાશે નહિ. ∴ अबक △ ચોક્કસ થયો.

અને એજ પ્રમાણે ત્રણથી વધારે બિંદુ લઇએ તો તે બિંદુઓને અનુક્રમે સાંધવાથી થતી સીધી લીટી આકૃતિ પણ સ્થિર થશે. તેથી

(૧) સપાટ સફાઈમાં બે બિંદુઓ સ્થિર હોય તો સફાઈ તે બિંદુની વચ્ચેની સીધી લીટી ઉપર બેવડ વાળી શકાય છે.

(૨) સપાટ સફાઈમાં એકલીટીસ્થાયી નહિ એવાં ત્રણ અથવા વધારે બિંદુઓ સ્થિર હોય તો તે સફાઈ ખસેડી શકાતી નથી અને તે બિંદુઓની વચ્ચેનો સફાઈનો ભાગ મહત્ત્વમાં ચોક્કસ થાય છે.

પ્રયોગ ૨૨—अ,ब,क ત્રણ લીટી-લો. अ=डइ કાપો. इ મધ્યબિંદુ લઇ ब ત્રિજ્યાથી વર્તુળ દોરો અને ड મધ્ય બિંદુ લઈ क ત્રિજ્યાથી વર્તુળ દોરો; આ વર્તુળો જો म માં છેદે તો



मडइ △ની બાજુઓ અનુક્રમે अ, ब, क બરાબર છે.

વળી ड, इ, म બિંદુઓ સ્થિર છે. તેથી डइम △નું મહત્ત્વ સ્થિર છે.

∴ આ ત્રણ અંગવાળા સઘળા △ ઓ બરાબર છે (પ્ર० ૨૧)

∴ બે ત્રિકોણમાં જો એકની ત્રણ બાજુ અનુક્રમે બીજાની ત્રણ બાજુની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો સર્વસમાન છે.

વળી ઉપલા પ્રયોગમાં ब ત્રિજ્યાનો વર્તુળ डक ને ग માં અને क ત્રિજ્યાનો વર્તુળ डक ને र માં છેદે અને જો આ વર્તુળો અરસ પરસ ન છેદે તો △ અશક્ય છે. અને डइ > डर + इग

∴ अ > ब + क

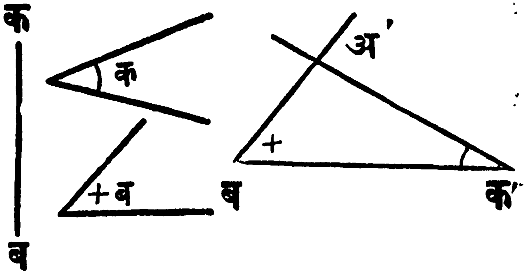
∴ બે લંબાઈઓ મળી ત્રીજી કરતાં નાની હોય તો આટ અંગવાળો ત્રિકોણ અશક્ય છે. અને ઉલટું

કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુ મળી ત્રીજી કરતાં મોટી છે, અને તેથી

બે બિંદુ વચ્ચે સીધી લીટી એ તેનું ટુંકામાં ટુંકું અંતર છે.

પ્રયોગ ૨૩—**बक**, ∠**ब**, ∠**क** લો. **बक**=**ब' क'** કરો. ∠**ब**= ∠**ब'** કરો (નકલ કરીને કે પ્રોટ્રૅક્ટરથી) અને ∠ **क**=∠**क'** કરો. જો **ब' अ'**, **क' अ'**, **अ'**, માં મળે તો **अ' ब' क'** Δ નાં **अ'**, **ब'**, **क'**, સ્થિર છે.

∴ Δ **अ' ब'क'**નું મહત્ત્વ સ્થિર છે.



∴ આ અંગવાળા બધા Δઓ બરાબર છે.

∴ જો બે ત્રિકોણોમાં એકના બે ખૂણા બીજાના બે ખૂણાની બરાબર હોય અને તેઓની પાસેની બાજુઓ બરાબર હોય તો ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે.

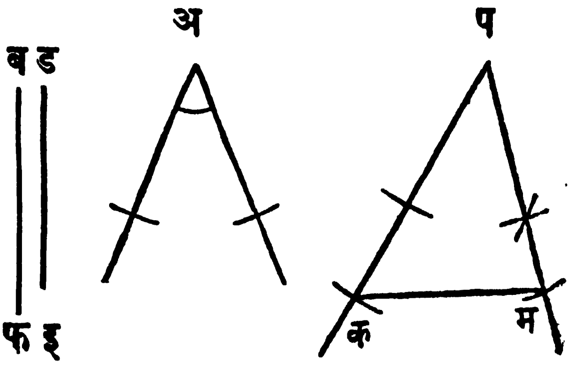
પ્રયોગ ૨૪—**बफ**, **डइ**.

∠**अ** લો; ∠**अ**=∠**प** કરો.

बफ=**पक** અને

डइ=**पम** કરો. **मक** સાંધો. તો

प,**म**,**क**, શિરોબિંદુઓ સ્થિર છે.

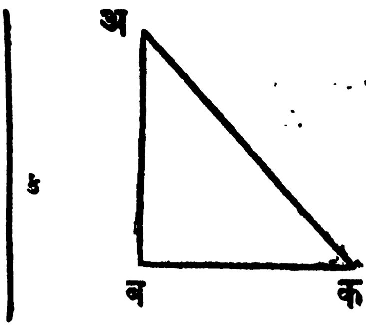


∴ **पमक** Δ સ્થિર છે. ∴ તેનું મહત્ત્વ ચોક્કસ છે.

∴ આ અંગવાળા બધા Δ ઓ બરાબર છે.

∴ બે ત્રિકોણોમાં એકનાં બે બાજુ અને અંતર્ખૂણો અનુક્રમે બીજાનાં બે બાજુ અને અંતર્ખૂણાની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે.

પ્રયોગ ૨૫—**अब**, ક, લો. **अब** ⊥ **बक** દોરો.

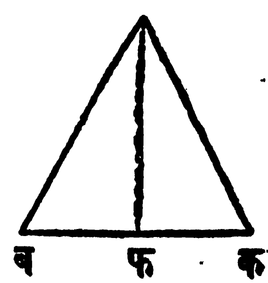


अ મધ્ય બિંદુ લઇ ક ત્રિજ્યાથી વર્તુળ દોરો; જો આ વર્તુળ **बक**ને **क**માં છેદે તો **अक** સાંધો.

∴ Δ**अबक**ના **अ**, **ब**, **क** શિરોબિંદુઓ સ્થિર છે.

∴ **अबक** Δ સ્થિર છે. ∴ આ અંગવાળા બધા Δઓ બરાબર છે.

∴ બે કાટખૂણ ત્રિકોણોમાં જો એક બાજુ અને કર્ણ અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે.

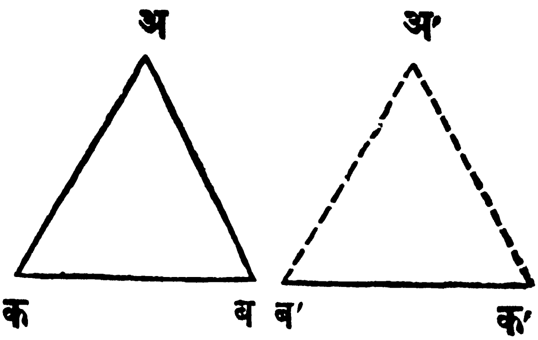


પ્રયોગ ૨૬—**कबक** સમદ્વિબાજુ Δ લો; ∠**अ**ને **अफ**થી દુભાગો. **अफ** ઉપર **अकब** Δ બેવડ વાળો તો ∠ **कअफ** =∠ **बअ फ** અને **अक**=**अब** ∴ **क**, **ब** ઉપર પડશે. અને **कब** સીધી લીટી છે અને **फ** તેમાં સ્થિર છે.

∴ ∠**क**, ∠ **ब** ઉપર પડશે. ∴ ∠**क**= ∠**ब**; તેથી

(૧) સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણમાં પાયા ઉપરના ખૂણા બરાબર છે.

(૨) સમબાજુ ત્રિકોણ સમકોણ છે.



પ્રયોગ ૨૭—बक લો અને ∠ ब= ∠ क કરો; बअ, कअने अमां મળવા દો; अबक Δ કાપી કાઢો અને ઉલટાવીને अ'क'ब' Δ કાપેલામાં ગોઠવો.

∴ ∠ ब= ∠ क' અને क बक=क'ब'

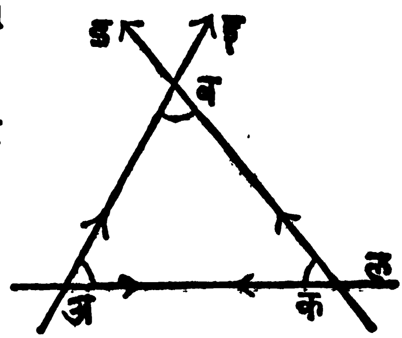
∴ કાપેલા Δનું શિરોબિંદુ अ પણ મૂળ શિરોબિંદુ अ' પર પડશે.

अब=अ'क'=अक.

∴ (૧) એક ત્રિકોણમા જો બે ખૂણા બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે. અને (૨) સમકોણ Δ સમબાજુ છે.

પ્રયોગ ૨૮—अबक Δ લો; अकની દિશામાં (ધ.રો.કે) એક તીર મૂક્યો છે. આ તીરને अब ની દિશામાં ફેરવો.

∴ તીર ∠अમાંથી પરિવર્ત્તન કરે છે. આ તીરને बइ ઉપર લાવી પાછું बड ની દિશામાં ફેરવી મૂકો.



∴ તીર આ વખતે ∠डबइ માંથી પરિવર્તન કરે છે.

એટલે તીર ∠अबकમાંથી ફરે છે.

∴ કુલ્લે પરિવર્તન= ∠अ + ∠ब (अबक). વળી આ તીરને ખસેડી कब ઉપર મૂકો અને તેને कख દિશામા ફેરવી મૂકો.

∴ તે ∠कમાંથી પરિવર્તન કરે છે.

∴ એકંદર પરિવર્તન=∠अ+∠ब+∠क;

પણ તીરની પહેલી દિશા અને છેલ્લી દિશા વિરૂદ્ધ છે.

∴ તેણે બે કાટખૂણામાંથી પરિવર્તન કર્યું છે. (પ્ર૦ ૮)

∴ ∠अ+∠ब+∠क=૨ કાટખૂણા

∴ કોઈ પણ ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે.

પ્રયોગ ૨૯—વળી ઉપલી આકૃતિમાં अ આગળથી ખસેડી क આગળ कल દિશામાં તીર લાવો; અને તેને ફેરવી कब દિશામાં મૂકો તો તે ∠ लकब માંથી પરિવર્તન કરશે.

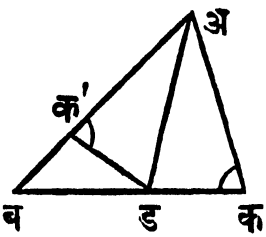
પણ તેણે कब દિશામાં અને क આગળ આવતાં (∠अ + ∠ब) માંથી પરિવર્તન કર્યું છે.

∴ ∠अ+∠ब = ∠ बकल. અને ∠ बकल > ∠अ અથવા ∠ब.

∴ કોઈ પણ ત્રિકોણનો બહારનો ખૂણો માંહેના સામેના બે ખૂણાની બરાબર છે અને તે માંહેના સામેના કોઈ પણ ખૂણાથી મોટો છે.

પ્રયોગ ૩૦—अबक કોઈ પણ △ માં अब > अक છે. △ ને એવડ વાળો અને अकને अब ઉપર अक' માં પડવા દો.

∴ ∠ क=∠अक'ड



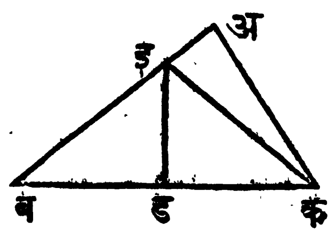
પણ ∠क' > ∠ ब (પ્ર૦ ૨૯)

∴ ∠ क > ∠ ब

∴ કોઈ પણ △ માં મોટી બાજુની સામેનો ખૂણો નાની બાજુની સામેના ખૂણા કરતાં મોટો છે.

પ્રયોગ ૩૧—अबक △માં ∠क > ∠ ब લો. અને ब,क ઉપર પડે તેમ △ને इड ઉપર એવડ વાળો, તો बइ, कइ ઉપરજ પડશે.

વળી △ अइकમાં



अइ+इक>अक (પ્ર૦ ૩૦)

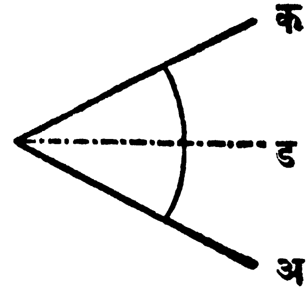
∴ अइ+इब>अक

∴ अब > अक.

∵ अइ+इब=अब

∵ કોઈ પણ △માં મોટા ખૂણાની સામેની બાજુ નાના ખૂણાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે.

પ્રયોગ ૩૨–∠**अबक** લો; **अब**ને એવડ વાળી **बड** થી ∠**ब** દુભાગો. અને **बड** ઉપર ∠ ને એવડ વાળો તો **बअ**, **बक** સાથે મળી જશે.

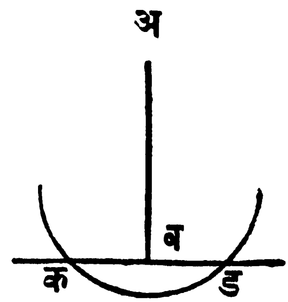


જો **बड**ના કોઇ પણ બિંદુમાંથી **बअ** ઉપર લંબ દોરીએ તો તે એવડ વાળેલી સ્થિતિમાં **बक** ઉપર પણ લંબ થશે.

∴ **बड**ના કોઇ પણ બિંદુમાંથી **बअ**, **बक** ઉપર દોરેલા લંબ સરખા છે. એટલે કે આકૃતિ ઉકેલી નાખીએ ત્યારે બન્ને લંબ બરાબર છે; વળી ∠ **अबक** ની દુભાગનાર લીટી એકજ છે.

∴ બે અરસપરસ છેદતી સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુઓનું નિધાન તેની વચ્ચેના ખૂણાને દુભાગનાર લીટી છે.

પ્રયોગ ૩૩—**कड** કોઇ પણ લીટી લો અને **अ** તેની બહાર એક બિંદુ લો. **अक** ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો તો તે **कड**ને **ड**માં છેદશે. જો **अब** ⊥ **कड** હોય તો **कब**=**बड** (પ્ર૦ ૧૮)



અને **ब**, વર્તુળની અંદર છે.

∴ **अक** > **अब**

∴ (૧) બહારના કોઇ પણ બિંદુમાંથી કોઈ એક સીધી લીટી ઉપર દોરેલી લંબ એ તેનું ટુંકામાં ટુંકું અંતર છે. અને

(૨) આ લંબની વિરૂદ્ધ બાજુએ બે સરખી લીટીઓ આપેલા બિંદુમાંથી દોરી શકાય છે.

ત્રિકોણ ઉપરના પ્રશ્નો.

૧. ∠अबक ૩૯° નો કરી बअ અને बक ૩·૭" અને ૪·૫" અનુક્રમે કાપી अक સાંધો; બાકીનાં બાજુ અને ખૂણા માપો.

૨. ∠अबक ૫૭° નો કરી बअ અને बक ૫·૬ સેં.મી. અને ૭·૩ સેં.મી. અનુક્રમે કાપી अक સાંધી બાકીનાં બાજુ અને ખૂણા માપો.

૩. નીચેનાં માપ પ્રમાણે ત્રિકોણો કાઢી સર્વ તત્ત્વ માપો:—

(૧) ∠अबक=૭૨°, बअ=૪" અને बक=૫".

(૨) अक=૩·૭ સેં.મી., ∠अकब=૫૭°,ને बक=૫·૯ સેં.મી.

(૩) ∠अ=૧૧૫°,अब=૧૧·૦ સેં.મી. અને अक=૯·૧ સેં.મી.

(૪) ∠ड=૧૧°, हअ=૪·૧" અને डक=૩·૩",

(૫) ∠अ=૭૭°, अल=૭·૩ સેં.મી. અને अड=૫·૯ સેં.મી.

૪. अब સાથે ∠अ, ૬૦°નો અને ∠ब, ૬૦°નો કરો. બન્ને શાખાલીટી આંકણીથી લંબાવી ત્રિકોણ બનાવી સર્વ તત્ત્વ માપો.

૫. अब ૭·૦"ની કરો; ∠अ=૭૨° અને ∠ब=૭૨° કરો. ત્રિકોણ પુરો કરી સર્વ તત્ત્વ માપો.

૬. નીચેનાં માપ પ્રમાણે ત્રિકોણો બનાવી સર્વ તત્ત્વ માપો:—

(૧) अब=૩", ∠अ=૪૧° અને ∠ब=૫૧.°.

(૨) बक=૩·૯", ∠ब=૯૯° અને ∠क=૩૧°.

(૩) लफ=૫·૯ સેં. મી. ∠ल=૭૩° અને ∠फ=૩૭°.

(૪) गर=૭·૭ સેં. મી. ∠ग=૧૨° અને ∠र=૨૭°.

(૫) अक्ष=૫·૬", ∠अ=૩૭° ને ∠क्ष=૮૮°.

૭. નીચેનાં માપ ઉપરથી ત્રિકોણો બનાવો:—

(૧) बक=૧૦·૮ સેં. મી., ∠अ=૯૦° અને ∠क=૬૦°.

(૨) अक=૯·૦ સેં. મી., ∠क=૪૮° અને ∠ब=૫૭°;

(૩) हअ=૪·૩", ∠ह=૫૧° અને ∠ल=૪૩°;

(૪) अख=૫·૭", ∠अ=૭૫° અને ∠ब=૭૧°;

નોટ— Δમાં ત્રણ ખૂણા=૧૮૦° તેથી બે ખૂણા આપ્યા હોય તો ત્રીજો ખૂણો તરતજ નીકળશે.

૮. **बक**=૯·૯ સે. મી., **बअ**=૬·૭ સે. મી. અને **कअ**=૭·૭ સે·મી. તો Δ બનાવો.

(**बक**=૯·૯ સે· મી. ની લો; **ब** મધ્યબિંદુ અને ૭·૭ સે. મી. ની ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો; **क** મધ્યબિંદુ અને ૯·૭ સે·મી. ની ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળો જો **अ** માં મળે તો **अबक** Δ થયો.)

૯. **अब**=૧૨·૧ સેં.મી, **बक**=૮·૨ સેં.મી. અને **कअ**=૬·૧ સેં.મી. ની બાજુઓનો એક ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦. પ્રશ્ન ૯ મામાં એક બાજુ પાયા તરીકે નક્કી કરી તેની ઉપર આપેલાં અંગ પ્રમાણે કેટલા ત્રિકોણ થશે ?

૧૧. નીચેનાં માપ ઉપરથી ત્રિકોણો બનાવો:—

(૧) **बक**=૯·૯ સેં. મી., **कअ**=૯·૩ સેં.મી., **अब**=૭·૭સેં.મી.

(૨) **बक**=૫·૭ સેં. મી., **कअ**=૯·૧ સેં.મી., **अब**=૪·૩સેં.મી.

(૩) **बक**=૩·૧ સેં.મી., **कअ**=૬·૩ સેં.મી., **अब**=૪·૨ સેં.મી.

(૪) **बक**=૪·૨". **कअ**=૩·૭", **अब**=૫·૧".

(૫) **बक**=૪·૨", **कअ**=૧·૭", **अब**=૩·૨".

૧૨. નીચેનાં માપથી ત્રિકોણો બનાવી તેના પ્રકાર કહો:—

(૧) **अब**=૪·૧", **बक**=૪·૧", **कअ**=૪·૧".

(૨) **अब**=૩·૭", **बक**=૩·૭", **कअ**=૩·૭".

(૩) **अब**=૭·૩ સેં.મી., **बक**=૭·૩ સેં.મી, **अक**=૭·૩સેં.મી.

(૪) **अब**=૫·૬ સેં.મી., **बक**=૫·૬ સેં.મી., **कअ**=૫·૬સેં.મી.

૧૩. નીચેનાં માપ પરથી ત્રિકોણો બનાવી તેના પ્રકાર કહો:—

(૧) **बअ**=૩·૧", **अक**=૧·૪", **कब**=૩·૧".

(૨) **बअ**=૨·૯", **अक**=૩·૨", **कब**=૨·૯".

(૩) **बअ**=૭·૮ સેં. મી., **अक**=૫·૬ સેં. મી., **कब**=૭·૮ સેં.મી.

(૪) **बअ**=૪·૭ સેં. મી., **अक**=૩·૨ સેં. મી., **कब**=૪·૭ સેં.મી.

૧૪. પ્રશ્ન ૧૨ ને ૧૩ માંના ત્રિકોણોના ખૂણા માપી કોષ્ટક કરો.

૧૫. કાગળના કટકામાંથી પટી કાપી ૪", ૫", ૬", ની બાજુનો ત્રિકોણ બનાવો. (પટીઓ જોઇએ તેના કરતાં મોટી કાપી ટાંકણી મારો.)

૧૬. પ્રશ્ન ૧૫ માંની આકૃતિને મચડવાથી બદલી શકાશે ?

૧૭. પાતળા કાગળનો એક ત્રિકોણ બનાવી ત્રણે ખૂણાઓ ફાડી લઇ કોઇ પણ સીધી લીટીમાં કોઈ પણ બિંદુ આગળ ગોઠવો. આ પ્રયોગ દશ જુદી રીતે કરો. શું અનુમાન કરોછો ?

૧૮. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં નીચેના બે ખૂણા આપ્યા હોય તો ત્રીજો ખૂણો કેવડો ?

(૧) ૫૪°, ૭૬°; (૨) ૪૧°, ૯૧°: (૩) ૫૩°, ૫૭°; (૪) ૬૧°. ૭૯°; (૫) ૭૨°, ૭૧°; (૬) ૫°, ૨૦°; (૭) ૧૧૫°. ૨૩°; (૮) ૨૭°, ૬૯°; (૯) ૪૭°, ૫૧°; (૧૦) ૨૩°, ૬૭°; (૧૧) ૩૭°, ૭૯°; અને (૧૨) ૬૧°, ૫૯°.

૧૯. જો કોઇ ત્રિકોણમાં ત્રણે ખૂણા સરખા હોય તો દરેક ખૂણાનું મહત્ત્વ શું ?

૨૦. નીચે પ્રમાણેનો એકેક ખૂણો આપેલો છે અને બાકીના બન્ને ખૂણા સરખા છે તો ત્રિકોણના ખૂણાનાં માપ શું ?

૫૨°, ૪૭°, ૯૦°, ૧૨°, ૨૬°, ૧૧૬°, ૧૪૭°, ૧૫°, ૪૨° ૬૮°, ૧૩૮°, ૫૧°, ૯૨°, ૧૨°. ૪૧°, અને ૧૧૪°.

૨૧. **અબક** ત્રિકોણમાં ∠**અ**=૯૦° છે અને **અડ**, **બક** ઉપર લંબ છે તો બાકીના ખૂણા કાઢો.

૨૨. નીચેના ખૂણાવાળા ત્રિકોણો કોઇ પણ પાયા ઉપર દોરોઃ—

(૧) ૯૦°, ૬૦°, ૩૦°; (૨) ૭૧°, ૯૦°, ૨૦°; (૩) ૫૦°, ૭૦°, ૬૧°; (૪) ૧૩૫°, ૨૨°, ૨૩°; (૫) ૧૫°, ૫૫°, ૧૧૦°; (૬) ૪૭°, ૩૩°, ૯૯°; (૭) ૫૪°, ૫૪°; ૭૨°, (૮) ૬૦°, ૬૧°, ૫૯°; (૯) ૪૫°, ૪૫°, ૯૦°; (૧૦) ૩૧°, ૩૨°, ૧૧૫°; (૧૧) ૧૨°, ૬૨°, ૧૦૬°; અને (૧૨) ૨૫°, ૪૫°, ૧૧૦°.

૨૩. ઉપરના પ્રશ્નમાં ત્રિકોણ બનવાનું અને ન બનવાનું કારણ શું ?

૨૪. ત્રિકોણ બની શકે એવા ખૂણાની પાંચ જોડ આપો.

૧૫. ત્રિકોણ ન બને એવા ખૂણાની દશ જોડ આપો.

૨૬. ત્રિકોણ બનાવવામાં બાજુનો કે ખૂણાનો સંબંધ અગત્યનો છે?

૨૭. એક આપેલી ખૂણાની જોડ પરથી કેટલા ત્રિકોણો બનશે ?

૨૮. ૪″, ૩″, ૫″ અને ૪સેં.મી, ૩સેં.મી. ૫ સેં.મી. ની બાજુના બે ત્રિકોણો બનાવી તેના ખૂણા સરખાવો. Δ ઓ કેવા છે તે કહો.

૨૯. પ્રશ્ન ૨૮માં ૪″, ૭″, ૮″, અને ૪સે.મી., ૭સેં.મી., ૮સેં.મી.ની બાજુ લો. બન્ને Δ ઓ કેવા છે? $\angle$ ઓ માપો.

૩૦. ગમે તે ત્રિકોણની બાજુઓથી બમણી બાજુઓ લઇ ત્રિકોણ બનાવો, અને બન્ને ત્રિકોણના ખૂણા સરખાવો.

૩૧. સમદ્વિબાજુ કાટખૂણ ત્રિકોણમાં દરેક ખૂણો કેવડો હોવો જોઇએ?

૩૨. સમદ્વિબાજુ પહોળખૂણ ત્રિકોણ બનાવી શકાશે ?

૩૩. પહોળખૂણ ત્રિકોણમાં દરેક ખૂણાનું મહત્ત્વ વધારેમાં વધારે કેટલું હોવું જોઇએ ? ઓછામાં ઓછું કેટલું હોવું જોઇએ ?

૩૪. સાંકડખૂણ ત્રિકોણમાં દરેક ખૂણાનું મહત્ત્વ વધારેમાં વધારે અને ઓછામાં ઓછું કેટલું હોવું જોઇએ ?

નોટ. પ્રશ્ન ૩૩-૩૪ માં અંશના વિભાગ ન ગણવા.

૩૫. નીચેનાં માપના ત્રિકોણ બનતા હોય તો બનાવો. (નહિ બને તો કારણ દર્શાવો.)

(૧) **अब**=૧.૫″, $\angle$ **अ**=૯૦°=$\angle$ **ब**.

(૨) **अब**=૨.૭″, $\angle$ **अ**=૧૨૦°=$\angle$ **ब**.

(૩) **अब**=૩.૭ સેં. મી, $\angle$ **अ**=૬૧°, $\angle$ **ब**=૧૧૭°.

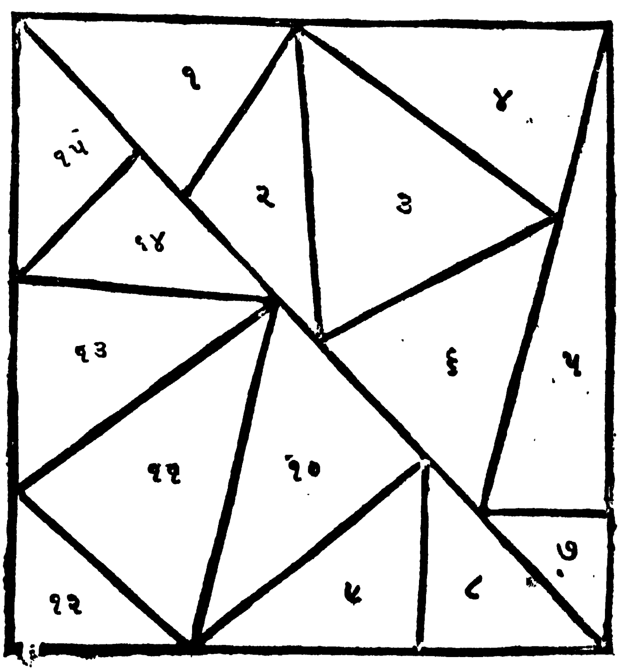
(૪) **अब**=૩.૯ સેં. મી., $\angle$ **अ**=૭૫°, $\angle$ **ब**=૧૦૫°.

(૫) **अब**=૩.૧″, $\angle$ **अ**=૫૫°, $\angle$ **ब**=૧૨૫°.

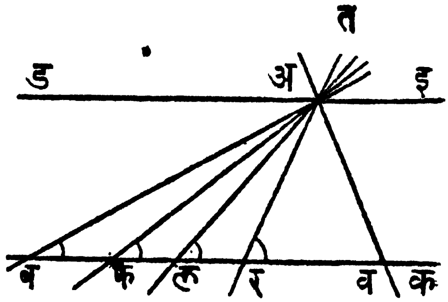
૩૬. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં નીચેના ખૂણાની કયી કયી જોડ હોઈ શકે? કારણ આપો.

(૧) કાટખૂણો, સાંકડો ખૂણો, સાંકડો ખૂણો.
(૨) કાટખૂણો, સાંકડો ખૂણો, પહોળો ખૂણો.
(૩) સાંકડો ખૂણો, સાંકડો ખૂણો, સાંકડો ખૂણો.
(૪) પહોળો ખૂણો, પહોળો ખૂણો, સાંકડો ખૂણો.
(૫) કાટખૂણો કાટખૂણો, સાંકડો ખૂણો.
(૬) સાંકડો ખૂણો, સાંકડો ખૂણો, પહોળો ખૂણો.
(૭) પહોળો ખૂણો, પહોળો ખૂણો, પહોળો ખૂણો.
(૮) કાટખૂણો, કાટખૂણો, કાટખૂણો.

૩૭. નીચેની આકૃતિના ત્રિકોણો, માપ લઈ બાજુ પ્રમાણે અને ખૂણા પ્રમાણે, કેવા છે તેનો નિશ્ચય કરી કોષ્ટકમાં ગોઠવો:—



§ ૬ સમાન્તર સીધી લીટીઓ.



अ કોઇ પણ બિંદુ અને **कव** કોઇ પણ સીધી લીટી લો; **बक** ઉપર **र, ल, फ, ब** વગેરે બિંદુ લો; **अर, अल, अफ, अब** સાંધો.

∠ **र** > ∠ **ल** > ∠ **फ** > ∠ **ब** વગેરે. (પ્ર૦ ૨૯)

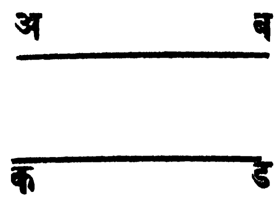
∵ **कव** દિશામાં જેમ જેમ દૂર જઇએ તેમ તેમ **अर, अल, अफ अब** દરેક **बक** સાથે નાનો અને નાનો ખૂણો કરે છે.

∴ **कव** ઉપર **ट** બિંદુ અતિશય દૂર લઇએ તો ∠ **ट** ગમે તેવા નાના ખૂણા કરતાં પણ નાનો થઇ શકશે.

∴ જો **ट, कव** ઉપર અતિશય દૂર હોય તો **अट** ખસીને અનહદ અંતરે **इअड** સાથે મળી જશે અને **अट** કોઇ પણ ખૂણો **बक** સાથે કરશે નહિ. વળી **बक** સાથે કોઇ પણ ખૂણો, **इअड** કરતી નથી.

અને આવી સ્થિતિમાં **डअइ, बक** ને **સમાન્તર** કહેવાય છે.

વ્યા૦ ૪૮—કોઇ પણ સીધી લીટીઓ એક સફાઇમાં એવી રીતે આવી હોય કે તેને ગમે તે બાજુ તરફથી લંબાવતાં કદી પણ તેઓ એક બીજીને મળે નહિ તો તે **સમાન્તર સીધી લીટી** કહેવાય છે.



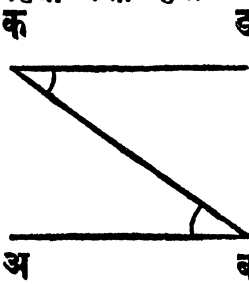
સંજ્ઞા अब ∥ कड = अब, कड સમાન્તર છે.

ઉપલા પ્રયોગમાં "**ट, कव** ઉપર અતિશય દૂર લઇએ" એટલે **बट** અંતર એટલું બધું છે કે તેની સીમા નથી અને કોઈ પણ ગમે તેટલું મોટું અંતર આપણે **ધારી શકીએ** તેના કરતાં એ અંતર **વધારે** છે, એટલે કે **बट** અંતર **અનહદ** છે. વળી '**बट** અંતર અનહદ હોય ત્યારે **अट** કોઈ પણ

ખૂણો **बक** સાથે કરશે નહિ, એટલે કે જ્યારે **बट** અનહદ હોય ત્યારે ∠**अटब** કોઈ પણ **ધારી શકીએ** તેવા ખૂણા કરતાં પણ નાનો છે.

बट અંતર અનહદ છે એ સ્થિતિ ખરી રીતે આપણે જોઈ શકતા નથી પણ ફક્ત કલ્પનાથીજ ધારી શકીએ છીએ.

વળી ધારો કે એક માણસ **अब** દિશામાં જાય છે અને પછી ∠ **ब** માંથી ડાબા હાથ ઉપર ફરે છે; થોડેક ગયા પછી પાછો તે જમણા હાથ પર ∠**क**માંથી (=∠**ब**) ફરે તો જે દિશામાં તે પહેલાં જતો હતો તેજ



દિશામાં તે જશે. આવી સ્થિતિમાં **अब** અને **कड** ની દિશા એકજ છે. તેથી તેઓ સમાન્તર છે, કારણ કે એકજ દિશામાં જતી હોવાથી એ લીટીઓ મળશે નહિ અને જેવડા ખૂણામાંથી તે માણસ ડાબા હાથ પર ફર્યો હતો તેવડાજ ખૂણામાંથી તે માણસ જમણા હાથ પર ફરે છે. અને તેથી તેની પહેલી દિશામાં કાંઈ પણ ફેરફાર થતો નથી.

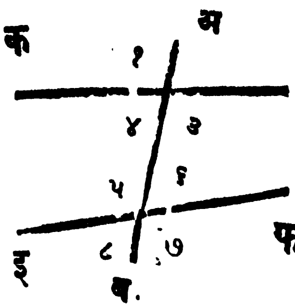
આ ઉપરથી **સમાન્તર સીધી લીટીઓનો** એક બીજો ગુણ માલમ પડશે કે એવી લીટીઓ **એકજ દિશામાં જતી હોવી જોઇએ.** આજ કારણથી વ્યાખ્યામાં આવેલા 'એકજ સફાઇમાં' – શબ્દોની અગત્ય છે. જો એક સીધી લીટી ટેબલ ઉપર ઇશાનમાં જતી હોય અને બીજી જમીન ઉપર વાયવ્યમાં જતી હોય અને એ લીટીઓ ક્ષિતિજ સમાન્તર હોય તો તે કદી પણ અરસપરસ મળશે નહિ તો પણ આ લીટીઓ સમાન્તર નથી, કારણ કે જ્યારે આવી લીટીઓમાંની એકને, જે દિશામાં તે હોય તેજ દિશા રાખીને, જો ઉતારીએ અથવા ચઢાવીએ ત્યારે તેઓ એક બીજીને છેદશે. એટલે કે જુદી જુદી દિશામાં જતી સીધી લીટીઓ જો જુદી જુદી સફાઇમાં હોય તો તેઓ કદાચ મળે નહિ. પણ જ્યારે તેઓને એકજ સફાઈમાં ધીમે ધીમે ઉતારીએ ત્યારે તેઓ મળવીજ જોઇએ. આ પ્રમાણે

કદી પણ નહિ મળતી સીધી લીટીઓ જો એકજ સપાઈમાં ન હોય તો તેઓ સમાન્તર કહી શકાતી નથી. વળી સમાન્તર સીધી લીટીઓ એકજ સફાઇમાં હોવી જોઇએ તેનું બીજું કારણ એ છે કે કોઈ પણ જગ્યાએ એવી લીટીઓ વચ્ચેનું કાટખૂણે અંતર લઇએ તો તે અંતર હંમેશાં એકજ હોવું જોઇએ. પણ જો જુદી જુદી સફાઇઓમાં આવી લીટીઓ કદી પણ નહિ મળે એવી સ્થિતિમાં હોય અને તેઓની દિશા જુદી જુદી હોય (એટલે કે તેઓ જુદી જુદી સફાઇમાં હોય) તો તેઓની વચ્ચેનું અંતર બિંદુએ બિંદુએ વધતા ઓછા મહત્ત્વનું આવશે. આ કારણથી પણ સમાન્તર સીધી લીટીઓ એકજ સફાઇમાં આવવી જોઇએ. પણ જો બે સીધી લીટીઓ બે સફાઇમાં આવી એકજ દિશામાં જતી હોય તો તેઓ સમાન્તર છે. કારણ કે તેઓની દિશા એકજ હોવાથી તે બન્નેની વચ્ચેથી એક સફાઇનો વિચાર કરી શકીએ છીએ. અને આ કલ્પિત સપાઈમાં તે બે સીધા લીટીઓ આવી એકજ દિશામાં જાય છે, અને તેથી તેઓ અનહદ અંતરે મળે છે. આમાં એકજ સફાઇનો વિચાર, તે લીટીઓમાંની એક ટેબલ પર અને બીજી જમીન પર—એ વિચારથી તદ્દન સ્વતંત્ર છે. આ ઉપરથી સમાન્તર સીધી લીટીઓની વ્યાખ્યા નીચે પ્રમાણે પણ મુકાય છે:—

'સમાન્તર સીધી લીટીઓ એવી હોય છે કે તેઓ એકજ સફાઈમાં આવી એક બીજીથી વધારે દૂર અથવા વધારે પાસે આવે નહિ.'

લીટીઓ ગમે તેટલી લંબાવીએ તો પણ મળે નહિ ત્યારે એવી લીટીમાં ગમે તે બિંદુ આગળ એવી લીટીઓનું અંતર હંમેશાં એકજ છે. આ ગુણ ઉપરથીજ એ લીટીઓને ઉપરનું નામ આપવામાં આવ્યું છે. કોઇ પણ ચોરસ (યા લંબ ચોરસ) મેજની સામસામેની કોરો એક બીજીને સમાન્તર છે તેથી બન્નેની વચ્ચેનું અંતર ગમે તે જગ્યાએ એકજ છે. આ **અંતર** બન્ને લીટીની વચ્ચે એક **લંબ** દોરી હોય તે ઉપરથી નક્કી કરવામાં આવેછે.

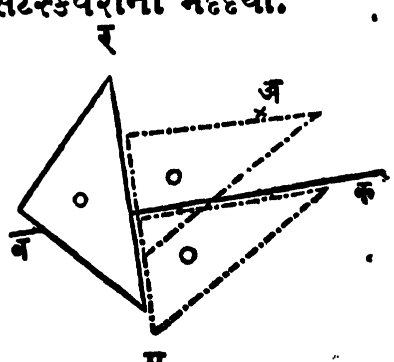
વળી નીચેની આકૃતિ પ્રમાણે જો કોઇ લીટી બીજી બે લીટીઓને છેદે તો એવી છેદનારી લીટીને (**अब** ને) **આડી લીટી** કહે છે. વળી એવી



अब લીટી, **कड** અને **इफ** સાથે અનુક્રમે ૧થી ૮ ખૂણા કરે છે. ૧, ૨, ૭, ૮ ખૂણાઓ “**બહારના ખૂણા**” અને ૩, ૪, ૫, ૬, “**અંદરના ખૂણા**” કહેવાય છે. ૩ અને ૫, તથા ૪ અને ૬ અરસપરસ **વ્યુત્ક્રમ** ખૂણા કહેવાય છે.

વળી આડી લીટીની એકજ બાજુ પર બે બહારના અને બે અંદરના ખૂણા થાય છે તેથી **બહારના** ૨ની સાથે ૬, **બહારના** ૭ની સાથે ૩, **બહારના** ૧ની સાથે ૫, અને **બહારના** ૮ની સાથે ૪, એ દરેક **અંદરનો એકજ બાજુપરનો સામેનો ખૂણો** કહેવાયછે; અથવા ૧ અને ૫, ૨ અને ૬, ૭ અને ૩, અને ૮ અને ૪—આ ખૂણાનાં જોડકાં **મળતા આવતા ખૂણા** પણ કહેવાય છે, કારણ કે બે આપેલી લીટી અને આડી લીટી એકજ અથવા **મળતી આવતી** દિશામાં (જેમ કે **बअ**માં, **कड**માં અને **इफ**માં) જાય છે ત્યારે આ ખૂણાઓ વિચારી શકાય છે અને તેજ દિશાનો વિચાર કરવાથી એ બે ખૂણા થઇ શકે છે. વળી આડી લીટી, બીજી બે લીટીને છેદી અંદરના ચાર ખૂણા કરે છે; અને તેમાં ૩ અને ૪, તથા ૫ અને ૬, અંદરના **પાસે પાસેના ખૂણા** કહેવાય છે.

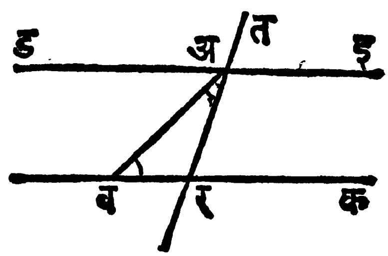
એક આપેલા બિંદુ अમાંથી એક આપેલી સીધી લીટી बकની સમાન્તર લીટી દોરવા વિષે-સેટસ્કવેરની મદદથી.



સેટસ્કવેરની કોર **बक** ની કોર સાથે બરાબર મેળવી મૂકો, અને આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે સેટસ્કવેર સાથે (ખસ્યા વિના) મેળવી મૂકો. સેટસ્કવેર (ખસ્યા વિના) ઉપરની કોર ઉપર ખસેડો.

અને જ્યારે **अ** બિંદુ સેટસ્કવેરની કોરની બાજુમાં બરાબર આવે ત્યારે પેન્સીલથી કોરની સાથે લીટી દોરો. આ સીધી લીટી **बक**ની સમાન્તર છે. રૂલરની સાથેનો સેટસ્કવેરનો ખૂણો એકનો એક છે તેથી અનુમાન થાય છે કે **"મળતા આવતા ખૂણાઓ બરાબર છે."** તેથી **कब** ॥ **अ**-લીટી છે.

પ્રયોગ ૩૪—**इड** ॥ **बक** લો. **बक** માં **र**, **ब** બિંદુ લો અને **अर**, **अब** સાંધો; △**अबर** માં



∠**बअर**+∠**अबर**=∠ **अरक**.

હવે **ब** ને **बक** ઉપર જેમ જેમ દૂર લઇએ તેમ તેમ ∠**अबर** નાનો થશે, અને ∠ **बअर** મોટો થશે. અને **ब** ગમે તેટલું દૂર જાય,

તો પણ ઉપલું પરિણામ સત્ય છે. અને **ब**, **बक** ઉપર અનહદ અંતરે જશે ત્યારે ∠ **अबर** શૂન્ય થશે.

∴ ∠ **अरक**= ∠ **अबर**+ ∠ **बअर**= ૦ + ∠ **बअर**.=∠**डअर**

∴ જો બે સમાન્તર સીધી લીટીને એક આડી લીટી છેદે તો તેથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ સરખા છે.

પ્રયોગ ૩૫—ઉપલી આકૃતિમાં **रअ** ને **त** સુધી લંબાવો.

∵ ∠ **डअर** = ∠ **तअइ** (પ્ર૦ ૧૦)

∴ ∠ **तअइ** = ∠ **अरक**.

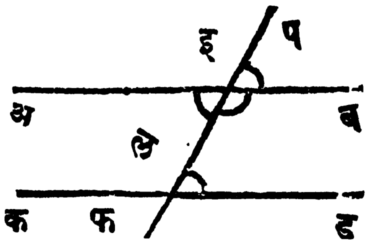
∴ સમાન્તર સીધી લીટીઓને છેદતી આડી લીટીની એક્જ બાજુ તરફના મળતા આવતા ખૂણા બરાબર છે.

વળી ∠ **डअर** + ∠ **इअर**=૨ L (પ્ર૦ ૯)

અને ∠ डअर= ∠ अरक. ∴ ∠ अरक + ∠ इअर= ૨ L

∴ સમાન્તર સીધી લીટીઓને છેદતી આડી લીટીની એકજ બાજુ ઉપરના માંહેના બે ખૂણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે.

પ્રયોગ ૩૬–पफ કોઇ પણ લીટી લો. તેમાં ल આગળ पलड∠ કરો; અને इ આગળ ∠ पलड=∠ अइल કરો. इअ ને લંબાવતાં (ધારો કે) તે डक ને मમાં મળે છે. તો मइल △માં



∠ इलड= ∠ मइल+ ∠ इमल= ∠ अइल+ ∠ इमल

પણ ∠ इलड=∠ अइल ∴ ∠ इमल=શૂન્ય.

∴ अब, कडને અનહદ અંતરે મળે છે.

∴ अब ‖ लक છે.

∴ જો બે સીધી લીટીને છેદતી આડી લીટી વ્યુત્ક્રમ ખૂણા બરાબર કરે તો તે બે સીધી લીટીઓ સમાન્તર છે.

સમાન્તર સીધી લીટી ઉપરના પ્રશ્નો.

૧. હાથથીજ પાંચ સમાન્તર સીધી લીટીની જોડ દોરો.

૨. બે સમાન્તર સીધી લીટી દોરો. એક આડી લીટી દોરી તેથી થતા મળતા આવતા ખૂણાઓ માપો.

૩. अब લીટી સાથે ∠अफइ, ૯૦° અને ∠बडक, ૯૦°નો કરો; આ બન્ને લંબો સમાન્તર છે? સેટસ્કવેરથી પરીક્ષા કરો.

૪. ઉપરના પ્રશ્નમાં ૯૦°ને બદલે ૩૫°ના ખૂણા કરવાથી દોરેલી લીટીઓ સમાન્તર આવે છે? પરીક્ષા કરો.

૫. કોઇ પણ બે સમાન્તર સીધી લીટી દોરો; તેની ઉપર કાટખૂણે છેદે તેમ બીજી બે લીટી દોરો; આ લંબની વચ્ચે પહેલી બે લીટીના કપાએલા ભાગો માપો.

૬. પ્રશ્ન ૫ માં દશ લંબ દોરી તેની વચ્ચેના ખંડ માપો.

૭. પાંચ સાત સમાન્તર સીધી લીટી એવી રીતે દોરો કે તેની ઉપર પડતી આડી લીટીના ખંડ સરખા થાય; બીજી કોઇ પણ આડી લીટી દોરી તેના ખંડ માપો.

૮. મળતા આવતા ખૂણાઓનાં માપ કાઢી શું અનુમાન કરો છો ?

૯. સમાન્તર સીધી લીટીનું અંતર માપવાને તેની વચ્ચે લંબ દોરી તેનાં માપ સરખાવો.

૧૦. સમાન્તર સીધી લીટી ઉપર એક આડી લીટી દોરો. માંહેના એકજ બાજુ ઉપરના ખૂણાઓનો સરવાળો કરો.

૧૧. કડીઓ સમાન્તર દિવાલો કરવાને માટે શું કરે છે ? તેની યુક્તિ ખરી છે કે ખોટી ?

૧૨. વાડીના ઝાડો સીધી ઓળોમાં છે કે નહિ તે નક્કી કરવાને માળી શું કરશે ?

૧૩. **अ** અને **ब** આપેલાં બે બિંદુમાંથી **अड**ની સમાન્તર લીટી દોરો.

૧૪. જો **अब**, **कड**ની સમાન્તર હોય તો **अ**, **ब** કેવી રીતે આવેલાં હોવાં જોઇએ ?

૧૫. રૂલરથી વધારે અંતરે બિંદુ લઇ સેટસ્કવેરથીજ સમાન્તર લીટી દોરો.

૧૬. ગમે તે ત્રિકોણ લઇ શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુની સમાન્તર લીટી દોરો.

૧૭. સુતારે બારીની બારસાકની સાકીઓ સમાન્તર કરવા માટે શું કીધું હશે ?

૧૮. એક ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુની સમાન્તર લીટીઓ દોરી તેને મળવા દો. આ પ્રમાણે થતા નવા ત્રિકોણના ખૂણાઓ આપેલા ત્રિકોણના ખૂણા સાથે સરખાવો.

૧૯. **અ** બિંદુમાથી **બક** ઉપર લંબ દોરો; **અ**માંથી **બક**ની સમાન્તર **અડ** દોરો. **ડ**માંથી **બક** ઉપર લંબ દોરો. **અબ**, **ડક** કેવી લીટીઓ છે ?

૨૦. કોઈ પણ સમબાજુ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ દોરો. શું અનુમાન કરો છો ?

૨૧. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુઓમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ દોરો. શું અનુમાન કરો છો ?

૨૨. ગમે તે કોઇ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુઓમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ દોરો. શું અનુમાન કરો છો ?

૨૩. એક વર્તુળમાં **બઅ** જ્યા અને **અક** વ્યાસ છે. **ક**માંથી **અક** ઉપર લંબ દોરો. શું અનુમાન કરો છો ?

૨૪. એક વર્તુળમાં **અબ** જ્યા છે. **ઙ** બિંદુમાંથી **અબ** ઉપર લંબ દોરો. **અબ** જ્યાના બન્ને ભાગો માપો. શું અનુમાન કરો છો ?

૨૫. એક સાંકડખૂણ ત્રિકોણમાં દરેક બાજુના મધ્યબિંદુમાંથી તેના ઉપર લંબ દોરો. શું અનુમાન કરો છો ?

૨૬. ત્રણ સમાન્તર લીટી દોરી તેને છેદતી એક આડી લીટી એવી દોરો કે તે એક સમાન્તરને ૫૦° ને ખૂણે છેદે. બતાવો કે આકૃતિમાંનો દરેક ખૂણો ૫૦° કે ૧૩૦° છે.

૨૭. એક લીટીથી ૧ ઈંચને છેટે એક || દોરો; અને બીજી || બીજી લીટીથી ૨″ છેટે દોરો. જો કોઇ આડી લીટી પહેલી લીટી સાથે ૪૭° નો ખૂણો કરે તો બાકીના ખૂણાઓ માપો. કોઇ પણ બે ખૂણાઓ બન્ને (૧) સાંકડા, (૧) પહોળા, અને (૩) એક સાંકડો, અને બીજો પહોળો હોય તો તેઓનો સંબંધ કેવો છે?

૨૮. ત્રણ સમાન્તરો દોરી તેમાંની એકને ⊥ ચોથી લીટી દોરો. જો આ લંબ બધીને છેદે તો આ પરથી શું અનુમાન નીકળશે?

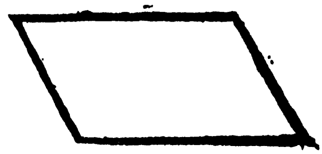
૨૯. **अब**=૧·૫″ કરો અને ∠**बअक**=૩૫° અને સામી બાજુ પર ∠ **अबड**=૩૫° કરો. **अक** || **बड** છે? **अक**=**बड**=૧·૭″; **कड** જો **अब**ને **म**માં છેદે તો **अम, बम, कम, डम** માપો.

૩૦. ૪ સે. મી. ની બાજુના સમબાજુ ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાંથી પાયાને || લીટી દોરો. || લીટી ઉપરના કોઇ પણ બિંદુનું અંતર પાયાથી શું?

૩૧. **अब**=૨·૪″ લો. તેને **क**માં દુભાગો. ∠**बअड**=૪૦° કરો. **क**માંથી **अड** || **कइ** દોરો. **ब**માંથી **अड**ને **फग** ⊥ દોરો; જો **फ**, **अड** પર અને **कइ** ઉપર **इ** હોય તો ∠ **बकइ**, ∠ **बगइ** માપો; **बग, गफ** પણ માપો. શું અનુમાન કરો છો?

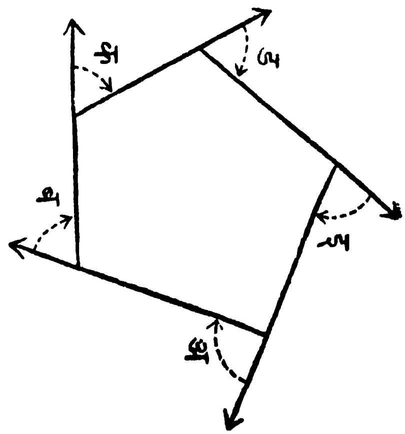
૩૨. **अब**=૨·૫″ લો. તેને **क**માં દુભાગો. **अ, क, ब**માંથી **अब**ને ⊥ લીટીઓ દોરો. આ લીટીઓ કેવી છે? પહેલી લંબના કોઇ પણ **ह** બિંદુને ત્રીજી લંબના કોઈ પણ **ल** બિંદુ સાથે જોડો. અને **हल** બીજી ⊥ને **ड**માં છેદે છે. **हड, डल** માપી શું અનુમાન પર આવો છો?

§ ૭. ચતુષ્કોણ.



વ્યા૦ ૪૯—જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓ સમાન્તર સીધી લીટી હોય તેને **સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ** કહે છે.

(સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ=સ૦ ચ૦=|| કોણ).



પ્રયોગ ૩૯—**अबवडइ** જેવી કોઈ પણ સીધી લીટી આકૃતિ લો; તેની બાજુઓ બતાવ્યા પ્રમાણે લંબાવો; ધારો કે એક માણસ **बक** ઉપર રહી **बक** દિશા જુએ છે; જમણા હાથ ઉપર તેને **क** આગળ **कड** દિશામાં ફરવા દો.

∴ પરિવર્તન= ∠**क**

વળી **क** આગળ જઈ તેને **डइ** દિશામાં ફરવા દો.

∴ કુલ્લે પરિવર્તન= ∠**क**+∠**ड**.

ફરીથી **इ** આગળ જઇ તેને **इअ** દિશામાં ફરવા દો.

∴ કુલ્લે પરિવર્તન= ∠**क**+∠**ड**+∠**इ**

વળી **अ** આગળ જઇ તેને **अब** દિશામાં ફરવા દો.

∴ કુલ્લે પરિવર્તન=∠**क**+∠**ड**+−∠**इ**+. ∠**अ**.

અને **ब** આગળ જઇ તેને **बक** દિશામાં ફરવા દો.

∴ કુલ્લે પરિવર્તન=∠क+∠ड+∠इ+∠अ+∠ब.
પણ જે દિશામાં તે પહેલાં જોતો હતો તેજ દિશામાં તે પાછો ફરીને જુએ છે.

∴ તેણે એક આખું પરિક્રમણ કર્યું છે.

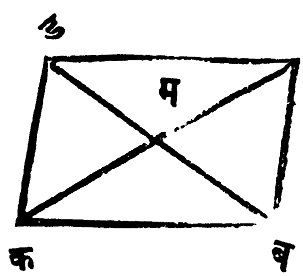
પણ એક પરિક્રમણ=૪L. ∴ ∠क+∠ड+∠इ+∠अ+∠ब=૪ L.

∴ કોઇ પણ સીધી લીટી આકૃતિની બધી બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવીએ તો એ પ્રમાણે થતા બહારના ખૂણા મળી ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.

પ્રયોગ ૩૮—अबकड એક ∥ કોણ દોરો. **अक, बड** ની પાતળા અથવા તેલીઆ કાગળ પર નકલ કરો

अ' ब' क' ड' આ નવો ∥ કોણ છે.

આ નવા સ૦ ચ૦ને ફેરવીને એવી રીતે **अबकड** સ૦ ચ૦ ઉપર મૂંકો કે **अ'**, **क** ઉપર અને **अ' क'**, **कअ** ઉપર પડે.



∵ **अक=क' अ'**

∴ **क'**, **अ** ઉપર પડશે.

અને **अ** આગળના ખૂણા=**क** આગળના વ્યુત્ક્રમ ખૂણા.

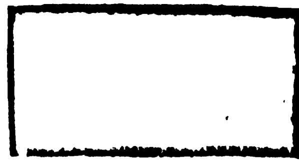
∴ **अ' ब'**, **कड** ઉપર અને **अ' ड'**, **कब** ઉપર પડશે અને તેજ પ્રમાણે **क' ड'**, **अब** ઉપર અને **क' ब'**, **अड** ઉપર પડશે.

વળી બે સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં મળે છે.

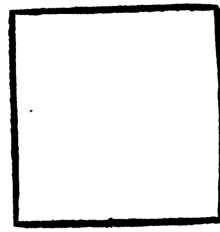
∴ **अबकड** ∥કોણ≡ **अ'ब'क'ड'** ∥ કોણ. અને **अ' क'**, **क अ** ઉપર અને **ब' ड'**, **ड ब** ઉપર પડે તેથી **म' म** ઉપર પડશે.

∴ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામ સામેનાં બાજુ અને ખૂણા બરાબર છે અને દરેક કર્ણ સ૦ ચ૦ ને દુભાગે છે. અને કર્ણો અરસપરસ દુભાગાય છે.

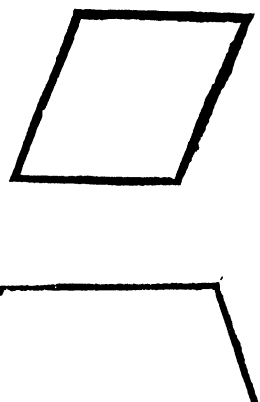
વ્યા૦ ૫૦—જે સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં એક ખૂણો કાટખૂણો હોય તેને **લંબચોરસ** કહે છે,



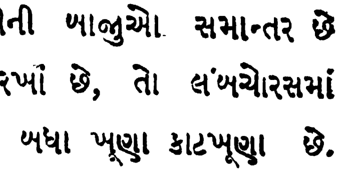
વ્યા૦ ૫૧— જે લંબચોરસમાં બે પાસે પાસેની બાજુઓ બરાબર હોય તેને **સમચોરસ** યા **ચોરસ** કહે છે.



વ્યા૦ ૫૨—જે સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણની પાસે પાસેની બાજુ બરાબર હોય પણ ખૂણા કાટખૂણા ન હોય તેને **રૉમ્બસ યા વિષમ ચતુરસ્ર** કહે છે.



વ્યા૦ ૫૩—જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુની **એકજ** જોડ સમાન્તર સીધી લીટી હોય તેને **ટ્રાપિજયમ** કહે છે.



સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ સમાન્તર છે અને સામસામેનાં બાજુઓ અને ખૂણાઓ સરખાં છે, તો લંબચોરસમાં જો એક ખૂણો કાટખૂણો હોય તો બાકીના બધા ખૂણા કાટખૂણા છે. ઉપરના ગુણો ઉપર વધારે ધ્યાન આપતાં વળી સમજાશે કે ચોરસ (સમચોરસ) માં બધી બાજુઓ સરખી છે અને બધા ખૂણાઓ કાટખૂણા છે. સમચોરસ અને રૉમ્બસ ફક્ત જુદાં જુદાં રૂપો છે. જેમ કોઇ લંબચોરસ

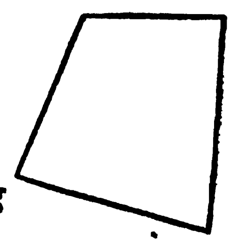
ચોકઠાને સહેજ મચડ્યું હોય તો વિષમ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ થાય છે; તેમજ સમચોરસ ચોકઠાને મચડ્યું હોય તો વિષમ ચતુરસ્ર યા રોમ્બસ થાય છે.

ચતુષ્કોણ ઉપરના પ્રશ્નો.

નોટ—अबकड ચતુષ્કોણમાં ∠ **अ**, ∠ **ब**, ∠ **क**, ∠ **ड** છે અને **अब**, **बक**, **कड**, અને **डअ** ને અનુક્રમે અ, બ, ક, ડ, કહી છે.

૧. નીચેની આકૃતિની નકલ કરી દશ નાની મોટી આકૃતિ કાઢો:—

[∠**क**=**इ** ખૂણો કરો. **इ** મધ્ય બિંદુ લઈ **कड**, **कब** ત્રિજ્યાનાં વર્તુળો દોરો, **कड**=**इफ** અને **कब**=**इग** કરો. **फ** મધ્ય બિંદુ અને **डअ** ત્રિજ્યાથી અને **ग** મધ્ય બિંદુ અને **बअ** ત્રિજ્યાથી વર્તુળો દોરો. આ વર્તુળો **इ** ની સામેની બાજુએ છેદે તો **इफमग** ચતુષ્કોણ એ પેલા ચતુષ્કોણ બરાબર છે.]



૨. નીચેનાં માપ પરથી ચતુષ્કોણ દોરો:—

(૧) અ=૬·૩ સેં.મી., ∠**ब**=૮૨°, બ=૮·૨ સેં.મી., ∠**क**=૯૦° અને ક=૭·૭ સેં.મી.

(૨) અ=૪·૧″, બ=૩·૫″, ડ=૨·૭″, ∠**अ**=૬૫° અને ∠**ब**=૯૦°.

(૩) ∠**ब**=૧૧૨°. બ=૨.૧″, ∠**ड**=૯૧°, ∠**क**=૯૯° અને ક=૨·૭″.

(૪) ડ=૮·૧″, ∠**अ**=૭૧°, ∠**ड**=૫૫°, અ=૪·૭″, અને ∠**ब**=૧૧૫°.

(૫) ∠**ब**=૫૧°, ∠**अ**=૭૫°, ∠**क**=૭૨°, ડ=૭.૨ સેં.મી. અને અ=૪·૩ સેં. મી.

(૬) અ=૨·૭″, બ=૨·૩″, ક=૪·૩″, ∠**ब**=૧૧૫°, અને ∠**ड**=૩૭°.

(૭) અ=ક=ડ=૪·૯ સેં. મી., ∠**अ**=૭૫° અને ∠**ब**=૫૬°.

(૮) ∠क=૫૫°, ∠अ=૬૯°, ક=૪·૯″, અ=૭·૩″ અને ∠ड=૭૨°.

(૯) બ=૧ ૨,″ बड=૩·૨″, ∠ब=૩૭°, ∠क=૭૫° ને ડ=૨·૭″.

(૧૦) बड=૩ ૨″, બ=૨·૩″, ∠ब=૭૨°. અ=૨·૭″ ને ∠अ=૭૧°.

૩. નીચેના ચતુષ્કોણો દોરો.—

(૧) અ=ક=૭·૨ સેં. મી., બ=ડ=૨·૯ સેં. મી., ને बड=૪·૨ સેં.મી.,

(૨) અ=૨·૫″, બ=૨·૪″, ક=૪·૭″, ડ=૨·૧″, बड=૩·૭″.

(૩) અ=ડ=ક=૨·૧ સેં.મી., बड=૨·૭ સેં., બ=૩·૨ સેં. મી.

(૪) અ=બ=ક=ડ=૬·૧ સેં. મી., अक=૮·૩ સેં. મી.

(૫) અ=૫·૧″, બ=૬·૨″, ક=૬·૦″, ∠ब=૭૨°, ∠क=૫૧°.

(૬) અ=બ=ક=૩·૭″, डअ=૪·૨″, ∠ब=૧૫૨°.

(૭) અ=૨·૧″, બ=૬·૪″, ∠क=૯૯°, ∠अ=૭૫°, ક=૫·૪″.

(૮) અ=બ=ક=૬·૫ સેં.મી., ∠अ=૬૭°, ડ=૪·૨ સેં.મી.

૪. કોઇ પણ દશ ચતુષ્કોણ દોરી તેને ત્રિકોણમાં વિભાગી ખૂણાઓ માપી નીચેના કોષ્ટકમાં તેઓનો સરવાળો કરોઃ—

ચતુષ્કોણ.	ત્રિકોણ ૧			ત્રિકોણ ૨			કુલ્લે અંશ.
૧							
૨							
... વગેરે ...	...	...	...	...	...	...	... ...

૫. ત્રણ ખૂણાઓ ૮૨°, ૫૩°, ને ૬૭°, હોય તો ચતુષ્કોણનો ચોથો ખૂણો કેવડો ?

૬. ચતુષ્કોણોમાં નીચે પ્રમાણે ખૂણા હોય તો ચોથા ખૂણા કેવડા ?
૧૨°, ૧૧૫°, ૭૩°; ૨૭°, ૮૧°, ૫૭°; ૬૨°, ૯૦°, ૧૨૭°;
૮૫°, ૨૩°, ૫૩°; ૯૭°, ૫૪°, ૬૨°; ૩૯°, ૬૩°, ૧૧૩°;
૨૩°, ૫૯°, ૧૩૭°; ૪૭°, ૯૩°, ૧૧૦°; અને ૮૧°, ૮૮°, ૯૯°.

૭. જો એક ચતુષ્કોણમાં બે ખૂણા ૧૧૧° અને ૬૭° છે અને બાકીના બે સરખા છે તો તે ખૂણા કેવડા ?

૮. એક ચતુષ્કોણમાં પહેલો ખૂણો બીજાથી બમણો, બીજો ત્રીજાથી બમણો અને ત્રીજો ચોથાથી બમણો છે તો દરેક ખૂણો કેવડો ?

૯. એક ચતુષ્કોણમાં બધા ખૂણા સરખા છે તો દરેક ખૂણો કેવડો છે?

૧૦. એક ચતુષ્કોણમા પહેલો ખૂણો બીજાથી ત્રીજે ભાગનો છે, બીજો ત્રીજાથી અર્ધો છે અને પહેલો ચોથાથી બમણો છે તો દરેક ખૂણો કેવડો?

૧૧. એક ચતુષ્કોણમાં બે ખૂણા કાટખૂણા છે અને બાકીના બેમાંથી એક બીજાથી બમણો છે તો આ ખૂણા કેવડા ?

૧૨. એક ચતુષ્કોણમાં બે કર્ણો કાટખૂણે છેદે છે અને ચતુષ્કોણની બાજુ સાથે સરખા ખૂણા કરે છે તો તેના ખૂણા શોધી કાઢો.

૧૩. ∠**अबक**, ૭૩°નો કરો. **बअ**=૩·૦"ની કરો અને **बक**=૪·૩" ની કરો. **अ**માંથી **बक**ને અને **क**માંથી **अब**ને, સમાન્તર લીટી દોરો.

૧૪. નીચે પ્રમાણે અંગો આપેલાં છે તો સ૦ ચ૦ બનાવોઃ—

(૧) ∠**ड**=૩૫°; ડ=૪·૩" અને ક=૩·૯".

(૨) ∠**क**=૬૭°; અ=૭·૮ સેં. મી. અને બ=૭ ૧ સેં. મી.

(૩) ∠**क**=૧૧૫°, ક=૯·૩ સેં. મી. અને બ=૬·૧ સેં. મી.

(૪) ∠**ब**=૭૧°, અ=બ=૪.૧".

(૫) ∠**ड**=૭૭°, ડ=ક=૨·૨"

૧૫. અ=ક=૫·૬", ડ=બ=૭·૧" અને ∠**अ**=૮૨°નો ચતુષ્કોણ દોરો.

૧૬. નીચેનાં માપ ઉપરથી ચતુષ્કોણો દોરોઃ—

(૧) અ=ક=૪·૨ સેં. મી., બ=ડ=૩·૯ સેં. મી , ∠ **ब**=૩૭°.

(૨) ∠**अ**=૭૨°, ક=અ=૩·૨" અને ડ=બ=૪·૩".

(૩) ∠**क**=૧૨૭°, અ=ક=૭·૫ સેં.મી. અને બ=ડ=૯·૩સેં. મી.

(૪) ∠**ब**=૧૦૧°, અ=ક=૩·૫", બ=ડ=૪·૨".

(૫) ∠**ड**=૬૨°, અ=ક=૪·૦", બ=ડ=૨·૯".

૧૭. જાડા દીવાસળીની ચાર પટી કાઢી એક સ૦ ચ૦ બનાવો. તેને મચડી એક ખૂણો કાટખૂણો કરો; બાકીના ખૂણા માપો.

૧૮. જાડા કાગળના કટકાઓના છેડા ટાંકણીથી સાંધી પાંચ ગમે તેવા સ૦ ચ૦ બનાવો. મચડી તેના લંબ ચોરસ બનાવો.

૧૯. નીચેનાં માપ પરથી લંબચોરસ બનાવોઃ—

(૧) બ=૩·૨ સેં.મી., ક=·૭ સેં.મી.

(૨) અ=૩·૨ સેં.મી., ડ=૨·૯ સેં. મી.

(૩) અ=૨·૧", બ=૩·૯". (૪) બ=૨·૮", ક=૪".

(૫) ક=૩·૧", ડ=૫·૩". (૬) બ=૨·૯ સેં.મી., ક=૪·૮ સેં.મી.

૨૦. નીચેનાં માપ પરથી લંબચોરસ દોરોઃ—

(૧) અ=મ= ૩·૨"; (૨) ક=ડ=૪·૨ સેં. મી.

(૩) બ=અ=૭·૮ સેં. મી. (૪) ડ=અ=૫·૫ સેં. મી.

(૫) અ=મ=૨·૯" અને (૬) બ=ક=૩·૧"

૨૧. નીચેનાં માપ પરથી સમચોરસ દોરોઃ—તેના કર્ણ આગળના ખૂણાઓ માપોઃ—

(૧) અ=૫·૭ સેં. મી. (૨) ડ=૫·૮ સેં. મી.

(૩) બ=૩·૪". (૪) અ=૨·૭".

(૫) ક=૯·૭ સેં. મી. (૬) ક=૩·૧".

૨૨. તમારી ચોપડી લંબચોરસ છે એમ શા ઉપરથી કહેશો ?

૨૩. તમારી નોટબુક સમચોરસ છે એમ શા ઉપરથી કહેશો ?

૨૪. તમારા લંબચોરસ કાગળના કકડાને સમચોરસ બનાવો.

૨૫. તમારા કાગળને બેવડ વાળી એક સમચોરસ બનાવો.

૨૬. એક સમચોરસ ચોકઠું લઈ જરા મચડવાથી શું થશે ?

૨૭. સમચોરસ અને રૉમ્બસના કયાં કયાં અંગમાં ફેર છે ?

૨૮. નીચેનાં માપ ઉપરથી રૉમ્બસ દોરી કર્ણ ને ખૂણા માપોઃ—

(૧) ∠ અ=૫૧°, અ=૫·૧"; (૨) ∠ બ=૧૧૫°, બ=૩·૨";

(૩) ∠ ક=૭૨°, ક=૭·૯ સેં. મી;

(૪) ∠ ડ=૬૭°, ડ=૯·૭ સેં. મી.

૨૯. ફુલનો ક્યારો રૉમ્બસ કરવા માટે માળી શું કરે છે?

૩૦. સમચોરસ અને રૉમ્બસના ગુણોમાં શો ફેર છે?

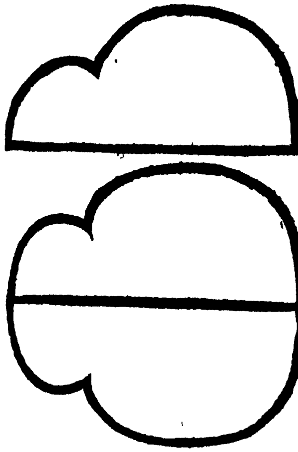
૩૧. જાડા કાગળની પટી કાપી ટાંકણીવતી તેનો રૉમ્બસ બનાવો.

૩૨. નીચેની આકૃતિમાં બતાવેલાં ખાનાંમાં કયા કયા ગુણ કયી કયી આકૃતિને લાગુ પડે છે તે "હા", "ના" શબ્દ લખી બતાવો:—

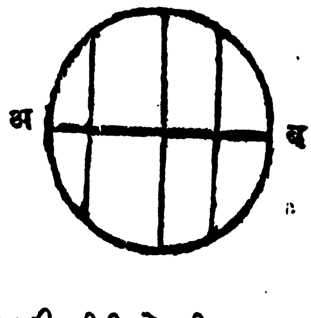
આકૃતિ.	સામસામેના ખૂણા અને બાજુ બરાબર	કર્ણો એક બીજાને દુભાગે છે	ખૂણા કાટખૂણા છે	કર્ણો એક બીજાની બરાબર છે	કર્ણો કાટખૂણે એક બીજાને છેદે છે.	પાસે પાસેની બાજુ બરાબરછે.
સ૦ ચ૦.						
લંબ ચોરસ.						
સમ ચોરસ.						
રૉમ્બસ.						

§ ૮. સમ્મિતરૂપ આકૃતિ.

ગમે તે એક કાગળનો કટકો લઇ તેને એવડ વાળો અને તેને મરજી પડે તેવા આકારમાં કાપો અને તેને પછી પાસેની આકૃતિ મ બતાવ્યા પ્રમાણે પાછો ઉકેલો તો જે આકૃતિ થશે તે જે લીટી ઉપર કાગળ એવડ વાળ્યો છે તેની આસપાસ **સમ્મિતરૂપ** છે એમ કહેવાય છે. અને એ લીટીને **સમ્મિતરૂપ આકૃતિની ધરી** કહે છે.



સમ્મિતરૂપ આકૃતિ કરતી વખતે આપણે કાગળને એવડાં વાળી ગમે તે આકારમાં કાગળના બન્ને પડને કાપ્યાં છે; તેથી સ્પષ્ટ થાય છે કે બન્ને ભાગની કોરોનાં બિંદુઓ એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે. અથવા એક બાજુની આખી કોર બીજી બાજુની કોર સાથે **સમાધાન સ્થિતિમાં** મળી જાય છે; આ ઉપરથી વધારે માલમ પડશે કે જો કોઇ **અબ** લીટી ઉપર લંબ દોરી હોય તો તે બન્ને કોરોને “મળતાં આવતાં” બિંદુમાં મળશે. વળી ધરીથી આ લંબના બે સરખા કટકા થશે, એટલે કે લંબનું **મધ્ય બિંદુ** આ ધરી ઉપર આવશે.



વળી આ ધરીની ઉપરનો કોઈ પણ ભાગ આપ્યો હોય અને સમ્મિત રૂપ આકૃતિનો બીજો ભાગ પૂર્ણ કરવો હોય તો આપેલી કોરના પૃથક્ પૃથક બિંદુમાંથી આપેલી લીટી—ધરી ઉપર લંબ દોરવા; અને લંબનાં મળેલાં અંતરે ઉપર યા નીચે તેને લંબાવવાથી બીજી બાજુની કોરનાં મળતાં આવતાં બિંદુઓ મળશે. અને આ બિંદુને સાંધનારી લીટી તે બીજા ભા-

ગની કોર થશે. આ પ્રમાણે સમ્મિતરૂપ આકૃતિ તેના અર્ધા ભાગ ઉપરથી આખી થઇ શકશે.

સમ્મિતરૂપ આકૃતિની ધરી એક હોય છે અને એકથી વધારે પણ હોય છે. આ ધરીની સંખ્યાનો આધાર કેવળ આકૃતિના પ્રકાર ઉપર છે. જેમકે ઉપરની આકૃતિમાં જ્યારે એકજ ધરી છે (આ પ્રકરણને મથાળેની આકૃતિ) ત્યારે વર્તુળની સમ્મિતરૂપ ધરીની સંખ્યા અનહદ છે; કારણ કે ગમે તે વ્યાસ ઉપર વર્તુળને એવડ વાળ્યાથી તેની આકૃતિ સમ્મિતરૂપ છે એમ પાછળના પ્રયોગમાં બતાવ્યું છે.

વળી સફાઇ આકૃતિઓ જેમ સમ્મિતરૂપ હોઇ શકે છે તેમ ઘન આકૃતિ પણ સમ્મિતરૂપ હોઈ શકે છે. જ્યારે સફાઇ આકૃતિમાં ધરી સીધી લીટી હોય છે ત્યારે ઘન આકૃતિમાં "**ધરી**", **લીટી** યા સફાઈ હોય છે અને તેને **સમ્મિતરૂપ ધરી** યા **સમ્મિતરૂપ સફાઈ** કહે છે. કોઇ કોઈ વખતે ઘન વસ્તુમાં સમ્મિતરૂપ ધરી પણ હોય છે અને સમ્મિતરૂપ સફાઇ પણ હોય છે. જેમકે ગોળનો વ્યાસ તેની સમ્મિતરૂપ ધરી છે અને તેમાંથી જતી સપાઈ ગોળની સમ્મિતરૂપ સફાઇ છે. જેમ સમ્મિતરૂપ ધરી ઉપર લંબ દોરવાથી સમ્મિતરૂપ આકૃતિ નક્કી થઇ શકે છે તેમજ સમ્મિતરૂપ સફાઈ ઉપર લંબ દોરવાથી તેજ આકૃતિ નક્કી થઈ શકે છે.

કોઈ કોઈ આકૃતિઓ એવી પણ હોય છે કે તેમાં સમ્મિતરૂપ ધરી યા સમ્મિતરૂપ સફાઇથી સ્વતંત્ર **સમ્મિતરૂપ બિંદુ** હોય છે. જેમકે ગોળને સમ્મિતરૂપ ધરી અને સમ્મિતરૂપ સફાઇ હોવા ઉપરાંત સમ્મિતરૂપ બિંદુ પણ છે. આવાં બિંદુઓને તે આકૃતિનાં **મધ્યબિંદુઓ** પણ કહેવામાં આવે છે.

સમ્મિતરૂપ આકૃતિ ઉપરના પ્રશ્નો.

નોટ—કોઈ વસ્તુને એવડ વાળ્યાથી તેની અંદર જે નિશાની થાય છે તેને તેનો **સળ** કહે છે.

૧. કાગળને બેવડ વાળી ગમે તે દશ પ્રકારે કાપી તેની દશ જુદી જુદી સમ્મિતરૂપ આકૃતિ બનાવેા.

૨. કેાઇ પણ કાગળના કટકાને બેવડ વાળી તેને નીચેના આકારમાં કાપી દરેકમાં કેવી આકૃતિ થાય છે તે કહેા:—

(૧) સળની ઉપર લંબ રાખી કાટખૂણ ત્રિકેાણ રાખેા.
(૨) સળની ઉપર સમદ્વિ બાજુ ત્રિકેાણ રાખેા. (બાજુ ઉપર).
(૩) સળની ઉપર સમદ્વિ બાજુ ત્રિકેાણ પાયા ઉપર રાખેા.
(૪) સળની ઉપર વિષમ બાજુ ત્રિકેાણ રાખેા.
(૫) સળની ઉપર પહેાળખૂણ ત્રિકેાણની ટુંકી બાજુ રાખેા.
(૬) સળની ઉપર સમબાજુ ત્રિકેાણ રાખેા.
(૭) સળની ઉપર સાંકડખૂણ ત્રિકેાણ રાખેા.
(૮) સળની ઉપર અર્ધવર્તુળનેા વ્યાસ રાખેા.
(૯) સળની ઉપર લંબચેારસ રાખેા.
(૧૦) સળની ઉપર સમચેારસ રાખેા.
(૧૧) સળની ઉપર સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કેાણ રાખેા.
(૧૨) સળની ઉપર રૉમ્બસ રાખેા.

૩. નીચેની આકૃતિમાં કયી આકૃતિઓને સમ્મિતરૂપ ધરી છે? દરેક આકૃતિમાં એવી કેટલી ધરી છે? નીચેની દરેક આકૃતિ કાપીને તેની જેટલી સમ્મિતરૂપ ધરી હેાય તેટલી બતાવેા:-સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણ; સમ બાજુ ત્રિકેાણ; સમચેારસ; લંબચેારસ, સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કેાણ; રૉમ્બસ; સમ પંચકેાણ; સમષટ્કેાણ; વર્તુળ; અને અર્ધવર્તુળ.

૪. કેાઇ પણ કાગળના કટકાને બેવડ વાળેા અને પાછેા એવી રીતે વાળેા કે બન્ને સળેા કાટખૂણે છેદે. ગમે તે આકાર કાપી ઉકેલતાં કેવી જાતની આકૃતિ થશે? અને દરેકને સમ્મિતરૂપ ધરી કેટલી છે?

૫. કેાઇ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કેાણ કાપી તેને કર્ણ ઉપર બેવડ વાળતાં આકૃતિ સમ્મિતરૂપ છે?

૬. એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ દોરો—તેના કર્ણો અ બિંદુમાં છેદે છે. આ બિંદુમાંથી સામસામેની બાજુ સુધી સીધી લીટી દોરો અને તેના ખંડ માપી જુઓ.

૭. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સમ્મિતરૂપ ધરી યા બિંદુ હોય તો કારણ આપી બતાવો.

૮. એક કાગળના કટકામાંથી એક સમાન્તર બાજુ ચષ્તુકોણ કાપો; કર્ણના છેદનબિંદુમાં ટાંકણી રાખી તેની આસપાસ એ આકૃતિને ફેરવો. ફેરવી પાછી કાપેલા ભાગમાં એ આકૃતિને બરાબર બેસાડો. પાછી બરાબર બેસાડતી વખતે કેટલા ખૂણામાંથી એ આકૃતિને ફેરવવી પડશે ?

૯. સમ્મિતરૂપ સફાઇવાળી નક્કર વસ્તુના દાખલા આપો.

(ઉત્તર–ટેબલ, ચોપડી, વગેરે.)

૧૦. કાચનો આયનો સમ્મિતરૂપ સફાઇ થઇ શકે છે ? થઇ શકે તો તે કેવી રીતે થાય છે તે બતાવો.

૧૧. એક કાગળના કટકાને બેવડ વાળો અને તેની ઉપર બેવડ કાગળમાં સોયથી કાણાં પાડો; કાગળને ઉકેલતાં કેવી આકૃતિ થશે ?

૧૨. પ્રશ્ન ૧૧ પ્રમાણે દશ જુદી આકૃતિ પાડી શું અનુમાન કરો ?

૧૩. એક આકૃતિમાં સળ અને એક બાજુનો ભાગ આપ્યા હોય તો બાકીનો ભાગ શોધી કાઢો.

૧૪. પ્રશ્ન ૧૩ પ્રમાણે અર્ધો ભાગ લઇ બાકીના અર્ધો ભાગ શોધી કાઢો.

૧૫. સમ્મિતરૂપ આકૃતિનું એક બિંદુ ધરી ઉપર છે, તો તેની સામેનું મળતું આવતું બિંદુ ક્યાં હોવું જોઇએ ?

૧૬. કોઇ આકૃતિમાં ધરી નહિ પણ મધ્ય બિંદુ હોય તો મળતાં આવતાં બિંદુઓનો શો સબંધ હશે ?

૧૭. મધ્યબિંદુની આસપાસ કાણાં પાડી એક સમ્મિતરૂપ આકૃતિ કરો.

૧૮. વર્તુળની સમ્મિતરૂપ ધરી કાઢો. તે ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

૧૯. બે વર્તુળ એક બીજાની બહાર છે તો તે બન્નેની સમ્મિતરૂપ ધરી શોધી કાઢો. તે પરથી શું અનુમાન કરો છો ?

૨૦ બે વર્તુળ એક બીજાને છેદે છે તો તેની સમ્મિતરૂપ ધરી શોધી કાઢો. તે પરથી શું અનુમાન કરો છો ? (વર્તુળો બહારથી છેદે છે.)

૨૧. બે વર્તુળ એક બીજાની અંદર છે તો તેની સમ્મિતરૂપ ધરી શોધો.

૨૨. એક અંડાકૃતિ લઇ તેની સમ્મિતરૂપ શોધી કાઢો.

૨૩. નીચેની વસ્તુનાં સમ્મિતરૂપ બિંદુ, ધરી યા સફાઇ બતાવોઃ—

રકાબી, લોટો, લૅપ, કોટ, ટોપી, હાથની છત્રી, બટન, ઘડીયાળ, રંગનો તકતો, કિંડરગાર્ટનનાં રમકડાંઓ, પાટીઉં મૂકવાની ઘોડી, સ્લેટ, શીશી, પતંગ, લખોટો, ચપ્પુ, તકતો, પાણીની ગોળી અને માણસનું શરીર.

૨૪. ઉપર સિવાયનાં દશ ઘન વસ્તુઓનાં નામ આપો કે જેમાં સમ્મિતરૂપ બિંદુ, ધરી યા સફાઇ હોય.

૨૫. દશ જુદી જુદી વસ્તુનાં નામ આપો કે જેમા સમ્મિતરૂપતા ન હોય. સમ્મિતરૂપતા ન હોવાનાં કારણ આપો.

૨૬. માણસના શરીરમાં સમ્મિતરૂપ ધરી યા સમ્મિતરૂપ સફાઇ છે?

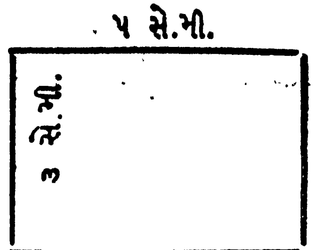
§ ૯. સ્કેલ માપ અથવા અંતર પ્રમાણ.

જ્યારે કોઇ પણ વસ્તુને વ્યાવહારિક કામને લીધે અમુક **પ્રમાણમાં** મોટી યા નાની કરવામાં આવે છે ત્યારે ને રીતિ વપરાય છે તેને **સ્કેલ રીતિ** કહે છે અને જે માપ કર્યું હોય તેને સ્કેલ માપ કહે છે. આ ઉપરથી નક્કી થાય છે કે સ્કેલ માપમાં બે ચીજો અવશ્યની છે. એક તો **આપેલી** વસ્તુ છે અને બીજું તેને નાની મોટી કરવાનું **પ્રમાણ** કે જેના ઉપરથી આપેલી વસ્તુ નાની મોટી થઇ શકે છે; તેમજ સ્પષ્ટ થાય છે કે જ્યારે સ્કેલ માપ આપ્યું હોય તો તે ઉપરથી નાની મોટી વસ્તુનું પરિમાણ પણ નીકળી શકે છે. **અ** બિંદુ **બ** બિંદુથી ૭ માઇલ દૂર છે; એ અંતર જ્યારે કાગળ ઉપર દર્શાવવું હોય ત્યારે ૭ માઇલ લાંબો કાગળ કરવો તે લગભગ અશક્ય થઇ પડે છે. તેથી ગણિતશાસ્ત્રીઓએ એવી રીતિ

ધારણ કરી છે કે પ્રકૃતિનો એક માઇલ તે કાગળનો (ધ રો કે) એક ઇંચ સમજવો. તે પ્રમાણે બે માઇલ તે બે ઇંચ સમજવા, વગેરે. આ પ્રમાણે સાથી ગનું અંતર કાગળ ઉપર ફક્ત ७" થી દર્શાવી શકાશે; તેમજ વળી જો એક માઇલને માટે ૧ સેં. મી. યા ૩ સેં. મી. લીધા હોય તો ७ માઇલને માટે ७ સેં. મી. યા ૨૧ સેં. મી. લેવા પડશે. આ પ્રમાણે કોઇ પણ મોટા માપને યોગ્ય પ્રમાણથી નાના માપમાં દર્શાવી શકાશે; અને તેથી ગણિત વિદ્યાનું કામ ઘણું આગળ વધી શકે છે. ગામનાં, તાલુકાનાં, દેશનાં, દરીઆનાં, આકાશનાં, વગેરેનાં અંતરો લખી રાખવાં હોય ત્યારે આજ રીતિ વાપરવામાં આવે છે. આ રીતિથી મુખ્ય ફાયદો એ છે કે જે આપણે વારંવાર લખવું પડે અને જેનું આપણે વારંવાર પુનરાવર્તન કરવું પડે અને જેની આકૃતિ કરતાં મુશ્કેલી નડે તે આથી સહેલ થઇ પડે છે અને એની મદદ વારે ઘડીએ બીજી મુશ્કેલીઓ દૂર કરવામાં લઈ શકીએ છીએ. નકશા વગેરે કરવામાં આજ સ્કેલ માપ હંમેશાં વાપરવામાં આવે છે.

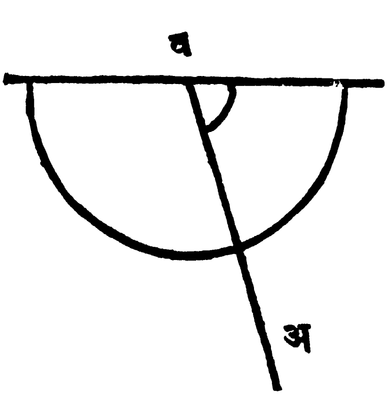
જેમ સફાઇનાં પરિમાણો સ્કેલ માપથી દર્શાવી શકાય છે તેમજ ઘન વસ્તુનાં પરિમાણો પણ એજ માપથી બતાવી શકાય છે. જેમકે પાંચ ફુટની કોરવાળા ઘનને સ્કેલ માપથી દર્શાવવો હોય તો એક ફુટને બદલે એક ઇંચ લઇ કાગળ ઉપર આકૃતિ કાઢી બતાવી શકીશું. એજ માપથી ઈજનેરો મોટી મોટી ઇમારતો અને મિનારાઓની આકૃતિ પાડે છે.

સ્કેલમાપમાં **પ્રમાણ** એ અવશ્યની બાબત છે; અને એ પ્રમાણમાં કાગળ ઉપરની આકૃતિ પ્રાકૃતિક પરિમાણથી નાની થાય છે તેમજ તેના ઉલટા પ્રમાણમાં કાગળની આકૃતિથી પ્રાકૃતિક પરિમાણ મોટું થાય છે. આ ઉપરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે સ્કેલ માપમાં ત્રિરાશિનું ભૂમિતિનું તત્ત્વ છે. અને તે એટલું બધું છે કે જ્યારે વિદ્યાર્થી ભૂમિતિ શીખવવાના સ્થાને પહોંચે છે ત્યારે તેનું વધારે સ્પષ્ટીકરણ કરવાનું અત્રે કારણ નથી. જેમકે એક ખેતર ૫૦ વાર લાંબું અને ૩૦ વાર પહોળું છે તો તેને ૧૦ વારના

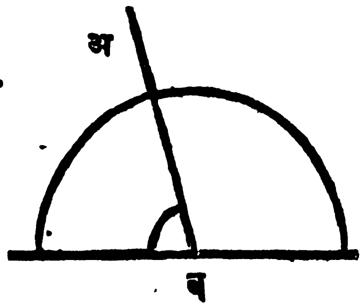


૧ સેં.મી.ના પ્રમાણમાં બતાવીશું ત્યારે પાસેની આકૃતિ જે પ્રમાણમાં આપેલા ખેતરથી નાની છે તેના ઉલટા પ્રમાણમાં એટલે ૧ સેં.મી.ના દસ વારના પ્રમાણમાં એ આકૃતિથી આપેલું ખેતર મોટું છે. ઉપલા પ્રમાણને ૧૦ વાર : ૧ સે.મી. લખવામાં આવે છે એટલે કોઈ પ્રમાણ ૧૨:૧ આપ્યું હોય તો તેનો અર્થ એવો થાય છે કે મુખ્ય આકૃતિમાં જે અંતર ૧૨ હોય તે નવી આકૃતિમાં ૧ થી બતાવવું. વળી કોઈ વખતે પ્રમાણ ૧ માઈલ : ૧ ઇંચ આપ્યું હોય તો તેનો અર્થ એવો છે કે આપેલી આકૃતિનો એક માઇલ તે નવી આકૃતિનો એક ઇંચ સમજવો.

જ્યારે એક બિંદુમાંથી બીજા બિંદુ તરફ જોઇએ તો દૃષ્ટિમાંથી જતી બન્ને બિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી દરેક બિંદુમાંથી જતી ક્ષિતિજ સમાન્તર લીટીની સાથે ખૂણો કરે છે, દરેક બિંદુ આગળના આ ખૂણાને સામેના બિંદુ સાથે પહેલા બિંદુનું બેરીંગ યા કોણ અંતર કહે છે. જેમકે **ब** બિંદુથી **अ** બિંદુનું બેરીંગ યા કોણ અંતર કાઢવું હોય તો **ब** આગળના પ્રોટ્રૅક્ટરના પાયાને ક્ષિતિજ સમાન્તર રાખી **अ** બિંદુ પ્રોટ્રૅક્ટરના જે ખૂણામાં માલમ પડે છે તે **अ**નું **ब** આગળનું બેરીંગ યા કોણ અંતર કહેવાય છે. તેમજ **अ** આગળથી **ब** નું કોણ અંતર કાઢવું હોય તો પ્રોટ્રૅક્ટરને **अ** આગળથી ક્ષિતિજ સમાન્તર રાખી **ब**ની દિશામાં જોવું અને જે ખૂણાના અંતરે પ્રોટ્રૅક્ટરમાં **ब**ની દિશા જતી હોય તે **ब**નું **अ** આગળથી કોણ અંતર સમજવું. **अ**, આંખની ક્ષિતિજ લીટીથી નીચે કે ઉપર હોય છે.



નીચ કોણ અંતર.



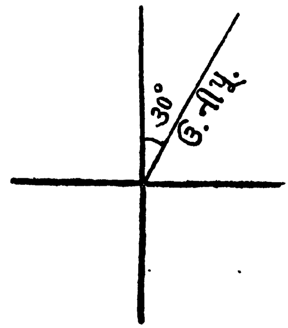
ઉચ્ચ કોણ અંતર.

ઉપરની આકૃતિથી સ્પષ્ટ થશે કે **अ** નું અંતર **ब** આગળથી કાઢવું હોય તો **ब** આગળ એક ક્ષિતિજ સમાન્તર સીધી લીટી દોરવી અને **अ, ब**ને સાંધી આ બે લીટીની વચ્ચે જે ખૂણો થાય તે **अ**નું **ब** આગળ બેરીંગ યા કોણ અંતર સમજવું. વળી સમાન્તર લીટીઓ સાથે આડી લીટીથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર છે તેથી જ્યાં સુધી બિંદુઓ સ્થિર છે ત્યાં સુધી અરસપરસ બન્નેનું બેરીંગ એકજ રહેશે. વળી તેથી જો એક વસ્તુ ઘણી ઉંચે હોય અને પહોંચી શકાય એવી ન હોય તો પણ બીજું બિંદુ જો હસ્તગોચર હોય તો તેનું બેરીંગ નીકળી શકે છે.

જો કે મોટાં મોટાં લંબાઇનાં અંતરોને સ્કેલ માપથી નાનાં કરવાની જરૂર પડે છે તો પણ ગમે તેવાં ખૂણાનાં અંતરોને એ માપથી નાનાં કરવાની જરૂર પડતી નથી; કારણ કે જ્યારે બે બિંદુનું કોણ અંતર તેના સીધી લીટી અંતરથી સ્વતંત્ર છે અને મોટાં લંબાઇનાં અંતરો કાગળ પર દર્શાવી શકાતાં નથી ત્યારે ગમે તેવાં મોટાં કોણનાં અંતરો કાગળ ઉપર તેટલીજ સહેલાઇથી (જેટલી સહેલાઇથી મૂળ અંતર રહી શકે છે) બતાવી શકાય છે. આ કોણ અંતરોનો એક પ્રત્યક્ષ અને મુખ્ય ગુણ છે. તેથી વિદ્યાર્થીએ કોણ અંતરો તેટલાંજ રાખવાં.

વળી કોઇ વખતે બિંદુઓની દિશા જાણીતી દિશામાંની ન હોય

ત્યારે પ્રોટ્રૅક્ટરથી તેની બરાબર દિશા (યા વહાણવટીના કૉમ્પાસથી) લેવામાં આવે છે. જ્યારે એક બિંદુ એવી રીતે આપ્યું હોય કે તે "ઉત્તરે ૩૦° પૂર્વ તરફ" યા "ઉ૦ ૩૦° પૂ૦" યા "ઉત્તરની ૩૦° પૂર્વે" છે ત્યારે તેનો અર્થ એવો છે કે પ્રથમ ઉત્તરમાં જોવું અને પછી પૂર્વ તરફ ૩૦° ના ખૂણામાંથી ફરવું તો તે બિંદુ બરાબર સામું આવશે.



એજ પ્રમાણે કોઇ બિંદુ ગમે તે ખૂણામાં આવ્યું હોય તો પણ તેનું બરાબર કોણ અંતર નીકળી શકે છે.

નોટ ૧–જ્યારે કોઇ નકશો યા આકૃતિ સ્કેલ માપથી કાઢવી હોય તો હંમેશાં પહેલાં હાથથીજ તેની નકલ કરવી અને ત્યાર પછી તે ઉપરથી ગણત્રી કરી તે ચોક્કસ કરવી. આ ઉપરથી ઘણાં માપો નજર આગળ આવી જશે અને વ્યાવહારિક દૃષ્ટિ ઉઘડશે.

નોટ ૨–વિદ્યાર્થીને લક્ષમાં હશે કે ખૂણાનું મહત્ત્વ તેની શાખા લીટીથી તદ્દન સ્વતંત્ર છે એટલે કે શાખા લીટીને ગમે તે પ્રમાણમાં નાની મોટી કરીએ તો પણ ખૂણાનું મહત્ત્વ તેનું તેજ રહે છે.

સ્કેલ માપના પ્રશ્નો.

૧. નીચેની લીટીઓને ૧૫ : ૧ના માપમાં દોરોઃ–
૭૫ સેં. મી., ૨૨૫ સેંમી. ૨′–૬″, ૪′, ૬′–૩″, ૧૨ દે. મી, ૧·૫ મીટર.

૨. નીચેની બાજુવાળા ત્રિકોણને ૧૦ : ૧ ના માપમાં દોરોઃ–
૮,૧૨,૧૦; ૬,૯,૮; ૧૧,૧૪,૧૭; ૧૫,૯,૧૬; ૨૦,૨૧,૨૩; ૫,૭,૯; ૧૪,૧૭,૨૭; ૫,૧૦,૧૪, ઇંચો.

૩. નીચેની બાજુવાળા લંબચોરસને ૬ : ૧ના પ્રમાણમાં દોરોઃ–
૩,૬; ૪,૮; ૮,૧૨; ૫,૧૦; ૧૫,૧૮; ૨૦,૨૪; ૨૪,૨૭; ૧૨,૧૫;

૨૪,૩૬; ૧૨,૧૬; ૧૮,૨૩; ૬,૧૨ સેં.મી.

૪. નીચેની બાજુવાળા ચોરસોને ૧૨ : ૧ના પ્રમાણમાં દોરો:–
૩; ૬; ૧૨; ૧૮; ૧૫; ૨૪; ૨૭; ૩૦; ૩૬ ઇંચો.

૫. નીચેના વર્તુળોનો ૨૦ : ૧ના પ્રમાણમાં દોરોઃ–
ત્રિજ્યા–૫'; ૧૦ સેં. મી., ૭'૫'; ૧'૫"; ૨૫ સે. મી; ૧૦૦ સેં. મી.; ૮૦"; ૩૦૦ સેં.મી.; ૨'૧"; ૨'૫ ડે'મી.

૬. તમારી સામેની ૧૦ વસ્તુને માપી તેને ૪ : ૧ના પ્રમાણમાં નાની કરો.

૭. એક માણસ કલાકના ૬ાા માઇલ પ્રમાણે ૩ કલાક સુધી ચાલે તો ૧૦ મા. : ૧" ના પ્રમાણમાં બતાવો કે તે કેટલું ચાલ્યો ?

૮. એક ઘોડો ૩ માઇલના પરિઘ ઉપર ૪ વખત ફરે છે તો ૬ માઇલ : ૧" ના પ્રમાણમાં બતાવો કે તે કેટલું ફર્યો ?

૯. એક તોપનો ગોળો ૩½ માઇલની ત્રિજ્યાના ઘેરાવામાં પડે તો ૧ મા : ૧" ના પ્રમાણમાં તે જે ક્ષેત્રફળમાં પડે તે બતાવો.

૧૦. એક સાઇકલવાળો ૧૨ માઇલ સીધો ગયા પછી આ સીધી લીટીના વ્યાસવાળા ૩ માઇલ ત્રિજ્યાના વર્તુળના પરિધ ઉપર પાછો ફરી આવે તો ૧૦ મા. : ૧" ના પ્રમાણમાં તેનો રસ્તો બતાવો.

૧૧. બે કિલ્લાઓ ૧૦ માઇલને અંતરે છે. અને તેમાંથી તોપનો ગોળો ૭ માઇલ અંદર પડી શકે છે; જે સફાઇમાં બન્નેના ગોળાઓ આવી પડે છે તેની આકૃતિ ૧ મા.: ૧ સેં.મી.ના પ્રમાણમાં કાઢો.

૧૨. એક માળી એક ગોળ બગીચામાં (ત્રિજ્યા ૫૦') કોર ઉપર ઉભો રહી ૭૦' આસપાસ પાણી છાંટી શકે છે તો જે સફાઇમાં પાણી ન જાય તેની આકૃતિ કાડો. [૧૦ ફુટ : ૧"]

૧૩. ૧'૫ ફુટની ત્રિજ્યાના ત્રણ વર્તુળોનાં મધ્યબિંદુઓ સરખે અંતરે છે તો તેની આકૃતિ ૧ ફુટ: ૧ ઇંચમાં દોરો.

૧૪. રૉમ્બસના આકારનો એક બગીચો ૧ માઇલ બાજુનો છે.૧૭૬ વાર : ૧" ના પ્રમાણમાં બગીચો બતાવો. (એક ખૂણો ૭૨° નો છે.)

૧૫. ત્રણ વર્તુળનાં મધ્ય બિંદુઓ અરસપરસ ૮ માઇલ દૂર છે અને ત્રિજ્યા અનુક્રમે ૫, ૬, ૭ માઇલ છે તો ત્રણેની અંદર આવેલી સફાઈ બતાવો અને બબ્બેની અંદર આવેલી સફાઇ કાઢો. [સ્કેલ ૧ માઇલ : ૧ સેં.મી.]

૧૬. બે વર્તુળનાં મધ્ય બિંદુઓ ૭ માઈલ દૂર છે અને ત્રિજ્યા ૫ અને ૬ માઈલ છે; બન્ને વર્તુળની વચ્ચેનો ભાગ ૧ મા .:.૧" ના સ્કેલમાં બતાવો.

૧૭. બે શિખરો એક બિંદુથી ૫ માઇલ અને ૬ માઇલ દૂર છે. જો તેઓની ઉંચાઇ ૩ અને ૫ માઇલ હોય તો $\frac{1}{2}$ માઇલ:૧ સેં.મી. સ્કેલમાં તેની આકૃતિ કાઢો.

૧૮. પ્રશ્ન ૧૭ મામાં આપેલા બિંદુથી શિખરની ઉંચાઇનાં મધ્ય બિંદુ કેટલે અંતરે છે ?

૧૯. એક માણસ ટેકરી ઉપર ૧૭ માઈલ જાય છે અને પાછો ૧૨ માઇલ ઉતરે છે; જો મૂળ સ્થાનેથી તે ૧૮ માઇલ સીધી લીટીમાં આવ્યા હોય તો તેના રસ્તાની આકૃતિ ૧૦ મા.:૧"ના સ્કેલ પર કાઢો.

૨૦. એક માણસ **अ** થી ઉત્તરે ૧૭ માઇલ જાય છે અને પછી પૂર્વે ૧૨ માઇલ જાય છે, તો તે **अ** થી કેટલે દૂર ગયો ? સ્કેલ ૧૦ માઇલ :૧"

૨૧. એક બેપાઓ **क** થી દક્ષિણે ૨૩ માઈલ જાય છે અને પછી પશ્ચિમમાં થોડુંક ગયા પછી (**क**ની) દ. ૩૩° ૫૦ પર આવે છે તો તે પશ્ચિમમાં કેટલું ગયો ? સ્કેલ ૧૦ મા. : ૧ સેં. મી.

નોટ—નીચેના પ્રશ્નોમાં યોગ્ય અંતર પ્રમાણ વાપરવાં.

૨૨. **अ, ब**થી ૨૨ માઇલ પૂર્વે ગયો અને પછી ૧૫ માઇલ દક્ષિણે ગયો અને પાછો પૂર્વે ૭ માઈલ ગયો ત્યારે **अ, ब** થી કેટલે દૂર ગયો ?

૨૩. એક લશ્કર વચ્ચે નદી આવવાથી, **अ**થી ૪૫° વળી ૭૫ માઇલિ જાય છે. અને વળી ૭૫° પાછું વળી ૧૨૫ માઇલ જાય છે (**ब** સુધી) તો તે કેટલું અંતર વધારે ચાલ્યું ?

૨૪. એક નદીની પહોળાઈ ૩૦૦ ફુટની છે. પણ પાણીના જોરને લીધે પૂલને ૧૫° માંથી ફેરવવો પડે છે. તો એક ફુટે ૨૫,૦૦૦ રૂપિઆ પ્રમાણે કેટલો ખરચ વધારે થયો ?

૨૫. **अ** અને **ब**, **क** થી અનુક્રમે ૨૩ અને ૩૩ માઇલ ૪૨° ખૂણે આવેલાં છે તો **अब** કેટલું ?

૨૬. બે માણસો જુદાં ગામથી એકજ ગામ જવા માટે ૫ અને ૬ માઇલ (કલાકના) વેગથી ચાલે છે. જો તેઓ ૩॥ કલાક ચાલી એકી વખતે ગામમાં આવી પહોંચે તો તેઓ કેટલું અંતર ચાલ્યા તે આકૃતિથી બતાવો. પહેલાં બે ગામ ત્રીજા સાથે ૩૦° નો ખૂણો કરે છે.

૨૭. એક ત્રિકોણની બે બાજુઓ ૨૦ અને ૧૨ માઇલ છે અને અંતર્ખૂણો ૩૭° છે તો ત્રીજી બાજુ કેટલી ?

૨૮. એક △ માં ∠ **ब**=૭૨°, ∠ **क**=૫૬° અને અ=૧૨ માઇલ તો △ દોરી બીજી બાજુઓ માપો.

૨૯. ગોધ્રાથી નૈઋત્ય ખૂણામાં મુંબઇ ૨૯૦ માઇલ છે અને પશ્ચિમમાં આણંદ ૪૦ માઇલ છે તો આણંદથી મુંબઇ કેટલું? બન્નેનું કોણ અંતર શું ?

૩૦ મુંબઇથી ઉત્તરમાં અમદાવાદ ૩૧૦ માઇલ છે અને ઇશાનમાં નાગપુર ૫૩૫ માઇલ છે તો નાગપુરથી અમદાવાદ કેટલું ? બન્નેનું કોણ અંતર શું ?

૩૧. મુબઇથી કલકત્તા પૂર્વની ઉત્તરે ૨૨° ૫૨ ૧૩૫૦ માઇલ છે અને લાહોર ઉત્તરમાં ૧૧૨૫ માઇલ છે તો લાહોર કલકત્તાથી કેટલું ? બન્નેનું કોણ અંતર શું ?

૩૨. એક ગામ **ब** થી પૂર્વમાં ૧૮ માઇલ દૂર છે અને **क** થી નૈઋત્યમાં ૨૩ માઇલ દૂર છે તો **बक** કેટલું ?

૩૩. એક ગાડીવાનને ૨૫°ને ખૂણે ૧૦૦ ફુટ ઉંચો અને ૫૦૦ ફુટ લાંબો પૂલ ચઢવો પડે છે તો તે કેટલું વધારે જાય છે ?

૩૪. એક આગબોટના રસ્તામાં ખડક આવવાથી તેને ૨૩°ને ખૂણે કતરાતું જવું પડે છે; ૭૨ માઇલ ગયા પછી ૭૩°ને ખૂણે અસલની દિશામાં આવવાને પાછું વળવું પડે છે; જો આગબોટ ૧૬ માઇલ કલાકની ચાલે તો તેનો કેટલો વખત નકામો ગયો ?

૩૫. ઉપરના પ્રશ્નમાં કલાકે ૨૦૦ રૂપિઆ ખર્ચ થાય તો કેટલો ખર્ચ નકામો થયો ?

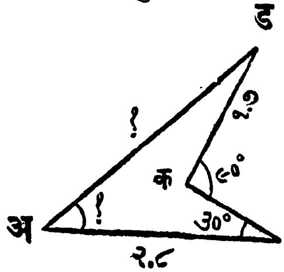
૩૬. એક આગબોટ પૂર્વમાં **अ** થી ૨૫૦ માઇલિ જાય છે. પછી દક્ષિણમાં ૧૨૫ માઇલ જાય છે અને પછી નૈર્ઋત્ય ખૂણામાં ૮૭½ માઇલિ જાય છે તો તે **अ** થી કેટલી દૂર ગઈ?

૩૭. એક આગબોટ પશ્ચિમમાં, પછી ઉત્તરમાં, પછી પૂર્વમાં જાય છે; જો પહેલી જગ્યાથી તે ૭૫ માઇલ અને પશ્ચિમમાં ૧૮૦ માઇલ જાય તો ઉત્તર અને પૂર્વમાં તે કેટલી દૂર ગઈ હશે?

૩૮. **अ, ब, क,** ત્રણ ટેકરીઓ છે. **अ क** ૪૫ અને **अ ब** ૮૨½ માઇલ છે અને ∠**बअक** ૩૭° છે તો **बक** કેટલું?

૩૯. એક નદીની પહોળાઇ દર સો માઇલે ૨૦ ફુટ વધે છે તો તે ૧૧૫૦ માઇલિ આગળ કેટલી પહોળી હશે?

૪૦. એક વહાણવટી **अ** થી ઉત્તરમાં **ब** સુધી ૩૫ માઇલ, **ब** થી પૂર્વમાં **क** સુધી ૪૭ માઇલિ અને **क**થી ઉત્તરમાં **ड** સુધી ૩૯ માઇલ જાય છે તો **अ ड** કેટલું? **अ**થી **ड**નું કોણ અંતર યા બેરીંગ કેટલું?

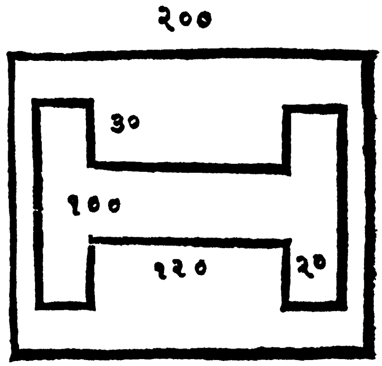


૪૧. એક માણસ **अ** થી **ब** સુધી ૨૮ કીલોમીટર, ૩૦°ને અંતરે **ब** થી **क** સુધી ૧૩ કીલોમીટર, અને **क** થી **ड** સુધી ૯૦° ને અંતરે ૧૭ કીલોમીટર જાય તો **अड** કેટલું? અને **अ**થી**ड**નું બેરીંગ શું? આકૃતિ.

૪૨. **अ,ब** ની પશ્ચિમે ૩૫ માઇલ છે અને **क, अ** ની દક્ષિણે ૫૭ માઇલ છે તો **ब क** કેટલું? અને **क** થી **ब** નું બેરીંગ શું?

૪૩. **क्ष, य** ના વાયવ્યમાં ૧૨૫ માઇલ અને **य,ज्ञ** ના ઇશાનમાં ૧૭૫ માઇલ છે તો **क्षज्ञ** કેટલું? બન્નેનું અરસપરસ બેરીંગ શું?

૪૪. **क**ની પશ્ચિમે **य** ૬૨ માઇલિ અને **र,क**ની ઉત્તરે છે. જો **यर** ૭૫ માઇલિ હોય તો **कर** કેટલું અને **क** આગળ **र**નું બેરીંગ શું?



૪૫. એક નિશાળ કમ્પાઉંડ સાથે પાસે પ્રમાણે છે તો ૬૦ ફીટ: ૧" ના સ્કેલમાં તેનો નકશો દોરો- (પરિમાણ વારમાં છે)

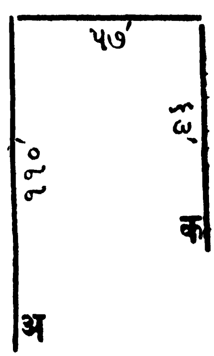
૪૬. નીચેની લંબાઈ પહોળાઇ વાળા ઓરડાના નકશા દોરોઃ—

૨૨'×૩૪'; ૪૫'×૪૫'; ૨૫'×૩૦'; ૪૦'×૨૦'; ૧૭'×૧૯'; ૨૩'×૧૪'; ૨૫મી૦×૨૭મી૦; ૩૫મી૦×૩૩મી૦; ૪૪મી૦×૪૮મી૦.

૪૭. એક માણસ ૬૦°ને ખૂણે ૨૫ ફુટ ચઢે છે અને પાછો વળી ૬૦°ને ખૂણે ૨૪ ફુટ ચઢે છે તો તે કુલ્લે સીધું કેટલું ચઢ્યો ?

૪૮. એક ટાવર ઉપર જવાને માટે દશ દાદર છે; દરેક દાદર ક્ષિતિજ સાથે ૭૨°નો ખૂણો કરે છે અને દાદર એકેકની ઉપર છે અને દરેકની લંબાઈ ૧૮ ફુટ છે તો ટાવરની ઉંચાઈ કેટલી ?

૪૯. એક ખાણમાં ૧૧૦ ફુટ લાંબી ગેલેરી છે અને પાછી આડી ૫૭ ફુટ લાંબી બીજી ગેલેરી છે અને પાછી ફુટ ૬૩ ત્રીજી ગેલેરી છે તો अक કેટલું ? (જુઓ પાસેની આકૃતિ.)



૫૦. એક માણસ ૪૫°ને ઢોળાવે ૫૫૦ ફુટ ઉતર્યો અને પછી સપાટ જમીન ઉપર ૭૨૫ ફુટ ચાલ્યો તો કુલ્લે તે કેટલું સીધું ચાલ્યો ?

૫૧. એક મુસાફર પર્વત પર ૭૦° ને ખૂણે ૩¾ માઇલ જાય છે અને પછી ૧૫° ને ખૂણે (ક્ષિતિજ લીટીની સાથે) ૨¾ માઇલ જાય છે. પણ પાછે

વળી ૧૮° ને ખૂણે ૦॥ માઇલ જાય છે ત્યારે પર્વતનું શિખર આવે છે તો પર્વતનું શિખર કેટલુ ઉંચુ હશે ?

૫૨. એક ઇંજનેર નદીના કિનારા પરથી ૧૫° ને રસ્તે ૭૫ ફુટ ઉતરે છે અને ૧૨૦ ફીટ સીધો ચાલી ૨૪° ને રસ્તે ૨૨૫ ફુટ ચઢે છે તો એ બે બિંદુની વચ્ચે કેટલો લાંબો પૂલ આવશે ?

૫૩. મુંબઇથી લાહોર ઉત્તરે ૧૧૨૫ માઇલ અને લાહોરથી નૈરૂત્યમાં ૭૩૫ માઇલ કરાંચી છે તો કરાંચીથી મુંબઇ કેટલું ? મુંબઇ આગળથી કરાંચીનું કોણ અંતર શું ?

૫૪. નાગપુરથી કાશી ઇશાનમાં ૬૫૭ માઇલ, કાશીથી પૂર્વની દક્ષિણે ૨૫° માં ઢાકા ૩૧૫ માઇલ અને ઢાકાથી ઇશાનમાં બ્રહ્મપુત્રાનો પૂર્વ છેડો क ૨૧૬ માઇલ. તો નાગપુરથી क કેટલું ?

૫૫. એક લંબચોરસ ખેતર ૩૧૨′×૪૧૩′ છે; તો તેનો નકશો દોરો.

૫૬. નીચેના લંબચોરસો દોરોઃ—

૧૨૨૫′ × ૮૫૦′; ૪૨૨′× ૩૧૪′; ૪૬ માઇલ × ૨૪ માઇલ; ૧૧૧ કીલોમીટર×૧૮૫ કીલોમીટર.

૫૮. ૬″ લાંબુ કંપાસ ૧૫°ને ખૂણે ઉઘાડીએ તો બન્ને છેડાની વચ્ચે સીધી લીટી અંતર કેટલું ?

૫૮. બે બંદર પૂર્વ પશ્ચિમ ૧૨ માઇલ છેટે છે અને એક વહાણ એકથી ઇશાનમાં અને બીજાથી વાયવ્યમાં છે તો વહાણનું અંતર બન્નેથી શું?

૫૯. એક સમકોણબાજુ બહુકોણ ષટ્કોણ આકારમાં છે. અને તેની દરેક બાજુ ૧૦૪ વાર છે તો તેનો નકશો દોરો.

૬૦ બે માણસો ૧૦૦૦ ફુટ અંતરે ઉત્તર દક્ષિણ છે. એક દીવાદાંડી એકથી દક્ષિણની પશ્ચિમે ૨૦° અને બીજાથી ઉત્તરની પશ્ચિમે ૨૫° પર દેખાય છે તો તેનું અંતર કેટલું ?

૬૧. એક સમબાજુ ત્રિકોણની બાજુ ૨૨૫ ફુટ છે તો શિરોબિંદુથી સામેની બાજુમાં સૈાથી નજીક બિંદુ (લંબ અંતર) કેટલું દૂર છે ?

૬૨. બે બોયાં अ અને ब ૮૦૦ વાર છેટે છે અને ब, अ ની ઉત્તરે છે; એક વહાણ ब ની પાસે થઇ પૂર્વમાં જાય છે અને તેને માલમ પડે છે કે પાંચ મીનીટ પછી क નું કોણ અંતર દક્ષિણની પશ્ચિમે ૫૭° થશે તો તે વહાણ કલાકના કેટલું ચાલે છે?

૬૩. ત્રણ શહેરો એક સીધી લીટીમાં છે. મધ્યના શહેરથી આજુ બાજુનાં શહેરો ૩૫ અને ૪૧ માઇલ છે. ચોથું શહેર મધ્ય શહેરથી ૫૩ માઇલ અને નીચેનાથી ૬૨ માઇલ છે તો ઉપરના શહેરથી તેનું અંતર કેટલું? અને તેનું કોણ અંતર દરેક શહેરથી શું?

૬૪. એક કમળ પાણીથી ૧૬॥ ઇંચ ઉંચું છે અને પવનના ઝપાટાથી દૂર જતું રહી બરાબર તે ડુબી જાય છે. જો ૩૬ ઇંચ દૂર તે કમળ ડુબી જાય તો તળાવમાં પાણી કેટલું હશે?

૬૫. એક બોયાને ૬૦′ લાંબી સાંકળથી બાંધેલું છે. ઓટ વખતે ૯૬′ વ્યાસ ઉપર તે ફરી શકે છે. જ્યારે ભરતી ૧૨ ફુટ વધારે ચડે ત્યારે તે કેટલા લાંબા વ્યાસ ઉપર ફરશે?

૬૬. એક બોયું ૧૬૭ ફુટ લાંબી સાંકળથી બાંધેલું છે. ઓટ વખતે ૨૬૨ ફુટ વ્યાસ ઉપર તે ફરી શકે છે. જ્યારે ભરતી ૯૧ ફુટ વધારે ચડે ત્યારે તે કેટલા લાંબા વ્યાસ ઉપર ફરી શકશે?

૬૭. એક ગરૂડ ૫૦૦ ફુટ ઉંચેથી પોતાની નીચે એક સાપને જુએ છે કે તરતજ એક કાટખૂણ ત્રિકોણના કર્ણને રસ્તે ઉતરી સર્પ ૬૫ ફુટ જાય છે એટલે પકડે છે. ત્યારે ગરૂડ કેટલું અંતર ઉતર્યો હશે?

૬૮. એક ઘોડાને લંબચોરસ બગીચાની વાડીથી ૩૫ ફુટ દૂર બાંધ્યો છે. દોરડું ૫૦ ફુટ લાંબું હોય ત્યારે બગીચાને વાડ ન હોય તો કેટલો બગીચો તે ચરી શકશે તેની આકૃતિ દોરો.

૬૯. એક સમડી ૪૪૦ ફુટ ઉંચેથી જમીન ઉપર શિકારને જોઈ ૩૨°ને ખૂણે ઉતરે છે. પણ શિકાર મૂળ જગ્યાએથી ૨૨ ફુટ ગયા પછી પાછો વળે છે જેથી સમડીને ક્ષિતિજ લીટીની સાથે ૪૮°ને ખૂણે ઉતરવું

પડે છે. જો સમડી શિકારને પકડી શકે તો તે કેટલું ઉતરી હશે અને શિકાર પાછું વળી કેટલું જઇ શકયો હશે ?

૭૦. એક વાનરને વાડથી ૨૦ ફુટ દૂર બાંધ્યો છે. જો દોરડું ૩૦ ફુટ લાંબું હોય તો કેટલી વાડની લીલોતરી તે ખાઈ શકશે ?

૭૧. **अ** દીવાદાંડીથી **ब** વહાણુ ઉત્તરે છે અને **क** વહાણુ ઇશાને છે; વળી **क**, **ब** ની પૂર્વમાં છે. જો **ब क** ૫·૭ માઇલ હોય તો **अब** અને **अक** કેટલું ?

૭૨. એક નદી પૂર્વ પશ્ચિમ વહે છે અને એક માણુસ એક કિનારા પરથી સામેના કિનારા પર એક ઝાડ ઉત્તરની પશ્ચિમે ૨૦° પર જુએ છે; ૨૦૦ વાર કિનારા પર ચાલ્યા પછી તેજ ઝાડ ઇશાનમાં જુએ છે તો નદી કેટલી પહોળી હશે ?

૭૩. દમણુથી મહાલક્ષ્મી અગ્નિ ખૂણામાં છે અને દેહેણુંથી ૨૭ માઇલ દૂર પૂર્વમાં છે તો દમણુથી દેહેણું કેટલું ?

૭૪. મુંબઇથી એલીફન્ટા જતાં બોટ ૭ માઇલ સુધી ઇશાનમાં જાય છે અને પછી વાવવ્યમાં ૫·૩ માઇલ જાય છે તો મુંબઇથી એલીફન્ટા કેટલું ? તેનું કોણુઅંતર પણુ શોધી કાઢો.

૭૫. એક ઘડીઆળનું ઘર ૧૬॥ ઇંચ પહોળું છે અને અલારો ૩૫॥ ઇંચ લાંબો છે અને તે એવી રીતે હાલે છે કે બન્ને બાજુથી તેનું અંતર હમેશાં ૩" રહે છે તો અલારો કેવડા ખૂણામાં ફરતો હશે ?

૭૬. **ग** થી **ड** પશ્ચિમે ૯ માઇલ, **ड** થી ઉત્તરે **अ** ૧૨ માઇલ અને **अ** થી પશ્ચિમે ૧૭ માઇલ **र** છે તો **गर** કેટલું ?

૭૭. **ह**ની ઉત્તરે **अ** ૧૨ માઇલ, **ह**ની દક્ષિણે **ड** ૨૪ માઇલ અને **अ**ની પશ્ચિમે **क** છે, અને **कड** ૪૨ માઇલ છે તો **कह** અને **कअ** કેટલું ?

૭૮. **कह**=૧૯ માઇલ, **कम**=૧૧ માઇલ, **मह**=૧૭ માઇલ છે તો **मह**, **क**થી કેટલી દૂર છે ?

૭૯. એક ટ્રાપિજ્યમની સમાન્તર બાજુઓ ૭૮ વાર અને ૧૧૭

વાર છે અને વિષમબાજુ દરેક ૧૫૬ વાર છે તો પ્રપિન્ડમની કર્ણનું અંતર કાઢો.

૮૦. એક વર્તુળની ત્રિજ્યા ૧૧૦ ફુટ છે અને એક જ્યા ૧૮૦ ફુટ છે તો મધ્ય બિંદુમાંથી જ્યા ઉપર પડતા લંબનું માપ કાઢો.

૮૧. એક લંબચોરસની બાજુ ૮૪ વાર અને ૧૦૫ વાર છે તો તેના કર્ણનું માપ કાઢો.

§ ૧૦. પેપર ફોલ્ડિંગ યા સળરચના.

કોઈ પણ કાગળના કટકાને લઈ તેને ગમે તેમ વાળીએ તો તેના ઉપર કાપો પડશે; એ નિશાનીને **સળ** કહે છે. આવી રીતે જોઇએ તેટલા સળ પાડી કાગળ ઉકેલી જોઇશું તો અમુક જાતની ભૂમિતિની આકૃતિ આપણને મળશે. અને એ આકૃતિ કરવાને જે રીતિ અખત્યાર કરવામાં આવે છે તેને **સળરચના** યા **પેપર ફોલ્ડિંગ** કહે છે. અને એવી આકૃતિને **સળ રચનાથી થએલી આકૃતિ** કહે છે. સળ રચનાથી ગમે તે આકૃતિ કરતી વખતે ખાસ યાદ રાખવાનું એ છે કે જે સાહિત્યો ભૂમિતિના અન્ય પ્રશ્નો છોડતી વખતે ઉપયોગમાં લઇ શકાય છે તે (ખાસ કહ્યા વિના) સળરચનામાં વાપરી શકાતાં નથી. જે જે આકૃતિ સળરચનાથી કરવાની છે તેમાં ફક્ત કામળ અને હાથનોજ ઉપયોગ કરવાનો છે.

સળરચનાથી થતા પ્રશ્નો.

૧. કાગળ ઉપર સળ પાડી દશ જુદી જુદી સીધી લીટી બનાવો.

૨. સળ પાડી એકને બીજી સીધી લીટી છેદતી કરો.

૩. સળ પાડી વક્ર લીટી થઇ શકે કે નહિ તે બતાવો.

૪. બે બિંદુ નક્કી કરી તેને સાંધનારી સીધી લીટી સળથી બનાવો.

૫. બે બિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી દુભાગો.

૬. બે બિંદુને સાંધનારી સીધી લીટીના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૭. બે બિંદુને સાંધનારી સીધી લીટીના ૪, ૬, ૯, ૧૨ અને ૧૫ સરખા ભાગ કરો.

૮. સળ પાડી એક સાંકડો ખૂણો, એક પહોળો ખૂણો, બે પાસે પાસેના ખૂણા, બે સામસામેના ખૂણા, અને એક કાટખૂણો બનાવો.

૯. એક કાગળને બેવડ વાળો અને પાછો સળના બન્ને ભાગો બરાબર મેળવી બેવડ વાળી ઉકેલી જુઓ કે કેવો ખૂણો થયો.

૧૦. ઉપર પ્રમાણે સળ પાડી દશ દ્વિકાટખૂણ ખૂણા બનાવો.

૧૧. પ્રશ્ન ૯ પ્રમાણે સળ પાડી કહો કે એ લીટીઓ કેટલા કાટખૂણા કરે છે.

૧૧. એક 'રીફ્લેક્ષ' યા અતિદ્વિકાટખૂણ ખૂણો બનાવો.

૧૩. એક કાટખૂણાને સળ પાડી દુભાગો. આ નાનો ખૂણો કેટલા અંશનો હોવો જોઇએ ? માપી ખાત્રી કરો.

૧૪. ગમે તે જાતના ખૂણાને સળથી દુભાગો.

૧૫. પહોળા ખૂણાને સળથી દુભાગો. આ નાનો ખૂણો કેવો છે ?

૧૬. એક દ્વિકાટખૂણ કરી તેને ત્રણ કટકામાં વાળી તેના ત્રણ સરખા ભાગ કરો. આ દરેક ખૂણો કેવડો હશે ?

૧૭. પ્રશ્ન ૧૬ પ્રમાણે એક કાટખૂણાને ત્રિભાગો.

૧૮. ગમે તે એક ખૂણો લઈ તેના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૧૯. એક બીજીને છેદે તેમ બે સીધી લીટીઓ વાળી જુઓ કે અકાઇનો કોઇ પણ ભાગ હદની નક્કી થઈ શકે છે. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

૨૦. ગમે તે એક ખૂણો લઇ તેના ૪ સરખા ભાગ કરો.

૨૧. ત્રણ બિંદુઓ લઇ તેમાંથી જતી બે લીટીઓ એવી રીતે વાળો કે એક ખૂણો થઇ શકે.

૨૨. એક સીધી લીટી વાળી તેની ઉપર પડતી કોઇ બિંદુમાંથી જતી બીજી સીધી લીટી વાળો; જુઓ કે પાસે પાસેના ખૂણા જે એકબાજુ ઉપરના છે તે બે કાટખૂણા બરાબર છે કે નહિ.

૨૩. ઉપરના પ્રશ્નમાં જુઓ કે બે કાટખૂણા કરતી અંત્ય શાખાલીટી સિવાય ખૂણાનું મહત્ત્વ તેટલુંજ રાખીને બીજી કોઇ પણ શાખાલીટી વાળી શકાય છે કે નહિ.

૨૪. બે અરસપરસ છેદતી લીટીઓ વાળી બતાવો કે સામસામેના ખૂણાઓ બરાબર છે.

૨૫. સળ વાળી બતાવો કે કોઇ પણ કાટખૂણાનું મહત્ત્વ હંમેશાં એકજ હોય છે.

૨૬. સળ પાડી બતાવો કે પાસે પાસેના ખૂણાઓ બે કાટખૂણા બરાબર છે.

૨૭. એકજ શિરોબિંદુ આગળ ગમે તેટલા ખૂણા બનાવો અને જ્યારે બે કાટખૂણા પુરા થાય છે ત્યારે અંત્ય શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે કે નહિ તે બતાવો.

૨૮. સળ વાળી એક કાટખૂણ ત્રિકોણ, એક સાંકડખૂણ ત્રિકોણ, એક પહોળખૂણ ત્રિકોણ, અને એક વિષમબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૨૯. એક લીટીમાં એક બિંદુ લઇ એક લીટી ઉપર લંબ દોરો.

૩૦. બહાર એક બિંદુ લઈ એક લીટી ઉપર તેમાંથી લંબ દોરો.

૩૧. કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કાટખૂણ શિરોબિંદુમાંથી કર્ણ ઉપર લંબ દોરો.

[નોટ–કર્ણને એવી રીતે વાળો કે તેના બન્ને ભાગ એક બીજાની ઉપર સરખા મળી જતાં સળ શિરોબિંદુમાંથી જાય]

૩૨. વિષમ બાજુ ત્રિકોણમાં પ્રશ્ન ૩૧ની નોટ પ્રમાણે શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ દોરો.

૩૩. પહોળખૂણ ત્રિકોણમાં પ્રશ્ન ૩૧ની નોટ પ્રમાણે શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ દોરો. જુઓ કે ત્રણે લંબ એકજ બિંદુમાં મળે છે કે નહિ.

૩૪. ત્રિકોણના કોઇ પણ ખૂણાને તેની શાખાલીટીઓ એક બીજાની ઉપર બરાબર મળી જાય તેમ સળ પાડી દુભાગો.

૩૫. કાટખૂણ ત્રિકોણના, સાંકડ ખૂણ ત્રિકોણના, પહોળખૂણ ત્રિકોણના અને વિષમબાજુ ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાને દુભાગો. આ પ્રશ્ન ઉપરથી બતાવો કે ત્રણે ખૂણાને દુભાગનારી લીટી ક્યાં મળે છે.

૩૬. કોઇ પણ ત્રિકોણના શિરોબિંદુ અને સામેની બાજુના મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટીનો સળ પાડી બાજુને દુભાગો.

૩૭. પ્રશ્ન ૩૬ પ્રમાણે કોઇ પણ ત્રિકોણમાં ત્રણે બાજુને દુભાગનારી લીટીઓ શિરોબિંદુમાંથી દોરો; આ પ્રશ્ન દશ જુદી રીતે કરો; જુઓ કે આ દુભાગનારી લીટીઓ (મધ્યગાઓ) ક્યાં અરસપરસ છેદે છે.

૩૮. ગમ તે એક સાંકડો ખૂણો લઇ તેનો એકકાટખૂણપૂર્ણી ખૂણો કરો.

૩૯. જોઇએ તેવો ખૂણો લઈ તેનો એક દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી ખૂણો કરો.

૪૦. એક 'રીફ્લેક્ષ' યા અંતર્ગામી ખૂણો બનાવી તેમાંથી બે કાટખૂણાથી વધારેનો ખૂણો કાઢી નાખો.

૪૧. એકજ ખૂણાના બે એકકાટખૂણપૂર્ણી ખૂણા બનાવી તે બન્ને સરખાવી જુઓ.

૪૨. એકજ ખૂણાના બે દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી ખૂણા બનાવી તે બન્નેને સરખાવી જુઓ. પ્રસ્ન ૪૧-૪૨ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

૪૩. બે કાગળોને સાથે રાખી ગમે તે બે ત્રિકોણો બનાવો; આ ત્રિકોણો કેટલાં તત્ત્વમાં બરાબર છે ?

૪૪. બે કાગળના કટકા લઈ બન્નેમાં સરખો ખૂણો બનાવો અને શાખાલીટીમાંથી અરસપરસ સરખા કટકા કાપી પછી ત્રિકોણો પુરા કરી તેને સ્થાનોપરિ સ્થિતિમાં મૂકી કહો કે ત્રિકોણો બરાબર છે કે નહિ.

૪૫. ગમે તે બે કાગળના કટકામાં સળ વાળી સરખા પાયા લઇ તેની ઉપર સરખા ખૂણાઓ વાળી ત્રિકોણો કરો. સ્થાનોપરિ સ્થિતિમાં મૂકી કહો કે આ ત્રિકોણ બરાબર છે કે નહિ.

૪૬. સળ પાડી સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

(નોટ–એક સળ પાડી તેના ઉપર લંબનો સળ પાડો. આ બન્ને સળ ઉપર એક બિંદુ લઇ તેને સાંધનારો સળ પાડો અને પહેલા સળની બીજી બાજુ પર સરખે અંતરે બિંદુ લઇ બીજા સળની ઉપર લીધેલા બિંદુ સાથે સાંધો)

૪૭. એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવી તેના પાયા ઉપરના બન્ને ખૂણા સરખા છે કે નહિ તે જુઓ.

(નોટ—ખૂણા એક બીજા પર આવે તેમ સળ વાળો.]

૪૮. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયા ઉપર એક લંબ શિરોબિંદુમાંથી દોરો; બતાવો કે આ લંબ પાયાની સામેના ખૂણાને દુભાગે છે.

૪૯. ગમે તે એક સળ પાડી તેના ઉપર બે સરખા ખૂણા બનાવી એક ત્રિકોણ પુરો કરો. જુઓ કે આ ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે કે નહિ.

૫૦. સળ પાડી સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સમ્મિતરૂપ લીટી દોરો.

૫૧. પ્રશ્ન ૪૬ પ્રમાણે એકજ પાયા ઉપર દશ જુદા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણો બનાવો

૫૨. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં ત્રણે ખૂણાને દુભાગનારી લીટી દોરો.

૫૩. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં ત્રણે શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ દોરો.

૫૪. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની ત્રણે બાજુને દુભાગનારા લંબ દોરો.

૫૫. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની બન્ને બાજુ સળથી લંબાવી પાયાની બહારના ખૂણા બરાબર છે કે નહિ તે જુઓ.

૫૬. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયાની સામેના શિરોબિંદુ આગળ મળતી બાજુઓ બહાર લંબાવી બતાવો કે સામસામેના ખૂણા બરાબર છે.

૫૭. પાયાના છેડામાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં બરાબર છે એમ બતાવો.

૫૮. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં ત્રણે મધ્યગાઓ અરસપરસ કયાં મળે છે?

૫૯. કોઇ પણ વિષમબાજુ ત્રિકોણ લઇ ખૂણા ઉપર ખૂણો વાળી બતાવો કે મોટી બાજુની સામેનો ખૂણો નાની બાજુની સામેના ખૂણા કરતાં મોટો છે.

૬૦. કોઇ પણ વિષમબાજુ ત્રિકોણ લઈ મોટા ખૂણાની સામેની બાજુ ઉપર નાના ખૂણાની સામેની બાજુ સરખી વાળી બતાવો કે આ બાજુ પેલી કરતાં નાની છે.

૬૧. ગમે તે એક ત્રિકોણ લઇ બતાવો કે બે બાજુ મળી ત્રીજી કરતાં મોટી છે.

[નોટ—મોટી બાજુ બરાબર નાની બાજુને સળ વાળી લંબાવો; લંબાવેલો આખો ભાગ ત્રીજી બાજુ કરતાં મોટો છે.]

૬૨. સળ પાડી બતાવો કે એ સળ ઉપર કોઇ પણ બિંદુમાંથી દોરેલો લંબ તેજ બિંદુમાંથી આપેલી લીટી ઉપર દોરેલી બીજી કોઇ પણ લીટી કરતાં મોટો છે.

[નોટ—ગમે તે એક બિંદુમાંથી લંબ અને બીજી લીટી દોરો. બન્નેને સરખાવી જુઓ.]

૬૩. સીધી કોરનો કાગળ લઈ કોર સરખી આવે તેમ બેવડ વાળો; કોર પાછી સરખી કરી બેવડ વાળો; આ પ્રમાણે ઘણી વાર સામસામેની કોરો એક બીજાની ઉપર લાવી બેવડ વાળો; કાગળ ઉકેલી જુઓ કે આ લીટીઓ સમાન્તર લીટીઓ છે કે નહિ.

૬૪. બે સમાન્તર સીધી લીટી દોરી એક આડી લીટી વાળો. માંહેના એક ખૂણાની બરોબર બીજા કાગળમાં એક ખૂણો વાળી બતાવો કે વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર છે.

૬૫. પ્રશ્ન ૬૪ પ્રમાણે માંહેના એકજ બાજુ ઉપરના બે ખૂણાઓ કાટખૂણાની બરાબર છે.

૬૬. પ્રશ્ન ૬૪ પ્રમાણે બહારનો ખૂણો માંહેના સામેના એકજ બાજુપરના ખૂણાની બરાબર છે એમ બતાવો.

૬૭. **अ ब क** ત્રિકોણમાં **अ** માંથી **ब क** ઉપર **अ ड** લંબ દોરો; **अ ब**, **अ क** ને **इ** અને **फ** માં દુભાગી **ड इ**, **ड फ** સાંધો; ∠**अ**, ∠**ब**, ∠**क** ને ત્રિકોણો બેવડ વાળી **ड** આગળ મેળવી બતાવો કે ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાઓ બે કાટખૂણા બરાબર છે.

૬૮. ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાઓ ફાડી લઇ એક સીધી લીટીના કોઇ પણ બિંદુ આગળ મેળવી બતાવો કે ત્રણે ખૂણા એક દ્વિકાટખૂણની બરાબર છે.

૬૯. બે સમાન્તર સીધી લીટી વાળી તેના ઉપર બે સમાન્તર સીધી લીટી વાળી એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ કરો.

૭૦. પ્રશ્ન ૬૮ પ્રમાણે એક બીજાની ઉપર આવે તેમ બે સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ બનાવો.

૭૧. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં કર્ણ દોરી તે ઉપરથી ચતુષ્કોણના બે ભાગ કરી બન્ને ત્રિકોણ સમાધાન સ્થિતિથી બતાવો કે સરખા છે.

૭૨. પ્રશ્ન ૬૮ પ્રમાણે ‖ કોણના ચાર ખૂણા કાપી સરખાવી જુઓ.

૭૩. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણના બે ખૂણાઓ અનુક્રમે કાપી એક સીધી લીટી સાથે મેળવી બતાવો કે બન્ને મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે.

૭૪. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ સરખાવી બતાવો કે તે બરાબર છે.

૭૫. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં કર્ણો વાળી બતાવો કે તેઓ એક બીજાને દુભાગે છે.

૭૬. બે સરખી સમાન્તર લીટી વાળી તેના છેડામાંથી બન્ને બાજુ ઉપર બે લીટી વાળી બતાવો કે આ લીટીઓ સમાન્તર અને સરખી છે.

૭૭, બે સમાન્તર લીટીની વચ્ચે બે લંબ વાળી બતાવો કે આ લંબ બરાબર છે.

૭૮. બે સમાન્તર લીટીની વચ્ચે ગમે તેટલા લંબ વાળી બતાવો કે તેઓ અરસપરસ સરખા છે.

૭૯. એક સમાન્તર સીધી લીટી ઉપર બે સરખા લંબ વાળી એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ બનાવો.

૮૦. એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં બે કર્ણો દોરો; કર્ણોના છેદનબિંદુમાંથી સામસામેની બાજુ સુધી કોઇ પણ લીટી વાળો; બતાવો કે આ લીટી કર્ણના છેદનબિંદુમાં દુભાગાય છે.

૮૧. સળ વાળી એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

[નોટ—એક સળ પાડો; તેને દુભાગી મધ્ય બિંદુમાંથી એના ઉપર એક લંબ વાળો; પાયાના એક છેડાને સ્થિર રાખી બીજો છેડો લંબ ઉપર રહે તે પ્રમાણે પાયાવાળા સળ ઉપર બીજી બાજુનો સળ વાળો. એ પ્રમાણે બીજી બાજુ વાળો.]

૮૨. સમબાજુ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ પાડી બતાવો કે તે બરાબર છે.

૮૩. સમબાજુ ત્રિકોણમાં સળ વાળી બતાવો કે ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં મળે છે અને તેઓ બરાબર છે.

૮૪. સમબાજુ ત્રિકોણમાં મધ્યગાઓ દોરી બરાબર છે એ બતાવો.

૮૫. સમબાજુ ત્રિકોણની સમ્મિતરૂપ લીટીઓ સળથી બતાવો.

૮૬. એક સમચોરસ બનાવો.

[નોટ—કાટખૂણે બે લીટી વાળી સરખી કરી તે પ્રમાણે સમચોરસ કરો.]

૮૭. સમચોરસમાં કર્ણો દોરી બતાવો કે તેઓ અરસપરસ કાટખૂણે દુભાગે છે.

૮૮. સમચોરસમાં કર્ણથી બે બધી રીતે સરખા ત્રિકોણ થાય છે.

૮૯. સળ વાળી બતાવો કે સમચોરસમાં કર્ણ સામસામેના ખૂણાને દુભાગે છે.

૯૦. સમચોરસના કર્ણોથી ચાર સરખા સમદ્વિબાજુ Δ થાય છે.

૯૧. સળવાળી એક રૉમ્બસ બનાવો.

[નોટ—બે કાટખૂણે પડતી સીધી લીટીઓ વાળો. એ પ્રમાણે કાગળ રહેવા દઇ બન્ને સળને મળે તેમ ગમે તે એક ત્રીજો સળ વાળો તો ઉકેલી જોતાં એક રૉમ્બસ મળશે]

૯૨. પ્રશ્ન ૯૧ની રીત ન વાપરતાં બીજી કોઇ રીતીથી રૉમ્બસ સળ પાડી બનાવો.

૯૩. પ્રશ્ન ૮૧ માં કહ્યા પ્રમાણે એક સમચોરસ વાળો.

૯૪. રૉમ્બસના કર્ણ એક બીજાને કાટખૂણે દુભાગે છે એમ બતાવો.

૯૫. રૉમ્બસના કર્ણો સામસામેના ખૂણા દુભાગે છે એમ બતાવો.

૯૬. રૉમ્બસમાં કર્ણોથી થતા ચાર ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.

૯૭. રૉમ્બસની સામસામેની બાજુ સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૯૮. એક ત્રિકોણુ વાળી બે બાજુનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારો સળ વાળી બતાવો કે આ સળ પાયાથી અર્ધો છે.

૯૯. એક બિંદુમાંથી એક આપેલી લીટીની સમાન્તર લીટી દોરો.

[નોટ—આપેલા બિંદુમાંથી એક લંબ આપેલી લીટી ઉપર દોરો. આ બે સળ પાસેની બાજુ લઇ લંબ ચોરસની સામેની બાજુ દોરો.]

૧૦૦. પ્રશ્ન ૯૮ માં બતાવો કે બે બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાને સમાન્તર છે.

૧૦૧. એક બિંદુ આગળ એક આપેલા ખૂણા બરાબર એક ખૂણો કરો.

[નોટ—આપેલા ખૂણાની શાખાલીટીની સમાન્તર લીટીઓ આપેલા બિંદુમાંથી વાળો.]

૧૦૨. પ્રશ્ન ૧૦૧ માં આપેલા ખૂણાની બરાબર આપેલા બિંદુ આગળ જેટલા ખૂણા થાય તેટલા કરો.

૧૦૩. એક લીટીના પાંચ સરખા કરો.

[નોટ—આપેલી લીટીની સાથે સાંકડો ખૂણો કરતી એક શાખા લીટી વાળો. આ શાખાલીટી ઉપર સરખા પાંચ ભાગ શિરોબિંદુથી શરૂ કરી લો; બન્ને લીટીના છેડાનાં બિંદુને સાંધનારો સળ વાળો અને શાખાલીટીના દરેક બિંદુમાંથી આ લીટીની સમાન્તર આપેલી લીટીને છેદે તેમ લીટી દોરો.]

૧૦૪. કાગળ ઉપર એક પૈસો મૂકી એક વર્તુળનો સળ વાળો.

૧૦૫. પરિધ સરખો રાખી વર્તુળના બે સરખા ભાગ કરો.

૧૦૬. આ જ્યાને મધ્યબિંદુમાંથી કાટખૂણે લંબ દોરો.

૧૦૭. પ્રશ્ન ૧૦૫ પ્રમાણે એક વ્યાસ વાળી તેને દુભાગી વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૦૮. અર્ધ વ-તુંળમાં વ્યાસના છેડાઓમાંથી પરિધ ઉપર છેદે એમ બે લીટીઓ વાળો; બતાવો કે આ જ્યાઓ કાટખૂણે મળે છે.

૧૦૯. એક સીધી લીટીના મધ્યબિંદુમાંથી લંબ દોરો. બતાવો કે આ લંબનું કોઇ પણ બિંદુ આપેલી લીટીના છેડાથી સરખે અંતરે છે.

૧૧૦. એક જ્યા ઉપર વર્તુળના મધ્યબિંદુમાંથી લંબ દોરો. બતાવો કે આ લંબ જ્યાના બે સરખા ભાગ કરે છે.

૧૧૧. મધ્ય બિંદુને વર્તુળની જ્યાના મધ્યબિંદુ સાથે સાંધી બતાવો કે આ લીટી જ્યાને લંબ છે.

૧૧૨. એક વર્તુળ વાળી તેમાં બે સરખી જ્યા કરો. બતાવો કે આ જ્યા મધ્ય બિંદુથી સરખે અંતરે છે; અને એથી ઉલટું બતાવો.

૧૧૩. એક ખૂણાને દુભાગો; આ દુભાગનારી લીટી ઉપર એક બિંદુ લઈ તેમાંથી બન્ને શાખા લીટી ઉપર લંબ દોરી બતાવો કે તેઓ સરખા છે.

૧૧૪. બે લીટીઓ કાટખૂણે વાળી બન્ને ઉપર ગમે તેટલા સરખા કટકા લો અને લંબ ચોરસ પુરો કરી આપેલી લીટીઓમાં પાડેલા કટકાના છેડામાંથી દરેક સમાન્તર સળ જાય એમ આખા લંબ ચોરસને નાના લંબચોરસોમાં વાળો. ઉકેલી બતાવો કે કુલ્લે ચોરસની સંખ્યા બે પાસેની બાજુ ઉપરના કટકાની સંખ્યાના ગુણાકાર બરાબર છે.

૧૧૫. એકજ પાયા ઉપર એકજ સમાન્તર લીટી વચ્ચે બે સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણો વાળો; બતાવો કે બન્ને ક્ષેત્રફળમાં બરાબર છે.

[નોટ-આજુબાજુના ત્રિકોણો સરખા બનાવી બતાવો કે ચતુષ્કોણો બરાબર છે]

૧૧૬. કોઈ પણ ત્રિકોણ તેજ પાયા ઉપરના તેટલાજ લંબવાળા લંબચોરસથી અર્ધો છે એમ બતાવો.

[નોટ-શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપર લંબ દોરી લંબચોરસના બે નાના લંબચોરસ બનાવો.]

૧૧૭. એકજ પાયા ઉપરના એકજ સમાન્તર લીટીની વચ્ચેના બે ત્રિકોણો બરાબર છે.

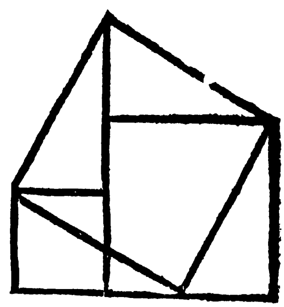
[નોટ-પ્રશ્ન ૧૧૫-૧૧૬ની મદદ લો.]

૧૧૮. પ્રશ્ન ૧૧૪ અને ૧૧૫ પરથી કોઇ પણ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ કાઢો. (આશરો ચાલશે.)

૧૧૯. પ્રશ્ન ૧૧૪ અને ૧૧૫ ઉપરથી એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ કાઢો. ચોક્કસ ન નીકળે તો તેનો આશરો કહો.

૧૨૦. ૫, ૧૨ અને ૩, ૪ એકમની બાજુવાળા કાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવો; તેની ઉપર પ્રશ્ન ૧૧૪ પ્રમાણે સમચોરસ કરી ચોરસ કટકા પાડો; તેમજ કર્ણ ઉપર તેજ પ્રમાણે બેવડ વાળી નાના ચોરસ બનાવો. બતાવો કે કર્ણ ઉપરના ચોરસોની સંખ્યા બાજુ ઉપરના ચોરસોની સંખ્યા બરાબર છે.

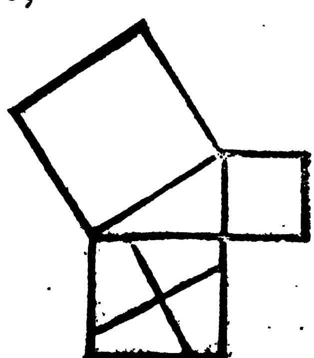
૧૨૧. પાસેની આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે સળ પાડી બતાવો કે કાટખૂણ ત્રિકોણની કર્ણ ઉપરનો ચોરસ તેની બે બાજુ ઉપરના ચોરસની બરાબર છે.



૧૨૨ એક સીધી લીટી વાળી તેના ઉપર એએવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે આપેલા બે બિંદુથી સરખે અંતરે છે.

૧૨૩. એક સીધી લીટી વાળી તેમાં એવું બિંદુ શોધી કાઢો તે આપેલા ખૂણાની શાખા લીટીથી સરખે અંતરે છે,

૧૨૪. પાસેની આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે સળ પાડી બાજુ ઉપરના એક ચોરસ અને ચાર કટકાઓ કર્ણના ચોરસ ઉપર ગોઠવી પ્રશ્ન ૧૨૧ સાબિત કરો.



૧૨૫. ૧૫, ૮ ની બાજુવાળો એક કાટખૂણુ ત્રિકોણુ બનાવો અને પ્રશ્ન ૧૨૦ પ્રમાણે કર્ણ અને બાજુઓ ઉપર નાના ચોરસ બનાવી તે સિદ્ધાંત સાબિત કરો.

૧૨૬. એક સમાન્તર બાજુ ચતુર્કોણના કર્ણના કોઈ પણ બિંદુમાં-થી બાજુની સમાન્તર લીટીઓ વાળી બતાવો કે કર્ણની આસપાસની પુરવણીઓ બરાબર છે.

૧૨૭. સળ પાડી બે અરસપરસ છેદતી લીટીઓ દોરી તેની વચ્ચેના પાસે પાસેના ખૂણાઓ દુભાગો; બતાવો કે આ કોણદુભાગનારી લીટીઓ કાટખૂણે મળે છે.

૧૨૮. બે છેદતી લીટીની વચ્ચેના સામસામેના ખૂણા દુભાગો. બતાવો કે આ લીટીઓ એકજ લીટીમાં મળે છે.

૧૨૯. બે લીટી સમાન્તર વાળી એકને ત્રીજી લીટી લંબ દોરી બતાવો કે આ લીટી બીજી સમાન્તરને પણ લંબ છે.

૧૩૦. બે સમાન્તર લીટી વાળીને તેને છેદતી યા ન છેદતી બીજી બે લીટીઓ સમાન્તર દોરી બતાવો કે અરસપરસ બન્ને લીટીની વચ્ચેના ખૂણા બરાબર છે.

૧૩૧. બે લીટી સમાન્તર વાળી તેમાંની એકને ત્રીજી લીટી સમાન્તર વાળો; બતાવો કે ત્રીજી લીટી બીજી લીટીને પણ સમાન્તર છે.

૧૩૨. એક લીટી ઉપર બે લંબ વાળી બતાવો કે આ લંબ સમાન્તર છે.

૧૩૩. એક ત્રિકોણ વાળી એક બાજુને લંબાવી બતાવો કે બહારનો ખૂણો તે અંદરના સામેના બે ખૂણાની બરાબર છે.

૧૩૪. છેડાઓ ઉપર મળતી બે લીટીના મધ્યબિંદુમાંથી લંબો વાળો; બતાવો કે જે બિંદુમાં આ લંબો છેદે છે તે આપેલી લીટીના છેડાથી સરખે અંતરે છે.

૧૩૫. ત્રણ આપેલાં બિંદુથી સરખે અંતરે આવેલું એક બિંદુ શોધો.

૧૩૬. એક વર્તુળ વાળી બે વ્યાસ કાટખૂણે દોરી એક ચોરસ બનાવો.

૧૩૭. એક વર્તુળ વાળી પરિધ ઉપર ત્રિજ્યાની બરાબર કોઈ પણ બિંદુમાંથી જગ્યાઓ અનુક્રમે મૂકી એક સમષટ્કોણ બનાવો.

૧૩૮. કાટખૂણાના બે સરખા ભાગ કરી વર્તુળમાં એક સમઅષ્ટકોણ બનાવો.

૧૩૯. પ્રશ્ન ૧૩૭માં એકેક બિંદુ વારા ફરતી છોડી શિરોબિંદુ સાંધી એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૪૦. સમબાજુ ત્રિકોણના ખૂણાને દુભાગી તેની મદદ લઈ કાટખૂણાના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૧૪૧. પ્રશ્ન ૧૩૯ની મદદથી એક સમદ્વાદશકોણ બનાવો.

૧૪૨. વર્તુળમાં એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

§૧૧. પરચુરણ પ્રશ્નો.

૧. ∠અ=૫૭°, બ=૭·૯ સેં. મી. અને ક=૮·૨ સેં. મી. નો એક ત્રિકોણ બનાવી તેનાં સર્વ અંગ માપો.

૨. ૩·૩" લાંબી બે સમાન્તર લીટી દોરી તેના એકજ તરફના છેડા સાંધી કેવી આકૃતિ થાય છે તે કહો.

૩. એક કાટખૂણ ત્રિકોણમાં એક ખૂણો ૧૫૦° નો કરો; કારણ આપો.

૪. એક કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કર્ણ ઉપર કાટખૂણ શિરોબિંદુમાંથી લંબ દોરી બન્ને ત્રિકોણના ખૂણા સરખાવો.

૫. અ પૂર્વમાં ૧૦૫ માઇલ જાય છે અને પછી નૈર્ઋત્યમાં ૧૫૭ માઇલ જાય છે તો તે પહેલી જગ્યાએથી ખરેખરૂં કેટલું ગયો ?

૬. ∠બ=૭૧°, ∠ક=૩૫° અને અ=૯·૯ સેં.મી. નો ત્રિકોણ બનાવો.

૭. એક સ૦ ચ૦ માં કર્ણો ૬·૮" અને ૪·૧" છે અને બન્નેની વચ્ચેનો ખૂણો ૬૫° છે તો સ૦ ચ૦ પૂર્ણ કરો.

૮. બ=૪·૪" અને ∠અ=૭૨° અને ∠ક=૬૫° છે તો ત્રિકોણ કરો.

૯. ब થી अ નું કોણઅંતર ૩૯° છે અને क થી (बक=૧૨.૪ માઇલ) તે ૪૭° છે તો अ નું અંતર ब, અને क થી કેટલું ?

૧૦. ૭ સરખા સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવી એકજ બિંદુ આગળ મૂકી એક ષટ્કોણ બનાવો. આ ષટ્કોણ કેવો છે ?

૧૧. એક ૫ સેં. મી. ની ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો; મધ્યબિંદુ આગળ ૭૨° ના ખૂણા કરી એક પંચકોણ બનાવો; આ પંચકોણ કેવો છે ?

૧૨. ∠अ=૧૧૫°, અ=૩.૨", ક=૧.૬", ∠ब=૬૭° અને ∠द=૩૯° નો એક ચતુષ્કોણ બનાવો.

૧૩. ∠अ=૫૨°. અ=૩.૨", ∠ब=૧૧૮°, બ=૫.૧' અને ∠क=૬૨° નો એક ચતુષ્કોણ બનાવો. આ ચતુષ્કોણ કેવો છે ?

૧૪. ૧.૬" ત્રિજ્યાનો એક વર્તુળ દોરો. પરિઘ ઉપરથી अ બિંદુમાંથી बमक વ્યાસ ઉપર લંબ દોરી સામે સુધી લંબાવો; જો લંબ વ્યાસને म બિંદુમાં છેદે તો વ્યાસ અને લંબના છેડાથી થતા ચાર ત્રિકોણનાં અવયવો સરખાવો.

૧૫. ૩૦° ના ખૂણાની શાખાલીટીના સાત સરખા ભાગ કરો.

૧૬. અ=૩.૬", બ=૪.૨" અને ક=૩.૭" નો ત્રિકોણ બનાવી अ માંથી અ ઉપર લંબ દોરી બન્ને ત્રિકોણનાં અંગ માપો.

૧૭. ૮.૨ સેં.મી. અને ૬.૪ સેં.મી.ની બાજુનો એક લંબચોરસ દોરી તેની કર્ણ અને બાજુ સાથે થતા ખૂણાઓ માપો.

૧૮. अबक ત્રિકોણમાં ब માંથી બ ઉપર લંબ વાળો અને લંબના પાયા ઉપરના છેડામાંથી અ અને ક ને સમાન્તર લીટીઓ વાળો.

૧૯. આશરે ૬.૫ સેં.મી. ની બાજુ લઇ તેની ઉપર એક ચોરસ વાળી તેની કર્ણોને સરખાવો.

૨૦. એક ત્રિકોણ બનાવી તેના ત્રણે ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ દોરી તે ક્યાં મળે છે તે બતાવો.

૨૧. ૩, ૪, ૫ ઇંચની બાજુનો એક ત્રિકોણ બનાવો. કેવો ત્રિકોણ છે તે કહો. બાજુ ઉપર ચોરસ દોરી તેનો સંબંધ દર્શાવો.

૨૨. ૭૬°ના ખૂણાને દુભાગો અને તેની સાથે ૫·૧" બાજુવાળો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવી પાયાને કોણ દુભાગનારી લીટી કયાં મળે છે?

૨૩. अ, क થી નૈઋર્ત્યમાં છે અને ब થી પશ્ચિમમાં ૧૪ કીલો મીટરને અંતરે છે. अથી વાયવ્યમાં ड, ૨૪ કીલોમીટરે છે તો ड, ब અને क થી કેટલે છેટે છે?

૨૪. એક કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કર્ણના મધ્ય બિંદુને શિરોબિંદુ સાથે જોડનારી લીટીને કર્ણ સાથે સરખાવો.

૨૫. એક બેપીઓ अ થી ब સુધી નૈઋર્ત્ય ખૂણામાં ૧૪·૪ માઇલ જાય છે અને તે ब થી પશ્ચિમમાં ૭·૮ માઇલ क સુધી જાય છે તો अ થી क નું કોણઅંતર કેટલું? अक કેટલું?

૨૬. એક સમષટ્કોણમાં કેટલી સમ્મિતરૂપ ધરી છે તે બતાવો.

૨૭. ૭·૬ સેં.મી.ની ત્રિજ્યાનો એક વર્તુળ દોરી તેની અંદર બે જ્યા ૪·૧ સેં. મી.ની મૂકો; જ્યા ઉપર મધ્ય બિંદુમાંથી લંબ દોરી માપો.

૨૮. મુંબઇથી લંડન પશ્ચિમની ઉત્તરે ૨૪° પર ૫૦૦૦ માઇલ છે અને એડન પશ્ચિમની ઉત્તરે ૧૧° પર ૧૮૦૦ માઇલ છે અને સીડની દક્ષિણની પૂર્વે ૩૨° પર ૭૦૦૦ માઇલ છે તો સીડનીથી એડન અને લંડન કેટલું? બન્નેનું કોણઅંતર કેટલું?

૨૯. વર્તુળના વ્યાસના એક છેડાથી એક કીડી ૫" પરિધના એક બિંદુ સુધી સીધી લીટીમાં જઇ કાટખૂણે વળી જઈ ૧૨" સુધી આવી પરિધ ઉપર આવે છે તો તે કયાં આવી હશે? વ્યાસની લંબાઇ કાઢો.

૩૦. ૨·૧", ૩·૨" અને ૨·૯"ની બાજુના બે ત્રિકોણો સરખાવો.

૩૧. अ ઉત્તરમાં ૪·૫ માઇલ જાય છે અને પછી પશ્ચિમની ઉત્તરે ૩૦° પર ૭૧ માઇલ સુધી ગયા પછી એકદમ પૂર્વમાં ૧૨·૯ માઇલ જાય છે તો अ કેટલે ગયો? છેલ્લા બિંદુથી પહેલા બિંદુનું કોણ અંતર શું?

૩૨. એક સીધી લીટી (અંતરવાન) વાળી તેના બન્ને છેડા ઉપર સરખા લંબ વાળી સામેના ખૂણા સાથે બે કાટખૂણ ત્રિકોણ વાળો. કાટખૂણ

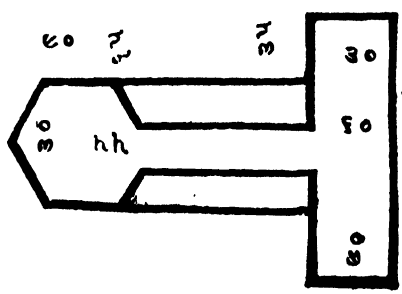
ત્રિકોણનાં લીટીની સામેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી લીટી એ૫ેલી લીટીને સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૩૩. એક ૩·૧″ ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્ય બિંદુ આગળ ૭૨° ના અનુક્રમે પાંચ ખૂણા બનાવી ત્રિજ્યાના છેડાને અનુક્રમે સાંધી એક પંચકોણ બનાવો; પંચકોણના સર્વ અંગ માપી કહો કે કેવો પંચકોણ થયો.

૩૪. અંતર્ગામી ખૂણો ન હોય એવી સીધીલીટીઆકૃતિ દોરી તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવી બહારના ખૂણા માપી સરવાળો કરો.

૩૫. એક અંતર્ગામી ખૂણો ન હોય એવી ૮ બાજુની આકૃતિ દોરી તેના અંદરના ખૂણા માપી સરવાળો કરો.

૩૬. નીચેની આકૃતિને ૧૦ વાર : ૧″ ના સ્કેલમાં દોરો:—



સઘળાં પરિમાણ વારમાં છે.

૩૭. ૫·૪ સેં.મી. ની બાજુ ઉપર એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવી ખૂણાને દુભાગી તે લીટીથી થતા બાજુના ભાગ માપો.

૩૮. અ=૬·૮ સેં.મી., બ=૮·૪ સેં.મી. અને ∠ક=૭૨° નો એક ત્રિકોણ બનાવી ખૂણાને દુભાગનારી લીટીનાં માપ કાઢો.

૩૯. ∠બ=૭૫°, ∠ક=૬૪° અને અ=૪·૧″ નો એક ત્રિકોણ બનાવી મધ્યગાઓ દોરી તે જે બિંદુમાં છેદે છે ત્યાંથી થતા ભાગો માપી આખી મધ્યગાઓ સાથે સરખાવો.

૪૦. ૧૨·૧ સેં.મી.ની સીધી લીટીમાંથી ૩·૭ સેં.મી.ની બરાબર એક લીટી કાપો.

૪૧. ૨૪°નો એક ખૂણો કરી શાખાલીટીઓ અનુક્રમે ૪·૨" અને ૩·૦" કાપી એકજ રચનાથી તેના ૬ સરખા ભાગ કરો.

૪૨. એક રૉમ્બસના કર્ણો ૫·૫ સેં. મીઃ અને ૮·૪ સેં. મી. છે. અને તેની વચ્ચેનો ખૂણો ૮૨° છે તો રૉમ્બસની બાજુ માપો.

૪૩. એક ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુની સમાન્તર લીટીઓ દોરી જે ત્રિકોણ થાય તેને મુખ્ય ત્રિકોણની સાથે સરખાવો.

૪૪. એક ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્ય બિંદુમાંથી તેઓની ઉપર લંબ દોરો; જે બિંદુમાં આ લંબો મળે છે તે મધ્યબિંદુ અને તે બિંદુ અને શિરોબિંદુ સાંધનારી લીટી ત્રિજ્યા તરીકે લઇ એક વર્તુળ દોરો. બતાવો કે આ વર્તુળનો ત્રિકોણ સાથે શો સંબંધ છે.

૪૫. એક હોડી ઉત્તરની પૂર્વે ૧૪° પર ૫૭૦ મીટર જાય છે અને પછી ઉત્તરની પશ્ચિમે ૨૫° પર જઇ સામેના કિનારા પર જઇ છેક સામેના બિંદુ ઉપર આવે તો નદીની પહોળાઇ શું ? હોડી એકંદરે કેટલું દૂર ગઇ હશે ?

૪૬. ૩·૭ સેં.મી. ની ત્રિજ્યાના વર્તુળમાં એક સમષટ્કોણ દોરો.

૪૭. ૨·૩" ની ત્રિજ્યાના વર્તુળમાં મધ્ય બિંદુ આગળ ૪૦° ના ખૂણાઓ અનુક્રમે કરી એક સમનવકોણ બનાવો; તેનાં બાજુ અને ખૂણા માપો.

૪૮. ૨·૨" ની ત્રિજ્યાના વર્તુળમાં પ્રશ્ન ૪૬ ની મદદથી એક સમ બાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૪૯. એક વર્તુળમાં એક ત્રિકોણ કાઢી તેના કોઇ પણ ખૂણાને દુભાગી તે લીટી અને સામેની બાજુના મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલા લંબને લંબાવો. તેઓ ક્યાં મળે છે ?

૫૦. **पकर** ત્રિકોણમાં **पक**=૮·૧ સેં.મી., **कर**=૧૧·૨ સેં.મી. અને **रप**=૧૩·૮ સેં.મી. છે; **पक** માં **अप**=૫·૪ સેં.મી. છે અને **अब**, **कर**ની સમાન્તર છે તો **पब** અને **बर** માપો.

૫૧. ૭·૮ સેં.મી., ૩·૯ સેં., અને ૧૧·૭ સેં.મી. ની બાજુનો ત્રિકોણ બનાવો. કારણ આપો.

૫૨. **पक**=૩·૫", **पर**=૨·૪" અને ∠**क**=૩૨° છે તો **पकर** ત્રિકોણ બનાવો. કેટલા ત્રિકોણ થશે ? બન્ને ત્રિકોણનાં સર્વ અંગ સરખાવો.

૫૩. એકજ પાયા ઉપર સામસામે બે અરસપરસ સરખી બાજુના બે ત્રિકોણ વાળો; ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી લીટી વાળો. આ લીટીનો પાયા સાથે શો સંબંધ છે ?

૫૪. એક ઘડિઆળનો લોલક ૫·૭ સેં. મી. લાંબો છે અને તે ૨·૪ સેં. મી. ની જ્યાના છેડા સુધી હાલે છે તો તે કેટલા અંશના ખૂણામાંથી હાલતો હશે.?

૫૫. એક સડકના રસ્તાની વચ્ચે ડુંગર આવવાથી જમણી બાજુએ ૩૨° ને ખૂણે સડકને ખાંચવી પડે છે. ૭·૭ માઇલ ગયા પછી ડાબી બાજુએ ૧૧૨° ને ખૂણે ખાંચી ૧૨·૪ માઇલ સુધી તે જાય છે તો એક માઇલના ૨૦૦ રૂ૦ પ્રમાણે કેટલો ખરચ વધારે થશે ?

૫૬. એકજ પાયા ઉપર એકજ બાજુએ બે ત્રિકોણો એક બીજાની અંદર છે તો તેની બાજુના સરવાળા અને શિરોબિંદુખૂણા સરખાવો.

૫૭. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં બાજુને દુભાગનારી લીટી (મધ્યગા) દોરો; આ મધ્યગાઓ એક બીજીને ક્યાં મળે છે તે જુઓ અને જ્યાં મળે છે ત્યાંથી (ગુરૂત્વબિંદુમાંથી) મધ્યગાના ભાગો માપી એકજ મધ્યગાના થતા ભાગો સરખાવો.

૫૮. બે વર્તુળો એક બીજાને છેદે છે તો તેનાં મધ્ય બિંદુઓથી સરખે અંતરે આવેલાં સઘળાં બિંદુઓ શોધી કાઢો.

૫૯. એક કાચનો તકતો દિવાલની સાથે ૨૫° નો ખૂણો કરે છે અને તેની લંબાઇ ૧૪" છે તો તેનો ઉપરનો છેડો દિવાલથી કેટલો દૂર છે?

૬૦. એક લંબચોરસની આસપાસ શિરોબિંદુની અંદરથી જતો આખા વર્તુળ દોરો; સળરચનાથી મધ્યબિંદુ શોધો.

૬૧. ૨·૫ સેં. મી., ૩·૯ સેં. મી., અને ૪·૨ સે. મી.ની બાજુનો એક ત્રિકોણ કાઢી શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ દોરી લંબની લંબાઇ કાઢો.

૬૨. ૨·૮" અને ૩·૨"ની બાજુનો એક લંબ ચોરસ દોરી તેના કર્ણ માપો અને બાજુની સાથે કર્ણથી થતા ખૂણા માપો.

૬૩. ૩૭°ના ખૂણાની શાખા લીટીથી ૫·૩" ને અંતરે આવેલું એક બિંદુ શોધી કાઢો. આવાં બિંદુ કેટલાં નીકળશે?

૬૪. એક બિંદુમાંથી આપેલી લીટીની સમાન્તર કેટલી લીટી દોરી શકશો?

૬૫. એક બિંદુમાંથી આપેલી લીટી ઉપર કેટલા લંબ દોરી શકાશે?

૬૬. ૮·૬ સેં.મી., અને ૬·૮ સેં. મી. ની બાજુનો લંબચોરસ દોરી તેની સમ્મિતરૂપ ધરીઓ શોધી કાઢો; તેનું સમ્મિતરૂપ બિંદુ પણ શોધો.

૬૭. એક ત્રિકોણના પાયાને લંબાવતાં બહારના ખૂણા ૯૬° અને ૧૨૦° થાય છે તો અંદરના ખૂણા માપો.

૬૮· એક સીધી લીટી આકૃતિમાં કોઈ પણ બિંદુ લઇ તેને શિરોબિંદુઓ જોડે સાંધી આકૃતિના ત્રિકોણો કરી તેના ખૂણા માપી આકૃતિના ખૂણાનાં માપ કહો.

૬૯ બે ત્રિકોણમાં ∠ब=∠इ છે અને अब=डइ અને अक=डफ છે તો ત્રિકોણો સળથી બનાવી કેટલા ત્રિકોણો થાય છે તે કહો.

૭૦. એક સીડી દિવાલથી રસ્તા ઉપર ૧૨' અંતરે છે અને ઉપરનો છેડો ૩૫' ઉંચી બારી સુધી પહોંચે છે તો સીડીની લંબાઇ કાઢો.

૭૧. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બાજુના મધ્ય બિંદુમાંથી પાયાની સમાન્તર લીટી દોરી બતાવો કે બીજી બાજુ પણ તેનાથી દુભાગાય છે.

૭૨. કોઇ પણ કાટખૂણ ત્રિકોણના સળ પાડી બતાવો કે કર્ણ કોઇ પણ બાજુથી મોટી છે.

૭૩. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં બાજુઓનાં મધ્યબિંદુઓને જોડી બતાવો કે આ લીટીઓ સામેની બાજુની સમાન્તર છે.

૭૪. अ ઉત્તરમાં ૬૯ મીટર જાય છે અને પછી પશ્ચિમમાં ૨૧ મીટર જાય છે તો તે કેટલું અંતર ગયો? બન્નેનું બેરીંગ કાઢો.

૭૫. એક ખેતરની બે બાજુઓ ૨૮૫ અને ૨૯૦ વાર છે અને અંતર્ખૂણો ૪૨° છે તો ત્રીજી બાજુ કેવડી?

૭૬. એક કાટખૂણ ત્રિકોણની કર્ણના મધ્યબિંદુમાંથી બાજુઓની સમાન્તર લીટીઓ દોરી થતા બહારના બે ત્રિકોણોના ખૂણા માપી ત્રિકોણના ખૂણા સાથે તેઓને સરખાવો.

૭૭. એક શહેરનો લં. ચો. નકશો ૨૨૫ ચોરસ માઇલ બતાવે છે જો ૩ માઇલ : ૧ ઇંચ નું સ્કેલ હોય અને એક બાજુ ૧·૫" છે તો બીજી બાજુની લંબાઇ કેટલી?

૭૮. ∠**बअक**=૪૫° અને **बअ=अक**=૩·૫ સેં.મી. છે. **कड, अब**ની અને **बड, अक**ની સમાન્તર છે. જો **अड** અને **बक, म**માં છેદે તો **मअ, मब, मक** અને **मड** માપો.

૭૯. ૩·૪" વ્યાસના વર્તુળમાં એક સમઅષ્ટકોણ બનાવો.

૮૦. ૭૨° અને ૧૧૨° ના ખૂણા એક શાખાલીટીની આસપાસ દોરી તેને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખૂણો માપો.

૮૧. **ब क** પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણો **अ ब क** અને **ड ब क** છે; સળ વાળી બતાવો કે **अ ड ब** અને **अ ड क** ત્રિકોણો બધી રાતે બરાબર છે·

૮૨. **अ ब क** એક કાટખૂણ ત્રિકોણ છે અને **क** કાટખૂણો છે; જો **ड, अब** નું મધ્ય બિંદુ હોય તો સળ વાળી અને માપ કરી બતાવો કે **अड=कड.**

૮૩. **अ** પૂર્વમાં ૧૭૦ મીટર જઇ ઉત્તરની પશ્ચિમે ૫૫° ને ખૂણે ૨૨૦ મીટર જાય છે અને પછી ઉત્તરમાં ૧૧૦ મીટર જાય તો એકંદરે સીધું અંતર તે કેટલું ગયો ? બન્નેનું કોણઅંતર કાઢો.

૮૪. એક સીધી લીટી ઉપર એક બિંદુ આગળ સાહિત્યની મદદ વિના ૯૦° અને ૬૦°ના ખૂણા બનાવો; બન્નેને દુભાગો અને ત્રિભાગો.

૮૫. એક કાટખૂણ ત્રિકોણની કર્ણના મધ્ય બિંદુને મધ્ય બિંદુ લઇ

અને તે બિંદુ અને શિરોબિંદુને સાંધનારી લીટીને ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો.

૮૬. એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવો અને એક બાજુ ઉપર સામેના શિરોબિંદુમાંથી લંબ દોરો; આ લંબ અને ત્રિકોણની બાજુને માપી બન્નેનો સંબંધ દર્શાવો.

૮૭. લંબ ૩" અને પાયા ઉપરના ખૂણા ૩૦° અને ૪૫° હોય એવો એક ત્રિકોણ બનાવો.

૮૮. ૪·૫" વ્યાસના વર્તુળમાં એક સમષટ્કોણ બનાવો.

૮૯. એક ૬૦°ના ખૂણામાંથી ૪૫°નો ખૂણો સાહિત્યની મદદ વિના બાદ કરો.

૯૦. ૭·૦ સેં.મી. ના પાયા ઉપરનો ખૂણો દરેક ૩૦° હોય તેવો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૯૧. એક ટેકરીના શિખરનું ઉચ્ચકોણઅંતર अ અને ब થી અનુક્રમે ૩૭° અને ૪૫° છે; જો अ ૪૨૫ વાર દૂર હોય તો ब કેટલું?

૯૨. એક કિલ્લામાં જમીનથી ૧૧૫ ફુટ ઉંચે એક તોપ છે. અને દુશ્મન ૨૦૦ ફુટ દુર છે તો કયા ખૂણામાંથી તોપને નીચે વાંકી વાળવી પડે કે દુશ્મનનો વધ થઇ શકે?

૯૩. ૫·૧ સે.મી., ૪·૭ સેં.મી, અને ૮·૦સેં.મી. ની બાજુનો એક ત્રિકોણ બનાવી બાજુનાં મધ્ય બિંદુઓમાંથી લંબ દોરી લંબ ક્યાં મળે છે તે કહો. જો તેઓ એકજ બિંદુઓમાં મળતી હોય તો એ બિંદુથી ત્રિકોણના શિરોબિંદુ સુધીની ત્રિજ્યા લઇ વર્તુળ દોરો; વર્તુળ અને ત્રિકોણનો સંબંધ દર્શાવો. ત્રિજ્યાનું માપ કાઢો.

૯૪. એક વહાણના ૯૦ ફુટ ઉંચા કુવાના શિખરથી એક બોયાનું નીચકોણ અંતર ૨૪°છે અને વહાણના તુતકથી ૫$\frac{1}{2}$° છે તો વહાણથી બોયું કેટલે અંતરે હશે?

૯૫. ચાંપાનેરના શિખર ઉપરથી મહી નદીનો પૂલ ૩૭°નીચ કોણ

અંતરે દેખાય છે. જો ચાંપાનેર ૨૬૫૦ ફુટ ઉંચું હોય તેા મહી નદીનેા પૂલ કેટલેા દૂર હશે?

૯૬. ય ક એક વાંસ અ આગળ ૪૭°નેા ખૂણેા કરે છે અને અ આગળથી યનું નીચકેાણઅંતર ૧૧°છે. જો અ ૧૫ ફુટ ઉંચું હોય તેા ય કની લંબાઈ કાઢેા.

૯૭. એક ઝાડની ટેાચ તેની બે બાજુ ઉપર સામસામે આવેલાં અ અને ય બિંદુ આગળ ૪૧°અને ૪૬°નાં ઉચ્ચકેાણઅંતરે છે. જો અ ય=૧૫૦ ફુટ હોય તેા ઝાડની ઉંચાઇ કાઢેા.

૯૮. અ આગળ એક આગબેાટ ૪૫°નેા ખૂણેા કરે છે અને અ આગબેાટથી ૪૫ વાર અંતરે છે તેા આગબેાટની લંબાઈ કાઢેા.

૯૯. એક કિલ્લા ઉપર એક વાવટાની કાઠી છે; કિલ્લાથી જમીન ઉપર ૪૦ વારને અંતરે કિલ્લાનું શિખર ૨૩$\frac{1}{2}$° નું અને કાઠી ૨૫$\frac{1}{2}$° નુ કેાણઅંતર કરે છે તેા કિલ્લાની અને કાઠીની ઉંચાઇ કાઢેા.

૧૦૦. એક ૫·૭ સેં. મી.ની બાજુ ઉપર એક સમબાજુ ત્રિકેાણ બનાવેા; પાયાને લંબાવી બહારના ખૂણા દુભાગી જો એ લીટીએા અમાં છેદે છે તેા નવેા ત્રિકેાણ કેવેા છે તે બનાવેા.

૧૦૧. એક ૫·૬″ વ્યાસના વર્તુળમાં ૨·૧″, ૧·૭″ અને ૩·૨″ બાજુના ત્રણ કાટખૂણ ત્રિકેાણ બનાવેા; તેનાં અવયવેા માપેા.

૧૦૨. એક ત્રિકેાણમાં પાયાથી ૩·૨″ દૂર એવાં બે બિંદુએા બાજુએામાં શેાધી કાઢેા.

૧૦૩. એક લીટીમાં એક એવું બિંદુ શેાધી કાઢેા કે તે આપેલી બે લીટીથી સમ અંતરે હોય.

૧૦૪. એક દેવળના બુરજનું શિખર ૨૩° ના ઉચ્ચકેાણઅંતરે છે. પહેલી જગ્યાથી દેવળ તરફ ૪૦ વાર જઇએ તેા તે ૨૯° છે ત્યારે દેવળની ઉંચાઇ કેટલી?

૧૦૫. એક કૂળીઆમાં એક સીડી ૨૪ ફુટ ઉંચી આવીને એક

બારી સુધી આડી રહી પહોંચે છે અને બીજી દિવાલ તરફ ઉપરથી ખસેડીએ તો સામેની દિવાલ ઉપર ૩૨ ફુટ ઉચી પહોંચે છે. જો સીડી ૪૦ ફુટ લાંબી હોય તો ફળીઉં કેટલું પહોળું હશે?

૧૦૬. **अ** થી **ब** નું અંતર ૧૫ માઇલ પૂર્વમાં છે. **ब** થી **क** નું અંતર દક્ષિણની પશ્ચિમે ૬૫° પર ૧૨.૭ માઇલ છે, **क**થી વાયવ્યમાં **ड** નું અંતર ૮.૫ માઇલ છે તો **अड** કેટલું? તેનું કોણઅંતર કાઢો.

૧૦૭. એક બોયું પાણીની સપાટી ઉપર ૧૬ ફુટ વ્યાસના વર્તુળ ઉપર ફરી શકે છે. પાણી જો ૧૪ ફુટ ઉતરે તો તે ૩૦ ફુટના વ્યાસ ઉપર ફરી શકે છે; ત્યારે સાંકળની લંબાઈ કેટલી?

૧૦૮. એક કિલ્લા ઉપરથી ગોળો જો ૧૫° ને નીચકોણઅંતરે ફેંકીએ તો દુશ્મન ૫ ફુટ અંદરથી રહી જાય છે. જો કિલ્લાની ઉંચાઇ ૧૧૫ ફુટ હોય તો દુશ્મન કિલ્લાથી કેટલે અંતરે હશે?

૧૦૯. એક બલુન એક માઇલ ઉંચેથી એક દેવળ ૩૫° નીચકોણ અંતરે જુએ છે. ૧૦ મીનીટ પાછું ઉપર ચઢયા પછી તે તેજ દેવળ ૫૫$\frac{1}{2}$° ને કોણઅંતરે જુએ છે તો બલુનનો વેગ કેટલો?

૧૧૦. એક બલુન ૫૬૦ વાર ઉંચેથી એક માણસને ૨૨°ને કોણ અંતરે જુએ છે; પછી બલુન પૂર્વમાં જાય છે અને માણસ દક્ષિણમાં ૩૦ ફુટ જાય છે તો તે ૨૫°ને કોણઅંતરે જુએ છે ત્યારે બલુન માણસથી કેટલું દૂર હશે અને બલુન પૂર્વમાં કેટલું ગયું હશે?

૧૧૧. Δની બાજુનાં મધ્યબિંદુને સામેના શિરોબિંદુ સાથે જોડી બતાવો કે આ લીટીઓ (જે મધ્યગા કહેવાય છે) એક બિંદુ ગામી છે.

૧૧૨. સાબીત કરી બતાવો કે એક સીધી લીટીથી બીજી સીધી લીટી સાથે થતા ખૂણાને દુભાગનાર લીટીઓ કાટખૂણે મળે છે.

૧૧૩. સામસામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકજ સીધી લીટી થઇ છે કે નહિ તે સાબીત કરી બતાવો.

૧૧૪. એક સીધી લીટી પર બે લંબ વાળો. બતાવો કે આ લંબ અરસપરસ સમાન્તર છે.

૧૧૫. બે સમાન્તર લીટી વાળો; એક પર એક લંબ વાળો અને તેને લંબાવી બતાવો કે તે બીજી પર પણ લંબ છે.

૧૧૬. બે લીટીઓ છેદતી વાળો. તેની સમાન્તર બે બીજી લીટી વાળો. બતાવો કે બન્ને જોડની વચ્ચેના ખૂણા બરાબર છે.

૧૧૭. બે લીટી છેદતી વાળો. બન્ને પર બે લંબ દોરી તેને મળવા દો. બતાવો કે બન્ને જોડની વચ્ચેના ખૂણા દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી છે.

૧૧૮. એક ચતુષ્કોણના ખૂણા કાપી લઇ એકજ બિંદુ આગળ મૂકી બતાવો કે તેઓ ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.

૧૧૯. એક અંતર્ગામી ખૂણો ન હોય એવો બહુકોણ વાળો; તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવો. બહારના ખૂણા કાપી બતાવો કે તેઓ બધા એકંદર ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.

૧૨૦. બે વર્તુળ છેદે તેમ સળ વાળો તેની મધ્યબિંદુ લીટી અને સામાન્ય જ્યાના સળ બતાવો કે સામાન્ય જ્યાના કાટખૂણે બે સરખા ભાગ થાય છે.

૧૨૧. સામ સામેના ખૂણાના જોડકાંને દુભાગનારી લીટીઓ અરસપરસ લંબ છે.

૧૨૨. કોઇ પણ ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી સામેની બાજુથી અર્ધી છે એમ સળ પાડી બતાવો.

૧૨૩. એક લીટીનો દુભાગનારે લંબ વાળો. બતાવો કે આ લીટીનું કોઈ પણ બિંદુ આપેલી લીટીના છેડાથી સમાન અંતરે છે.

૧૨૪. એક ખૂણાને દુભાગનારી લીટીનો સળ વાળો. બતાવો કે આ સળનું કોઈ પણ બિંદુ આપેલી શાખાલીટીથી સમાન અંતરે છે.

૧૨૫. ૪·૫ સેં.મી. અને ૬·૦ સેં.મી. ની બાજુનો એક લંબચોરસ દોરી તેની કર્ણની લંબાઇ કાઢો.

૧૨૬. ∠**અબક**=૫૦° અને **અબ**=૪·૫ સેંમી. અને **ક**માંથી **કડ**, **અબ** ની સમાન્તર છે અને=૪·૫ સેં. મી. તો **અક**, **ડબ**, ∠**ક**અને ∠**બ**નાં માપ કાઢો.

૧૨૭. અ,બ તરફ જુએ છે તો અથી બનું કોણઅંતર ૩૦° છે અને ૨૯ ફુટ ગયા પછી પાછો જુએ છે તો તેનું કોણઅંતર ૩૦° છે ત્યારે અબનું અંતર શું?

૧૨૮. ૫·૬ સેં. મી. ની લીટી દોરી એક બિંદુ તેની બહાર લઈ આ બિંદુ આગળ આપેલી લીટી કયો ખૂણો કરે છે તે કહો.

૧૨૯. અ આગળ એક દેવળ બુરજ ૨૦°નો ખૂણો બતાવે છે. જો અ દેવળના પાયાથી ૫૭૦ ફુટ દૂર હોય તો બુરજની લંબાઈ કાઢો. બુરજના શિરોબિંદુનું (ઉચ્ચ) કોણ અંતર પણ બતાવો.

૧૩૦. એક તાડ ૪૮ ફુટ ઉંચો છે તો જમીન ઉપર ૧૬ ફુટ અંતરેથી તેનાં શિરોબિંદુ અને મધ્યબિંદુનાં ઉચ્ચકોણઅંતર બતાવો.

૧૩૧. એક લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ ૨૮૮૦ ચો. વાર છે અને એક નકશામાં બન્ને બાજુઓ ૬·૪ સેં. મી. અને ૪·૫ સે. મી.ની બતાવી છે તો કયું સ્કેલ વાપર્યું હશે?

૧૩૪. મુંબઈથી નાગપુર ૫૩૦ માઇલ અને નાગપુરથી કલકત્તા ૧૩૨° એ ૪૭૦ માઇલ છે તો મુંબઇ, નાગપુર અને કલકત્તાથી બનેલા ત્રિકોણમાં મુંબઇથી કલકત્તા કેટલું?

૧૩૩. ૧·૭" ત્રિજ્યાનો એક વર્તુળ દોરો અને તેમાં એક ચતુષ્કોણ દોરી સામસામેના ખૂણા માપી સરવાળો કરો.

૧૩૪. એક દેવળનું શિરોબિંદુ પાયાથી ૭૨૦ ફુટ અંતરે ૨૦°નું ઉચ્ચકોણઅંતર લઇ શકે છે તો દેવળ કેટલું ઉંચું?

૧૩૫. એક વાંસ જમીનમાં ઉભો દાટયા પછી ૩૨ ફુટ ઉપર રહે છે અને તે દિવાલથી ૧૧ ફુટ અને ૧૭ ફુટ દૂર છે. ૧૫ ફુટ ઉંચાઇથી વાંસ જો તૂટે તો દિવાલની કેટલી ઉંચાઇએ વાંસનો છેડો બન્ને બાજુએ અડશે?

ભૂમિતિ ભાગ ૧ લાનો કર્તવ્ય ભાગ સમાપ્ત.

સિદ્ધ ભાગ—પ્રથમ વિભાગ.

ખંડ ૨ જો. પ્રમેય ભાગ.

§ ૧૨. પ્રાસ્તાવિક પ્રકરણ, પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ અને સ્વીકૃત કૃત્ય વગેરે.

કર્તવ્ય ભાગમાં આપણે જોયું છે કે આપેલાં સાહિત્યની મદદથી યા કાગળ વાળવાની રચનાથી જે આકૃતિઓ કરી છે તે આકૃતિનાં અમુક તત્ત્વો સાહિત્યોની મદદથી પ્રયોગ કરી આપણે અમુક સંબંધદર્શક બતાવ્યાં છે પણ તેને માટે કોઈ પણ રીતે આપણે કાંઇ તર્કશાસ્ત્રની રીતે સાબિતી આપી નથી; આ પ્રયોગ જ્યારે સહેલા હતા ત્યારે આપણે સહેલાઇથી અમુક સત્યો બતાવી શકયા હતા. તેથી કરીને હવે પાંચ દશ યા પંદર આકૃતિ માપી લઈ તેના ઉપરથી ફક્ત અનુમાન ન કરતાં કોઈ પણ આકૃતિ લઈ તેની અમુક સત્યતા તર્કશાસ્ત્રના નિયમથી સિદ્ધ કરવી જોઇએ, પછી તેનાં અવયવો સર્વ માપી શકાય એવાં હોય યા ન હોય; આ કામ ભૂમિતિના સિદ્ધ ભાગનું છે અને આ ભાગમાં તે આપણે હાથ ધરીશું. સિદ્ધ ભાગ કર્તવ્ય ભાગ કરતાં ચઢતો છે તે ફક્ત બે કારણને લીધે ખાસ કરીને છે અને તે એ છે કે

(૧) સિદ્ધભાગમાં ફક્ત આપણને એકજ આકૃતિ લેવી પડે છે;

(૨) અને તેને વિષે સાબિત કરેલી સત્યતા તેવી જાતની સર્વ આકૃતિને લાગુ પડે છે અને વળી કર્તવ્યભાગની માફક પ્રયોગ કરવાની જરૂર રહેતી નથી.

વળી કર્તવ્યભાગમાં બે વસ્તુ આંખને બરાબર દેખાય છે તેથી આપણે તેઓ બરાબર છે એમ કહી શકીએ છીએ પણ સિદ્ધભાગમાં ફક્ત આંખની મદદથીજ એવી ધારણા લઇ શકાતી નથી; અહીંઆં તો જે તર્કશાસ્ત્રના નિયમથી સાબિત થઇ શકે છે તેજ સત્યતા લઇ શકાય છે. તેથી કોઈ પણ બાબત આપણે કહેવા તત્પર થયા તો તેને માટે જો આપણી પાસે સબળ કારણ પુષ્ટિ અર્થે હોય તોજ તે કહેવી. નહિ તો કોઇ પણ બાબત આશરે સત્ય લાગવાથી અંગીકાર કરવી નહિ. ઉપર દર્શાવેલાં કારણ સિવાય પણ આ કારણથી કર્તવ્ય ભાગથી સિદ્ધ ભાગ ચઢતો તે એમ કહી

શકાશે. જે જે કારણો આપણે આપણા સિદ્ધ ભાગમાં આપીશું તે તે આપણે પાછળના ભાગમાં સિદ્ધ કરી ગયા હશે, અથવા વ્યાખ્યામાં આવ્યાં હશે અથવા **પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી** લીધાં હશે. આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો એવાં છે કે તે સાદાંમાં સાદાં છે. અને નહિ કે તે કોઈ પણ સત્યતા ઉપરથી ભૂમિતિની રીતે સાબિત કરવામાં આવ્યાં છે અને એથી વધારે સાદાં પ્રમાણ એવાં નીકળી શકતાં નથી; તે કોઇ પણ સામાન્ય માણસને પણ સત્ય લાગે છે તેથીજ તેને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો કહેવામાં આવે છે. દરેક શાસ્ત્રીય વિષયમાં પ્રત્યક્ષ પ્રમાણની ખાસ જરૂર છે અને એવાં પ્રમાણો દરેક શાસ્ત્રમાં અંગીકાર કરવામાં આવ્યાં છે અને તેની મદદથી ગહન સિદ્ધાંતો સાબિત કરવામાં આવ્યા છે; તેજ પ્રમાણે ભૂમિતિશાસ્ત્રમાં પણ ભૂમિતિનાં **પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો** છે અને તેની મદદથી ભૂમિતિના સિદ્ધાંતો સાબિત કરવામાં આવે છે. સિદ્ધ ભાગમાં જેમ જેમ વધારે પ્રત્યક્ષ પ્રમાણોની જરૂર પડશે તેમ તેમ તેઓ કહેવામાં આવશે. અત્રે નીચેનાં પ્રમાણો કહેવામાં આવ્યાં છેઃ—

(૧) જે પરિમિતો એકજ પરિમિતની બરાબર છે તે અરસપરસ બરાબર છે. જેમકે

રામની ચોપડીની કિંમત ત્રણ રૂપિઆ છે અને ગોવિંદની ચોપડીની કિંમત ત્રણ રૂપિઆ છે તો રામ અને ગોવિંદની ચોપડીની કિંમતો બરાબર છે, કારણ કે બન્ને ચોપડીની કિંમત ત્રણ ત્રણ રૂપિઆ છે.

(૨) સમપરિમિતોમાં સમપરિમિતો ઉમેરીએ તો સરવાળા બરાબર છે. જેમકે

રામ અને ગોવિંદ પાસે પાંચ પાંચ રૂપિઆ છે અને દરેકને બબ્બે રૂપિઆ આપ્યા હોય તો બન્ને પાસે સાત સાત રૂપિઆ થશે,કારણ કે બન્ને પાસે સરખા રૂપિઆ હતા અને બન્નેને સરખા રૂપિઆ આપ્યા છે.

(૩) સમપરિમિતોમાંથી સમપરિમિતો લઇ લઈએ તો બાદ બાકી સમપરિમિતો રહેશે. જેમકે

રામ અને ગોવિંદ પાસે દશ દશ રૂપિઆ છે અને દરેકની પાસેથી બબ્બે રૂપિઆ લઇ લીધા હોય તો બન્નેની પાસે આઠ આઠ રૂપિઆ રહેશે;

કારણ કે બન્નેની પાસે સરખા રૂપિઆ હતા અને બન્નેની પાસેથી સરખા રૂપિઆ લઇ લીધા છે.

(૪) સમપરિમિતો એકજ ગણા કર્યા હોય તો ગુણાકાર પણ સમપરિમિતો છે. જેમકે

રામ અને ગોપાળ પાસે ત્રણ ત્રણ રૂપિઆ હોય અને બન્નેના રૂપિઆ ચાર ચાર ગણા કર્યા હોય તો બન્ને પાસે ૧૨, ૧૨ રૂપિઆ થશે કારણ કે બન્ને પાસે સરખા રૂપિઆ છે અને બન્ને રકમ સરખી ગણી કરી છે.

(૫) સમપરિમિતોના સરખા ભાગ કર્યા હોય તો ભાગાકાર પણ સમપરિમિતો છે. જેમકે

ગોવિંદ અને ગોપાળ પાસે વીશ વીશ રૂપિઆ છે અને દરેકની પાસેના રૂપિઆના પાંચ પાંચ સરખા ભાગ કર્યા હોય તો દરેકની પાસે ચાર ચાર રૂપિઆ રહેશે, કારણ કે બન્નેની પાસે સરખા રૂપિઆ છે અને બન્ને રકમના સરખા ભાગ કર્યા છે.

(૬) આખી વસ્તુ તેના કોઈ પણ ભાગથી મોટી છે. (અથવા કોઈ પણ ભાગ એકમથી નાનો છે.)

વળી એક કાગળને બીજા ઉપર મૂકતાં જો બરાબર અરસપરસ વધ્યા ઘટયા વગર આવી રહે તો તે બરાબર હોવા જોઇએ અથવા તો

(૭) એક બીજાની સાથે અરસપરસ મળી જતા પરિમિતો બરાબર છે.

ઉપરનું દૃષ્ટાંત ફક્ત કાગળ માટે છે; પણ ઉપરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ કોઇ પણ વસ્તુને લાગુ પડે છે. ભાવાર્થ કે કોઇ પણ લીટી, ખૂણો યા આકૃતિને ઉંચકી, બીજી લીટી, ખૂણો યા આકૃતિ ઉપર અનુક્રમે મૂકતાં અરસપરસ સરખાવવાથી વધ્યા ઘટયા વિના આવી રહે ત્યારે તે રીતિને **સ્થાનોપરિ સ્થિતિ** અથવા **સમાધાન સ્થિતિ** કહે છે; અને પ્રથમ પરિમિત બીજાની ઉપર **સ્થાનોપરિ સ્થિત** કહેવાય છે.

આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો અત્રે આપ્યાં છે તેથી એમ નહિ સમજવું કે એનો ઉપયોગ અત્યાર સુધી આપણે કર્યો નથી; સામાન્ય રીતે દરેક કાર્યમાં

એનો ઉપયોગ થાય છે અને તેથીજ તેની સત્યતાની કાંઇ પણ સાબિતી જોઇતી નથી.

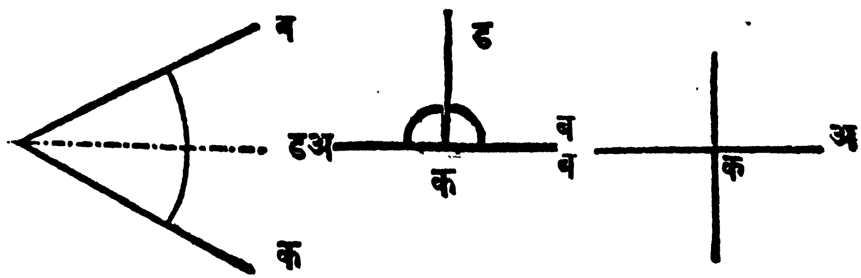
સીધી લીટીની વ્યાખ્યા ઉપરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે બે આપેલાં બિંદુની વચ્ચે હંમેશાં એકજ સીધી લીટી હોઇ શકે છે. કારણ કે જો બે બિંદુની વચ્ચે બે સીધી લીટી હોય તો બન્નેની દિશા બે આપેલાં બિંદુની દિશા હોઇ શકતી નથી, અથવા તો બે સીધી લીટીની વચ્ચે અવકાશની સીમા થઈ શકતી નથી. અને બે સીધી લીટીઓને-એકની ઉપર બીજીને-એ પ્રમાણે મૂકીએ અને એકને બીજીની આસપાસ એક છેડો (બન્નેને) સ્થિર રાખી ફેરવીએ તો તે ફરતી લીટી સ્થિર લીટી સાથે એક ખૂણો કરે છે. આ ખૂણો કરતી વખતે ફેરમાં એવી જગ્યામાં તે આવશે કે તેથી પ્રથમના ખૂણાના બે સરખા ભાગ થશે; આવી ફરતી લીટી એક ખૂણાના બે સરખા ભાગ કરતી સ્થિતિમાં એકજ વખતે આવશે. વળી ઉપરની ફરતી લીટી જો ફરતી ફરતી દ્વિકાટખૂણ ખૂણો કરે તો તે એવી એક જગ્યામાં આવી હશે કે તે જગ્યાએ આડી લીટીને તે લંબ થશે એટલે કે તે દ્વિકાટખૂણ ખૂણાના બે સરખા ભાગ કરશે. ફરતી લીટીની આવી સ્થિતિ 0° થી ૧૮૦° નો ખૂણો ફરીને કરતી વખતે એકજ વખત આવશે. એજ પ્રમાણે જો **अब** લીટી ઉપર **क** બિંદુ **अ** થી **ब** તરફ જાય તો તે એવી એક જગ્યાએ આવશે કે તે તે જગ્યાએ **अ** અને **ब** બન્ને છેડાથી સરખે અંતરે છે. અને ફરતા બિંદુની આવી સ્થિતિ એકજ આવશે. આ ઉપરથી આપણે નિઃશંક ધારી શકીએ કે

(૧) એક ખૂણાના બે સરખા ભાગ કરી શકાય છે.

(૨) એક સીધી લીટી ઉપર એક લંબ દોરી શકાય છે.

અને (૩) એક સમર્યાદ સીધી લીટીના બે સરખા ભાગ કરી શકાય છે.

કારણ કે આ બધાં કૃત્યો લીટીની એકજ સ્થિતિથી અને એકજ રીતે થઈ શકે છે.



(૧) ∠बअड=∠कअड (૨) कड ⊥ अब (૩) बक=अक

કર્તવ્ય ભાગમાં આપણે જોયુ છે કે ઘણી જાતના પ્રશ્નોમાં સાહિત્યની મદદ લેવી પડે છે; અને તે ચોક્કસ માપનાં હોય છે. સિદ્ધભાગમાં આવાં ચોક્કસ માપવાળાં સાહિત્યો અને એટલાં બધાં સાહિત્યોની જરૂર નથી. કારણ કે એ ભાગમાં જે કાંઇ સિદ્ધ કરીશું તે તેવી જાતના કોઈ પણ પારમિતને લાગુ પડશે અને કોઇ કોઇ પરિમિતનાં ચોક્કસ માપ લઈ શકાતાં નથી તેથી સિદ્ધભાગમાં જો કોઈ પણ સાહિત્યની મદદ લેવી પડે છે તો તે નીચેનાં છે:—

(૧) એક સીધી આંકણી (ઈંચ વગેરેમાં આંકેલી હોય યા ન હોય);

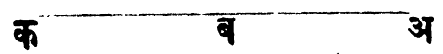
(૨) કંપાસ યા કર્કટ.

આ સાહિત્યોની જરૂર નીચેના કામમાં પડે છે. યૂકિલડના સમયથી ભૂમિતિશાસ્ત્રકારોએ કોઇ પણ સત્યતા ભૂમિતિમાં તર્કશાસ્ત્રના નિયમને અનુસરી સાબિત થઇ શકે તેટલા માટે નીચેનાં સાદાં અને સહેલાં કાર્ય અંગીકાર કરેલાં છે. એ કાર્યો એવાં છે કે કોઈ સારો ચિત્રકાર એની મેળે જ તેઓને એ સાહિત્યો વિના સહેલાઇથી કરી શકે છે; અને તે વખતે એ સાહિત્યોની મદદ જરૂરની પણ નથી. એ પ્રમાણે અંગીકાર થએલાં કાર્યોને **સ્વીકૃત કૃત્ય** કહે છે એટલે કે એ કૃત્યો આપણે સ્વીકારી લીધેલાં છે.

સ્વીકૃત કૃત્ય:—

(૧) એક બિંદુથી બીજા બિંદુ સુધી એક સીધી લીટી દોરી શકાય છે.

(૨) અને એક સીધી લીટીને તેની પોતાની લંબાઈમાં લંબાવી શકાય છે.



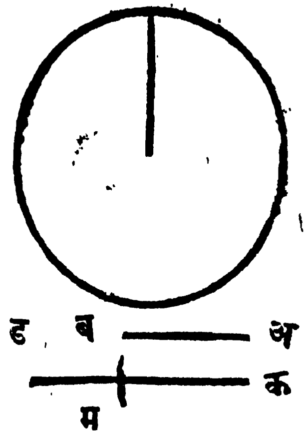
(૩) કોઈ પણ બિંદુ મધ્ય બિંદુ અને કોઈ પણ ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરી શકાય છે.

(૪) કંપાસથી એક નાની લીટી બરાબર મોટી લીટીમાંથી ભાગ પાડી શકાય છે. અને

(૫) એક લીટીને બે, ત્રણ, ચાર,...ગણી કરી શકાય છે.

આ સિવાય બીજાં પણ સ્વીકૃત કૃત્યો આપેલાં છે પણ તે ઘણાંજ સહેલાં છે અને કવચિતજ વાપરવામાં આવે છે, જેમ કે અવકાશમાં એક બિંદુ લેવું, એક લીટીને બીજી લીટી ઉપર મૂકવી, વગેરે. સ્વીકૃત કૃત્યોને આપણે શરૂઆતમાંજ સ્વીકૃત યા કબુલ કરીએ છીએ. પહેલા સ્વીકૃત કૃત્યમાં બે બિંદુની વચ્ચે સીધી લીટી દોરવી હોય તો આંકણી મૂકી આંકણી સાથે પેન્સીલ ફેરવવી બન્નેને સાંધીએ તો બન્ને સીધી લીટીથી સંધાય છે. તેમજ બીજા સ્વીકૃત કૃત્યમાં કોઇ પણ સમર્યાદ લીટી આપી હોય અને તેને લંબાવવી હોય તો તેની સાથે બરાબર આંકણી મૂકી આંકણી બરાબર મરજી પડે તે દિશામાં તેને લંબાવાય છે. આ બન્ને કૃત્યોમાં કોઇ પણ જગ્યાએ એવું કહેલું નથી કે બન્ને બિંદુની વચ્ચે આટલુંજ અંતર છે (પાંચ ઇંચ) યા સમર્યાદ લીટી આટલીજ લાંબી છે (૨·૪ ઇંચ) અને તેને આટલીજ લંબાવવી; બિંદુઓ ગમે ત્યાં આપ્યાં હોય છે અને સમર્યાદ લીટીને ગમે તેટલી લંબાવી શકાય છે. ત્રીજા સ્વીકૃત કૃત્યમાં ત્રિજ્યા જે લીટીની બરાબર લેવાની હોય તે લીટીના છેડા ઉપર કંપાસના છેડા ગોઠવવા અને તીણો છેડો આપેલા મધ્ય બિંદુ ઉપર મૂકી ચાક અથવા પેન્સીલવાળા બીજા છેડાને તે મધ્ય બિંદુની આસપાસ બધી બાજુએ તેટલીજ ત્રિજ્યા રાખી ફેરવી વર્તુળ દોરવો.

આ ઉપરથી કંપાસનો એક મુખ્ય ઉપયોગ જોવામાં આવે છે કે અમુક અંતરને એક સ્થાનથી બીજા સ્થાનમાં લઇ જવું હોય તો તે કંપાસની મદદથી લઈ જઇ શકાય છે. તેમજ એક મોટી લીટી ઉપરથી નાનો કટકો કાપવો હોય (अब બરાબર) તો મોટી લીટીના છેડા ઉપર મધ્ય બિંદુ રાખી નાની લીટીની ત્રિજ્યા લઇ જો એક વર્તુળનું ફાંસ મોટી લીટીને છેદે તેમ દોરીએ તો તરતજ જોઇએ તેવડો કટકો મળી આવે છે.



આ સ્વીકૃત કૃત્યો મુખ્ય છે અને સાદામાં સાદા છે. તેમજ એ સિવાયનાં ઉપર બતાવેલાં બીજાં ત્રણ કૃત્યો પણ (જેવાં કે ખૂણો દુભાગવાનું, લીટી દુભાગવાનું અને લીટી ઉપર લંબ દોરવાનું) ધારી લીધેલાં છે. જો કે આ કૃત્યોની સિદ્ધતા આગળ આવેલી છે; તો પણ આપણું કામ સરળ કરવાને માટે સિદ્ધ થયા અગાઉ ધારી લીધાં છે.

કર્તવ્ય ભાગમાં બતાવ્યા પ્રમાણે આકૃતિઓ સપાટ સફાઇમાં હોય છે અને નક્કર આકૃતિ યા ઘન આકૃતિ પણ હોય છે. આ ભાગમાં ફક્ત સપાટ સફાઇમાં જે લીટી યા આકૃતિ દોરી શકાય છે તેવીજ લીટી યા આકૃતિઓનાં ગુણ અને રચનાનું વર્ણન કરવામાં આવશે. આ પ્રમાણે વિષયનું વર્ણન કરવાને માટે દરેક સત્યતા જુદા જુદા પ્રકરણમાં બતાવવામાં આવી છે. ભૂમિતિના જે ભાગમાં સપાટ સફાઇની આકૃતિનું વર્ણન કરવામાં આવે છે તેને **સપાટ ભૂમિતિ** કહે છે. અને જુદી જુદી સત્યતા બતાવનાર પ્રકરણને **સિદ્ધાંત** કહે છે. કોઇ વખત એકજ પ્રકરણ યા સિદ્ધાંતમાં જુદી જુદી સત્યતાઓ બતાવી છે, પણ તેનું કારણ એટલુંજ છે કે એવી સત્યતાઓ અરસપરસ નિકટ સંબંધ ધરાવે છે. એક સિદ્ધાંતમાં સાબિત થએલી સત્યતા અગાળના કોઇ પણ સિદ્ધાંતમાં

સાબિતી તરીકે આપી શકાય છે, અને એક પછી એક એમ જુદા જુદા સિદ્ધાંતમાં પાછળનાથી ચઢતી, યા સ્વતંત્ર સત્યતા સાબિત કરવામાં આવી છે. સત્યતાના સ્વરૂપ પ્રમાણે સિદ્ધાંતના નીચેના બે ભાગ કર્યા છેઃ—

(૧) **પ્રમેય**—જે સિદ્ધાંતમાં કાંઈ સાબિત કરવામાં આવ્યું છે, જેમકે કોઈ પણ ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણા બે કાટખૂણા બરાબર છે, યા કોઈ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેનાં બાજુ અને ખૂણા બરાબર છે, તેને **પ્રમેય** કહે છે. પ્રમેયમાં કોઇ વખતે નવું કાર્ય કરવામાં આવે છે પણ ફક્ત તે અમુક ગુણ સાબિત કરવાને માટે જ અંગીકાર કરવામાં આવ્યું હોય છે; અને તે એવા સિદ્ધાંતનો મુખ્ય ઉદ્દેશ નથી.

પ્રમેયમાં મુખ્ય ઉદ્દેશ કાંઈ પણ સાબિત કરવાનો છે.

(૨) **કૃત્ય**—જે સિદ્ધાંતમાં કોઇ પણ ભૂમિતિની રચના કરવામાં આવી હોય છે તેને **કૃત્ય** કહે છે. પ્રમેય સિદ્ધાંતમાં જ્યારે કાંઇ સાબિત કરવાનું હોય છે ત્યારે કૃત્ય સિદ્ધાંતમાં હંમેશાં કાંઈ નવી રચના કરવાની હોય છે. જેમકે આપેલા ખૂણાની બરાબર એક ખૂણો બનાવવો અથવા એક આપેલી લીટીના અમુક સરખા ભાગ કરવા, વગેરે.

આ નવી રચના કરવી એ કૃત્યનો મુખ્ય ઉદ્દેશ છે.

વળી પ્રમેય યા કૃત્ય કોઇ પણ સિદ્ધાંતના પાંચ ભાગ સામાન્ય રીતે હોય છે.

(૧) સિદ્ધાંતમાં જે કાંઇ સાબિત કરવાનું હોય અથવા નવું રચવાનું હોય તેવી સત્યતા જે સામાન્ય શબ્દસમૂહમાં કહેવામાં આવી હોય તે સમૂહને સિદ્ધાંતની **સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા** અથવા **ઉદ્દેશ** કહે છે; જેમકે કોઈ પણ ત્રિકોણના ત્રણ ખૂણા બે કાટખૂણા બરાબર થશે.

(૨) જે ભાગમાં સામાન્ય પ્રતિજ્ઞામાં જે કાંઇ ફક્ત શબ્દસમૂહમાં કહેવામાં આવ્યું હોય તેનું આકૃતિ સહિત ચોક્કસ શબ્દોમાં વર્ણન કર્યું હોય તેને **વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા** યા **સાધન** કહે છે. જેમકે (૧) માં બતાવેલી

સાધારણ પ્રતિજ્ઞાને ત્રિકોણની આકૃતિ કાઢી ખૂણાનાં નામ આપી કહેવું કે ફલાણા ત્રિકોણના ફલાણા ત્રણ ખૂણાએ બે કાટખૂણા બરાબર થશે.

(૩) સિદ્ધાંતની સત્યતા બતાવવાને માટે અથવા કાંઈ નવું કરવાને માટે જે કાંઇ નવી લીટી યા આકૃતિ દોરવામાં આવે તે ભાગને સિદ્ધાંતની **રચના** કહે છે. જેમકે (૧)માં બતાવેલી પ્રતિજ્ઞાને આકૃતિ સાથે વર્ણવ્યા પછી સમાન્તર સીધી લીટી દોરવી અને પાયાને લંબાવવો એ રચના છે.

(૪) જે ભાગમાં પ્રમેયની સત્યતા સાબિતી સહિત બતાવી આપી હોય અથવા કૃત્યનું કાર્ય કરી આપ્યું હોય તે ભાગને સિદ્ધાંતની **સાબિતી** યા **સિદ્ધતા** કહે છે. જેમકે (૧)માં બતાવેલી સત્યતા સાબિત કરી આપવી યા એક ખૂણાની બરાબર બીજો નવો ખૂણો કરવો, વગેરે.

(૫) સિદ્ધાંતનાં પાંચમા અને છેલ્લા ભાગમાં પ્રતિજ્ઞામાં બતાવેલી સત્યતા યા કાર્ય થઇ રહ્યું છે એમ કહેવામાં આવે છે અને એ ભાગને **સમાપ્તિ** અથવા **નિગમન** કહે છે.

ઉપલા પૃથકકરણથી સ્પષ્ટ થશે કે કોઈ પણ સિદ્ધાંતમાં પ્રતિજ્ઞા-સામાન્ય અને વિશિષ્ટ-અને સમાપ્તિમાં તર્કશાસ્ત્રની મદદ જોઇતી નથી કારણ કે જે સાધારણ શબ્દોમાં કહ્યું હોય તે તેમાં ચોકકસ શબ્દોમાં કહેવામાં આવે છે. મુખ્ય ભાગો રચના અને સિદ્ધતા છે. કારણ કે સિદ્ધાંતમાં એવી રચના લેવી જોઇએ કે જેથી માગેલી સત્યતા બતાવી શકાય અને સાબિ-તી એવી અંગીકાર કરવી જોઇએ કે જેથી સિદ્ધાંતમાં માગેલી સત્યતા નીકળી શકે; આ ભાગોમાં તર્કશાસ્ત્રનો પ્રવેશ થાય છે અને ભૂમિતિના સિદ્ધાંતો એવા છે કે કોઈ પણ નિયમ તર્કશાસ્ત્રનો તોડયો તો ઉંધુંજ પરિ-ણામ આવે છે. માટે આ ભાગનું મનન ઘણા આગ્રહપૂર્વક કરવું પડે છે.

વળી કાંઇ પણ સિદ્ધ કરવામાં આવ્યું હોય અથવા બનાવવામાં આવ્યું હોય તે ઉપરથી નિકટ સંબંધ ધરાવનારી કોઇ પણ સત્યતા નીકળી શકતી હોય તો તેને તે સિદ્ધાંતનો **ઉપસિદ્ધાંત** કહે છે. આ ઉપસિ દ્ધાંતની સત્યતા તેની ઉપરના સિદ્ધાંત પરથી તરત દેખાઇ આવે છે. અને તેને માટે સામાન્ય રીતે જુદી સિદ્ધતા આપવામાં આવતી નથી પણ તેને

સિદ્ધાંતના ઉપસિદ્ધાંત તરીકે લેખવામાં આવે છે અને તે સિદ્ધાંતના અનુમાન તરીકે આપવામાં આવે છે.

ભૂમિતિનાં કાર્યમાં નીચે પ્રમાણે સંજ્ઞા તથા ચિહ્ન આપવામાં આવ્યાં છે:—

∴ માટે, અથવા તેથી; ∵ કારણ કે; મી. મીટર;
= બરાબર યા બરાબર છે; ∠ ખૂણો; ″ ઇંચ.
△ ત્રિકોણ. L કાટખૂણો. ′ ફુટ.
∥ સમાન્તર સીધી લીટીઓ. ⊥ લંબ. મી. મી. મીલીમીટર
સ० ચ० = ∥કોણ= સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ; સે. મી. સેન્ટીમીટર
≡ સર્વ સમાન. (બધી રીતે બરાબર). ડે. મી. ડેસીમીટર
> મોટી છે. < નાની છે.

શરૂઆતમાં આ સંજ્ઞા ધીમે ધીમે વાપરવામાં આવી છે અને વિદ્યાર્થીઓને અનુભવ થયા પછીજ ધીમે ધીમે વધારે સંજ્ઞા વાપરતા જવું.

કોઈ પણ પ્રતિજ્ઞામાં બે ભાગ હોય છે. જે ભાગ આપેલો હોય તેને **પક્ષ** કહે છે અને જે માગેલો હોય તેને **સાધ્ય** કહે છે.

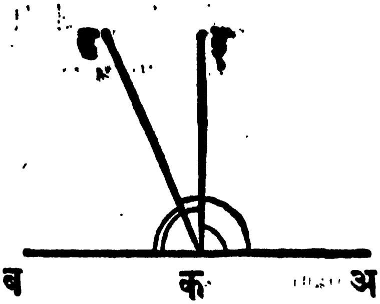
દરેક પ્રમેયમાં કાંઇ પણ સિદ્ધ કરવાનું હોય છે અને કૃત્યમાં કાંઈ પણ રચવાનું હોય છે તેથી પ્રમેય અને કૃત્ય પુરું થતાં અનુક્રમે **પ્ર૦ સિ૦** અને **કૃ૦ કૃ૦** યા **પ્રમેય સિદ્ધ** અને **કૃત્ય કૃત** એવા શબ્દો લખાય છે.

§ ૧૩. સીધી લીટી અને તેથી થતા ખૂણાઓનો સંબંધ.

સિધ્ધાંત ૧. પ્રમેય.

પ્રતિજ્ઞા સામાન્ય—એક સીધી લીટીની એકજ બાજુએ બીજી સીધી લીટીથી થતા પાસે પાસેના ખૂણા બન્ને મળીને બે કાટખૂણાની બરાબર છે.

પ્રતિજ્ઞા વિશિષ્ટ—**અબ** સીધી લીટીની એકજ બાજુએ **ડક** સીધી લીટી **અકડ** અને **બકડ** બે પાસે પાસેના ખૂણા કરે છે;



ત્યારે તે બન્ને મળીને બે કાટખૂણાની બરાબર **થશે.**

રચના—ધારો કે **क** બિંદુમાંથી **अब** ઉપર **कइ** લંબ છે. (સ્વી.)

સિદ્ધતા—**अकड** અને **बकड** ખૂણા મળીને **अकइ, इकड** અને **डकब** ખૂણા બરાબર છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

તેમજ **अकइ** અને **इकब** ખૂણા મળીને **अकइ, इकड** અને **डकब** ખૂણા બરાબર છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

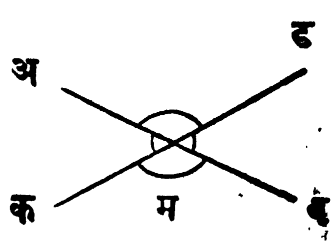
તેથી ∠**अकड** અને ∠**बकड**=∠**अकइ** અને ∠**इकब** (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∠**अकइ** અને ∠**इकब**=૨ કાટખૂણા (રચના)

નિગમન—તેથી ∠**अकड** અને ∠ **बकड**=બે કાટખૂણા. (પ્ર૦ પ્ર૦)

પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧—જો કોઈ બે સીધી લીટી એક બીજીને છેદે તો શિરોબિંદુ (છેદનબિંદુ) આગળ થતા ચાર ખૂણાનો સરવાળો ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.

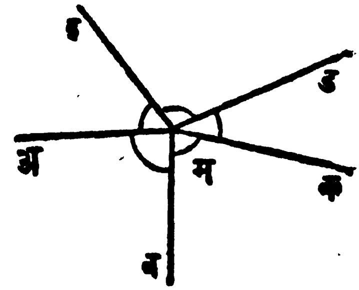


કારણ કે ∠**अमक**+∠**कमब** બે કાટખૂણા બરાબર છે. (સિ૦ ૧)

અને ∠**बमद+दमअ** પણ બે કાટખૂણા બરાબર છે. (સિ૦ ૧)

ઉપસિદ્ધાંત ૨–ગમે તેટલી સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં આવી મળે તો આ બિંદુ આગળ થતા સર્વ ખૂણાનો સરવાળો ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.

કારણ કે **अम**ને લંબાવીએ તો **म** આગળના સર્વ ખૂણાઓ ચાર કાટખૂણા બરાબર છે. (ઉ૦ સિ૦ ૧)



પ્રશ્નો.

૧. ૨૭°, ૫૩°, ૧૧૨°, ૧૭૯°, ૨૧°, ૫૯°, ૧૦૧°, અને ૫૨°ના ન્યૂનતાપૂરક યા દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી ખૂણા કહો.

૨. ૧૨°, ૨૩°, ૪૯°, ૫૫° ના કોટિખૂણા યા એકકાટખૂણપૂર્ણી ખૂણા કહો.

૩. જો એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટીને છેદીને એક ખૂણો કાટખૂણો કરે તો બાકીના ખૂણાઓ પણ કાટખૂણા છે.

૪. સરખા ખૂણાના કોટિખૂણાઓ બરાબર છે.

૫. સરખા ખૂણાના ન્યૂનતાપૂરક ખૂણા બરાબર છે.

૬. Δ**अबक** માં ∠ **अबक**=∠**अकब** અને **बक**ને બન્ને દિશામાં લંબાવીએ તો બહારના એ પ્રમાણે થના ખૂણા પણ બરાબર છે.

૭. Δ**अबक** માં ∠**अबक**=∠**अकब** અને **अब** અને **अक**ને લંબાવીએ તો પાયાની બહારના ખૂણા પણ બરાબર છે.

૮. જો એક સીધી લીટી ઉપર બીજી સીધી લીટી પડે તો પાસે પાસેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ અરસપરસ લંબ છે.

૯. એકજ શાખાલીટીની આસપાસ બે ખૂણા (દરેક)૭૫° ના છે તો બન્નને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો ?

૧૦. એકજ શાખાલીટીની આસપાસ બે ખૂણાઓ ૭૨° અને ૧૦૮° ના છે તો બન્નેને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો ?

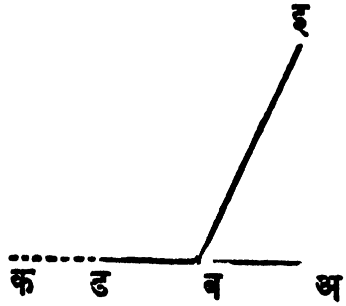
૧૧. ત્રણ ખૂણાઓ અનુક્રમે ૬૭°, ૧૧૦° અને ૩૩°ના એકજ શિરોબિંદુ આગળ પાસે પાસે છે અને ત્રણેને દુભાગીએ તો છેલ્લી અને પહેલી દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો ?

૧૨. પ્રશ્ન ૧૧ મામાં બબ્બે દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેના ખૂણા કેવડા ?

સિદ્ધાંત ૨. પ્રમેય.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા—જો પાસે પાસેના ખૂણા ન્યૂનતાપૂરક હોય તો તે ખૂણાની બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા કે સાધન—∠**अबइ** અને ∠**डबइ** પાસે પાસેના ખૂણા ન્યૂનતાપૂરક છે, ત્યારે તેની બહારની શાખાલીટીઓ **अब** અને **डब** એકજ સીધી લીટીમાં થશે; એટલે **अबड** સીધી લીટી થશે.



રચના—**अब** ને **क** સુધી લંબાવો. (સ્વી० ૬૦)

સિદ્ધતા—**अबक** એક સીધી લીટી છે, અને **इब** તેની ઉપર પડે છે;

∴∠**अबइ** અને ∠**कबइ** ન્યૂનતાપૂરક છે. (સિ. ૧)

પણ ∠**अबइ** અને ∠**डबइ** ન્યૂનતાપૂરક છે. (પ્રતિજ્ઞા)

∴∠**अबइ** + ∠**डबइ**=∠**अबइ** + ∠**कबइ**. (પ્ર० પ્ર०)

∴∠**डबइ**=∠**कबइ** (પ્ર० પ્ર०)

∴**बक**, **बड** એકજ સીધી લીટીમાં હોવી જોઇએ.

અને **अबक** એક સીધી લીટી છે, (રચના)

નિગમન—∴ **अबड** પણ એક સીધી લીટીમાં છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. **अब** ની સાથે **बक** અને **बड** વિરૂદ્ધ બાજુ ઉપર અનુક્રમે ૬૫° અને ૧૧૫° ના ખૂણા કરે છે તો **बक** અને **बड** એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૨. **बक** સાથે વિરૂદ્ધ બાજુએ **बअ** અને **बड** અનુક્રમે એકેક કાટખૂણો કરે છે તો **बअ** અને **बड** એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૩. ∠**बअक**=૬૦° અને **बअ**=૧·૫″ અને **अक**=૨″; ∠ **बअक**ને દુભાગનારી લીટી **बक** ને **ड** માં મળે છે તો **अड** અને **अक** માપો અને ∠**अडब**ના ન્યૂનતાપૂરક અને કોટિખૂણા કહો.

૪. **अबक** લીટીની વિરૂદ્ધ બાજુએ ∠**अबड** અને ∠**कबइ** બરાબર છે તો **डब** અને **बइ** એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૫. પાસે પાસેના ખૂણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ જો કાટખૂણે હોય તો ખૂણાની બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૬. સામસામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૭. કોઇ પણ પેન્સીલને વચ્ચેથી પકડી આમ તેમ ફેરવીએ તો તેના બન્ને ભાગો સરખા ખૂણામાંથી ફરશે.

૮. **अबक** અને **डबइ** સીધી લીટીઓ એક બીજીને **ब**માં છેદે તો ∠**अबइ** + ∠**इबक** = ? અને ∠**इबक** + ∠**कबड** = ?

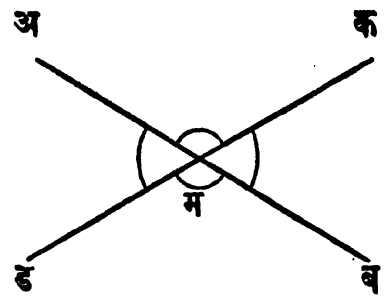
૯. એક લીટીની આસપાસ બે ખૂણાઓ ૭૨° અને ૧૦૯° ના છે તો બહારની લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે ?

૧૦. બે સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં છેદે તો સામસામેના ખૂણાની કેટલી જોડ થશે ?

૧૧. પાંચ સીધી લીટી એકજ બિંદુમાં છેદે તો સામસામેના ખૂણાની કેટલી જોડ થશે ?

સિદ્ધાંત ૩. પ્રમેય.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા—જો બે સીધી લીટીઓ એક બીજીને છેદે તો સામસામેના ખૂણાઓ બરાબર છે.



વિશિષ્ટ પ૦—**अब** અને **कड** બે સીધી લીટીઓ **म** બિંદુમાં છેદે છે તો ∠**अमक**=∠**बमड** થશે; અને ∠**अमड**=∠**कमब** થશે.

સિદ્ધતા—**कड** એક સીધી લીટી છે અને **अम** તેની ઉપર પડે છે,

∴ ∠**अमक**+∠**अमड**=૨ કાટખૂણા (સિ૦ ૧)

અને **डम**, **अब** ઉપર પડે છે.

∴ ∠**अमड**+∠**बमड**=૨ કાટખૂણા (સિ૦ ૧)

∴ ∠**अमक**+∠**अमड**=∠**अमड**+∠**बमड** (પ્ર૦ પ્ર૦)

બન્ને બાજુમાંથી ∠ **अमड** લઇ લેા;

નિગમન—∴ ∠**अमक**=∠**बमड**; (પ્ર૦ પ્ર૦)

અને તેજ પ્રમાણે ∠**अमड**=∠**कमब**. પ્ર૦ સિ૦

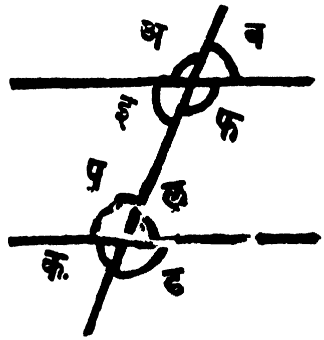
પ્રશ્નો.

૧. ઉપલા સિદ્ધાંતમાં ∠**अमड**=∠**कमब** છે તે પૂર્ણ સિદ્ધતા લખી એ સિદ્ધાંત સાબિત કરેા.

૨. કેાઈ પણ ત્રિકેાણુની સઘળી બાજુઓ બન્ને દિશામાં લંબાવી કહેા કે કયા કયા ખૂણા બરાબર છે.

૩. નીચેની આકૃતિમાં જો ∠**अ**=∠**इ** તો ∠**इ**=∠**फ**;

જો ∠ब=∠ल તો ∠इ=∠क;
જો ∠ब=∠क, તો ∠फ=∠ह
અને ∠इ=∠क; જો ∠इ+∠प=
૨ L, તો फ+∠ल=૨ L,
∠ब+∠ह=૨ L, અને ∠अ
+∠क=૨ L છે.



૪. બે લીટીઓ એક બીજીને છેદે તો એક ખૂણાને દુભાગનારી લીટી સામેના ખૂણાને પણ દુભાગે છે.

૫. સામસામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકજ લીટી છે.

૬. સિદ્ધાંત ૩ ની આકૃતિમાં જો

(૧) ∠**अमक**=૬૧°, તો બીજા ખૂણા કેવડા ?

(૨) ∠**अमक** + ∠ **बमड**=૨૨૦° તો બીજા ખૂણા કેવડા ?

(૨) ∠**अमक** + ∠ **अमड** + ∠**डमब**=૨૩૧° તો દરેક ખૂણો કેવડો ?

૭. **बड**, ∠ **अबक**ને દુભાગે છે તો **बड** ઉપર ∠ **अबक** ને એવડ વાળીએ ત્યારે **अब** ક્યાં પડશે ? **अब**, **बक** ની બહાર અને અંદર ક્યારે પડશે ?

૮. બે લીટીઓ એક બીજીને છેદતાં એક ખૂણો ૧૫°નો કરે છે તો બાકીના ખૂણા કેવડા ?

૯ ત્રણ લીટીઓ એકજ બિંદુમાં છેદતાં પાસેપાસેના બે ખૂણા ૨૫° અને ૬૧°ના કરે છે તો બાકીના ખૂણા કેવડા ?

૧૦. એક ચતુષ્કોણમાં બાજુઓ લંબાવતાં બહારના ખૂણા ૮૬°, ૧૧૫°, ૭૫°, ૮૪°, થાય છે તો તેની પાસેના અને સામેના ખૂણા કેવડા ?

૧૧. એક આંકણી એક લીટી ઉપર ફરીને ૨૭°, ૧૧૨°, ૭૭°, અને ૪૮° ખૂણા કરે છે તો તેની પાસેના અને સામેના ખૂણા કેવડા કરશે ?

§ ૧૪. સમાન્તર સીધી લીટી અને તેથી થતા ખુણાઓનો સંબંધ.

સમાન્તર સીધી લીટીઓ એકજ સપાટીમાં હોવી જોઇએ. જો એક લીટી એક ચોપડી પર હોય અને બીજી લીટી એક સ્લેટ પર હોય અને આ લીટીઓ જો કે ગમે તેટલું લંબાવવાથી મળતી નથી તો પણ આ ભૂમિતિમાં એવી સમાન્તર લીટીઓ લેવામાં આવી નથી. આ ભૂમિતિમાં એકજ સફાઇમાં પડતી સમાન્તરો લીધી છે; જો કે વક્ર સફાઇમાં પડતી સમાન્તરો છે તો પણ તેને આ ભૂમિતિમાં લેવામાં આવી નથી. જુઓ કર્તવ્ય ભાગ પાનાં પર-૫૫. બે લીટી ઉપર એક આડી લીટી પડે અને એ પ્રમાણે જે જે ખૂણાઓ બબ્બે લીટીથી થાય છે તેની સમજણ માટે કર્તવ્ય ભાગમાં પાને ૫૫ મે જુઓ.

સિદ્ધાંત ૪ થો વિદ્યાર્થીને ભારે લાગશે માટે તે શીખવવા અગાઉ શિક્ષકે નીચે પ્રમાણે પ્રયોગ કરી બતાવવો.

अब, **कड** બે લીટીને છેદતી એક **पफ** લીટી દોરો અને તેમાં ∠**अइल** અને ∠**इलड** દરેક ૭૦° નો કરો; પછી ∠**बइल** અને ∠**इलक** નાં માપ લો.

પછી **इलड** ભાગની નકલ પાતળા કાગળ પર કરો અને તેને ફેરવીને (ડાબા હાથ તરફ) **कलइअ** ભાગ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે **इल** લીટી **लइ** સાથે મળી જાય. **इब**, **लड** નું શું થાય છે?

આ પ્રમાણે થવાનું કારણ શું?

જો **इअ**, **लक** ને લંબાવતાં તેઓ મળે તો **लड**, **इब** ને વિષે શું અનુમાન કરો? તેથી **अइब**, **कलड** વિષે શું અનુમાન કરો?

જો **इअ**, **लक** ને લંબાવતાં તેઓ ન મળે તો શું અનુમાન નીકળે છે? આ પ્રમાણે બતાવો કે **अब** ‖ **कड**.

સિદ્ધાંત ૪. પ્રમેય.

એક સીધી લીટી બીજી બે સીધી લીટીને છેદે ત્યારે જો

(૧) વ્યુત્ક્રમ ખૂણાનું જોડકું બરાબર હોય; અથવા

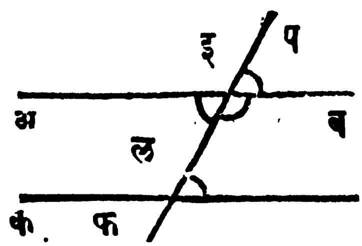
(૨) બહારનો એક ખૂણો આડીલીટીની એકજ બાજુ તરફના

માંહેના સામેના ખૂણાની બરાબર હોય; અથવા

(૩) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખૂણા નો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર હોય;

તો તે સમાન્તર સીધી લીટીઓ છે.

अब, **कड** બે સીધી લીટીને **पफ** એક આડી સીધી લીટી **इ**,**ल** માં અનુક્રમે છેદે છે ત્યારે



(૧) જો ∠**अइल**=∠**इलड**, તો **अब** ∥ **कड** થશે.

આકૃતિમાંથી **अइलक** ભાગ છૂટો કરી એવી રીતે મૂકો કે **ल**,**इ** ઉપર અને **इ**,**ल** ઉપર પડે.

∵ **इल**=**लइ** અને ∠**अइल**=∠**इलड**, ∴ **इअ**, **लड** ઉપર પડશે.

અને ∠**अइल**=∠**इलड**, ∴ ∠**बइल**=∠**कलइ** (?)

∴ **लक**, **इब** ઉપરજ પડશે.

જો **इअ**, **लक**, **अ**,**क** તરફ મળે તો તેઓ **ब**,**ड** તરફ પણ મળશે. પણ બન્ને સીધી લીટી હોવાથી આ અશક્ય છે.

∴ **लक** અને **इब**ની તેમજ **इअ** અને **लड**ની દિશા એકજ છે. (સિદ્ધતા)

∴ કોઇ પણ બાજુ પર **अब**,**कड** મળે નહિ.

∴ **अब** ∥ **कड** છે.

(૨) જો ∠**पइब**=∠**पलड**, **अब** ∥ **कड** થશે.

હવે ∠**पइब**=∠**पलड** અને ∠**पइब**=∠**अइल** (સિ૦ ૩)

∴ ∠**अइल**=∠**इलड** (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખૂણા છે, ∴(૧) પ્રમાણે **अब** ∥ **कड**.

(૩) જો ∠ बइल+∠ इलड=૨ L, તો अब ∥ कड થશે.

હવે ∠बइल+∠इलड=૨ L (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠बइल+∠अइल=૨ L (સિ૦ ૧)

∴ ∠बइल+∠इलड=∠बइल+∠अइल (પ્ર૦ પ્ર૦)

∴ ∠इलड=∠अइल. (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખૂણા છે,

∴ પહેલા ભાગ પ્રમાણે अब ∥ कड છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત—જો બે સીધી લીટી બન્ને ત્રીજી સીધી લીટીને લંબ હોય તો તે બે સમાન્તર સીધી લીટી છે.

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાંત ૪ નો ઉપસિદ્ધાંત સાબિત કરો.

૨. બે અથવા વધારે સમાન્તર લીટીને મળતી આડી લીટીઓ જો ∥ને લંબ હોય તો એ પ્રમાણે થતા ચતુષ્કોણો સમાન્તરબાજુ છે.

૩. अ ब क ड ચતુષ્કોણમાં ∠ ब अ क=∠अ क ड અને ∠डअक= ∠अकब તો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ છે.

૪. अबकड ચતુષ્કોણમાં ∠ अ=∠ब અને बक=अड; તો આકૃતિને કાપીને, ફેરવીને અને મૂળ સ્થિતિમાં પાછી ગોઠવીને બતાવો કે अब∥कड.

૫. લીટીના પરિવર્તનથી ખૂણો થાય છે એ સત્યતાને આધારે ઉપલો સિદ્ધાંત સાબિત કરો.

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ—એક બીજીને છેદતી બે લીટીઓ બન્ને ત્રીજી લીટીને સમાન્તર હોઈ શકે નહિ. અથવા

કોઈ પણ બિંદુમાંથી એકજ લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર દોરી શકાય છે. આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ પ્લેફેરનું 'પ્રત્યક્ષપ્રમાણ' કહેવાય છે.



अब, इफ બન્ને कडने સમાન્તર નથી.

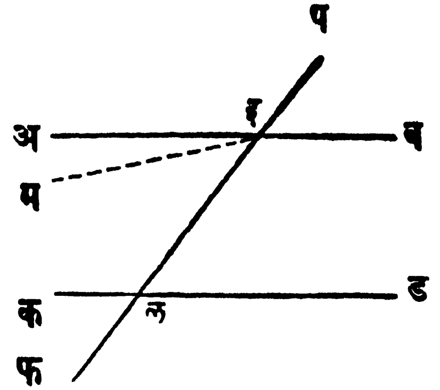
સિધ્ધાંત ૫. પ્રમેય.

જો એક સીધી લીટી બે સમાન્તર સીધી લીટીને છેદે તેા

(૧) વ્યુત્ક્રમ ખૂણાએા બરાબર છે;

(૨) બહારનેા ખૂણેા માંહેના સામેના આડી લીટીની એક જ બાજુ તરફના ખૂણાની બરાબર છે; અને

(૩) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખૂણાનેા સરવાળેા બે કાટખૂણા બરાબર છે.



अब, **कड** બે સમાન્તર લીટીને **पफ** એક આડી લીટી અનુક્રમે **इ**,**ल** માં છેદે છે તેા

(૧) ∠**अइल** = ∠**इलड**,

(૨) બહારનેા ∠ **पइब** = માંહેના સામેના ∠**इलड**, અને

(૩) માંહેના ∠**इलड** + ∠ **बइल** = ૨ **L** થશે.

(૧) જો ∠**अइल**, ∠**इलड**ની બરાબર ન હેાય તેા

ધારેા કે ∠**मइल** = ∠**इलड** છે.

∴ ∠**मइल** = ∠**इलड**, ∴ **मइ** ‖ **कड** છે. (સિ૦ ૪)

પણ **अब** ‖ **कड** (પ્રતિજ્ઞા)

∴ **मइ** અને **अइब** બન્ને ‖ **कड** છે.

પણ એ અશક્ય છે. (પ્લેફેરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુ.)

∴ ∠**अइल** = ∠**इलड** નથી એ અશક્ય છે.

∴ ∠अइल=∠इलड છે.

(૨) હવે ∠अइल=∠इलड (સિદ્ધ)

અને ∠पइव=∠अइल (સિ૦ ૩)

∴ ∠पइव=∠इलड. (પ્ર૦ પ્ર૦)

(૩) હવે ∠अइल=∠इलड; (સિદ્ધ)

બન્નેમાં ∠वइल ઉમેરીએ તો

∠अइल+∠वइल=∠इलड+∠वइल (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∠अइल+∠वइल=૨ L (સિ૦ ૧)

∴ ∠इलड+∠वइल=૨ L છે. (પ્ર૦ પ્ર૦). પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. બે અથવા વધારે સમાન્તર લીટીને છેદતી આડી લીટી જો એકને લંબ હોય તો તે બધીને લંબ છે.

૨. સિદ્ધાંત ૫માં પહેલા ભાગની મદદ વિના બીજો ભાગ સિદ્ધ કરો.

૩. બે સમાન્તર લીટીની બે જોડ અરસપરસ છેદી એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ કરે છે તો બતાવો કે (૧) કયા કયા ખૂણા બરાબર છે. (૨) કયા કયા ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર છે અને (૩) કયા કયા ખૂણા અરસપરસ દ્વિકાટખૂણપૂર્ણ છે.

૪. એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં કર્ણ દોરીને એક બાજુ લંબાવીએ તો કયા કયા ખૂણા બરાબર છે ?

૫. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેના ખૂણા સરખા છે.

૬. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં બધા ખૂણાનો સરવાળો કેટલો ?

૭. પ્રશ્ન ૬ પરથી ત્રિકોણના ખૂણાનો સરવાળો કરો.

૮. જો કોઇ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં એક ખૂણો કાટખૂણો હોય તો તે લંબચોરસ છે.

૯. કોઈ પણ ખૂણાની શાખાલીટીની સમાન્તર બે લીટી દોરી હોય તો આ બે લીટીનો અંતર્ખૂણો આપેલા ખૂણાની બરાબર છે, અથવા ન્યૂનતાપૂરક છે.

૧૦. **अबक**△માં ∠**ब**=∠**क** ને **डइ** ∥ **बक** તેા ∠**अडइ**=∠**अइड**.

૧૧. સિ. ૫માં ૩જો ભાગ ૧લા ભાગની મદદ વિના સિદ્ધ કરેા.

૧૨. એકજ લીટીને દેારેલી લંબેા અરસપરસ સમાન્તર છે.

૧૩. **अब** ∥ **पफ** અને **बक** ∥ **पल** તેા ∠**ब** અને ∠**प** ને દુભાગનારી લીટીએા સમાન્તર અથવા લંબ છે.

૧૪. સિ. ૫ માં **इ**, **ल** આગળના ચાર ખૂણાને દુભાગનાર લીટી એક લંબચેારસ બનાવે છે.

૧૫. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કેાણના અંદરના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીએા એક લંબચેારસ બનાવે છે.

૧૬. **अब** ∥ **कड** છે; તેએાને આડી લીટી **प**, **र** માં છેદે છે. ∠**प**, ∠**र** ને દુભાગનાર લીટીએા **म**માં મળે છે. સળ રચનાથી બતાવેા કે (**मप**, **मर** ઉપર સળ વાળીને) **म**, **अब** અને **कड**થી સમાન અંતરે છે.

સિધ્ધતાનેા પ્રકાર.

સિદ્ધાંત ૫ ઉપરથી માલમ પડશે કે પહેલા ચાર સિદ્ધાંતમાં જે રીતની સિદ્ધતા વાપરી છે તેનાથી એ સિદ્ધતા જુદીજ છે. પહેલા પાંચની સિદ્ધતા **સુલટી** છે અને ૫ મામાં એ સિદ્ધતા **ઉલટી** છે. કેાઇ પણ સિદ્ધાંત આપણે સિદ્ધ કરવાનેા છે અને જ્યારે આપણે બતાવીએ છીએ કે એ સિદ્ધાંત ખેાટેા નથી, કારણ કે જો ખેાટેા હેાય તેા કાંઇ વિપરીત પરિણામ આવે છે, ત્યારે તે ઉલટી સિદ્ધતા કહેવાય છે. ૫ મા સિદ્ધાંતમાં આપણે સાધ્યને ખેાટેા માની તેથી ઉલટું પરિણામ આણ્યું છે. અને જ્યાં જ્યાં આવી ઉલટી સિદ્ધતા અંગીકાર કરવામાં આવે છે ત્યાં ત્યાં એવાં ઉલટાં અને વિપરીત પારણામ આવે છે.

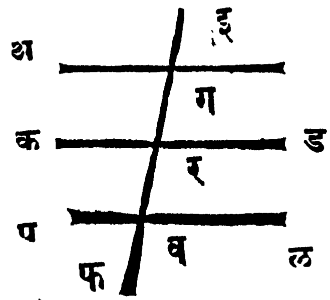
પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ સિધ્ધાંતેા.

જ્યારે એક સિદ્ધાંતનેા પક્ષ ભાગ બીજા સિદ્ધાંતનેા સાધ્ય ભાગ હેાય અને પહેલાનેા સાધ્ય ભાગ બીજાનેા પક્ષ ભાગ હેાય ત્યારે એવા સિદ્ધાંતેા એક બીજાના **પ્રતીપ** યા **વ્યત્યાસ** કહેવાય છે. સિદ્ધાંત ૪ થાના પક્ષમાં △એાનેા સંબંધ આપેલેા છે અને સાધ્યમાં લીટી ∥ કરવાની છે. ત્યારે

સિદ્ધાંત ૫માના પક્ષમાં લીટી ∥ આપેલી છે અને સાધ્યમાં ∠ઓનો સંબંધ કાઢવાનો છે. તેથી એ બે સિદ્ધાંતો પ્રતીપ વા વ્યત્યાસ છે. 'પ્રતીપ' વા 'વ્યત્યાસ' નો અર્થ 'ઉલટો' છે. આ ઉપરથી સમજાશે કે કોઈ પણ સિદ્ધાંતનો પ્રતીપ સિદ્ધાંત હોઈ શકે છે; પણ એક સિદ્ધાંત સત્ય હોય તો તેનો પ્રતીપ સિદ્ધાંત હંમેશાં સત્ય છે એવું નથી; જેમકે બે ત્રિકોણોમાં ત્રણે બાજુ અનુક્રમે બરાબર હોય તો ખૂણા પણ બરાબર છે. પણ તેનો પ્રતીપ–ખૂણા બરાબર હોય તો બાજુ પણ બરાબર છે–એ હંમેશાં સત્ય નથી.

સિધ્ધાંત ૬. પ્રમેય.

જે સીધી લીટીઓ એકજ સીધી લીટીને સમાન્તર છે તે અરસપરસ સમાન્તર છે.



अब અને **कड** બન્ને **पळ**ને ∥ છે તો **अब**, **कड** ∥ થશે.

રચના—इफ આડી લીટી ત્રણે સમાન્તરોને અનુક્રમે **ग**, **र**, **व** માં છેદે તેમ દોરો.

સિદ્ધતા—अब ∥ **पल**, અને **इफ** બન્નેને છેદે છે.

∴ ∠अगर = ∠गवल. (સિ૦ ૫)

અને **कड** ∥ **पल**, અને **इफ** બન્નેને છેદે છે.

∴ ∠गरड = ∠गवल (સિ૦ ૫)

પણ ∠अगर = ∠गवल (સિદ્ધતા)

∴ ∠अगर (∠अगब) = ∠गरड (!)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખૂણા છે

નિગમન—∴ अब ∥ कड છે. (સિ૦ ૪). પ્ર૦ સિ૦

નોટ—સિદ્ધાંત ૬ માં જ્યારે पल, अब અને कडની મધ્યે હોય ત્યારે સિદ્ધતા નહિજ જેવી છે; કારણ કે

अब ∥ पल અને कड ∥ पल છે.

∴ अब, पल અને कड, पल કદી પણ મળશે નહિ તો અશક્ય છે કે पलની બહારની લીટીઓ अब, कड મળી શકશે.

પ્રશ્નો.

૧. જો એક લીટી બે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને સમાન્તર હોય તો બીજીને પણ તે સમાન્તર છે.

૨. જો એક લીટી બે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને લંબ છે તો બીજીને પણ તે લંબ છે.

૩. સિદ્ધાંત ૬ ને પ્લેફેરના પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી સિદ્ધ કરો.

૪. સિદ્ધાંત ૬ હ્રામાં "સમાન્તર" ને બદલે "સરખા" અને "લંબ" શબ્દ મૂકીએ તો એથી થતા સિદ્ધાંતો પણ ખરા છે કે નહિ તે બતાવો.

૫. કોઈ પણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં જો એક બાજુને સમાન્તર લીટીઓ દોરી હોય તો આ પ્રમાણે થતા ચતુષ્કોણો પણ સમાન્તરબાજુ છે.

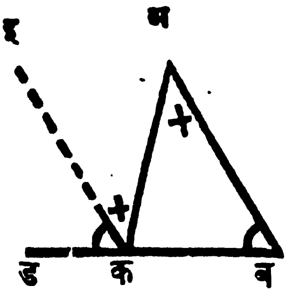
૬. લંબચોરસની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી બાજુને સમાન્તર દોરેલી લીટીઓ મોટા લંબ ચોરસના ચાર નાના લંબ ચોરસો બનાવે છે.

૭. પ્રશ્ન ૬ હ્રામાં જો ચોરસ લઇએ તો ચાર નાના ચોરસ થશે.

§ ૧૫. ત્રિકોણના બધા ખૂણાનું અને બહુકોણના અંતર્ખૂણાનું અને બાહ્યખૂણાનું એકંદર મહત્ત્વ.

સિદ્ધાંત ૭. પ્રમેય.

કોઈ પણ ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણા મળીને બે કાટખૂણા બરાબર છે.



अवक એક ત્રિકોણ છે. તો ∠**अ**+∠**व**+∠**क**= બે કાટખૂણા થશે.

રચના–**वक** ને **ड** સુધી લંબાવો; અને ધારો કે **कइ**, **अव**ને ∥ છે.

સિદ્ધતા–**अव** ∥ **कइ**, ∴ ∠**अ**=∠**अकइ** (સિ. ૫)

અને **अव** ∥ **कइ**, ∴ ∠**व**= ∠**इकड** (સિ૦ ૫)

∴ ∠**अ**+∠**व**=∠**अकइ**+∠**इकड**; (પ્ર૦ પ્ર૦)

બન્નેમાં ∠**अवक** ઉમેરો.

∴ ∠**अ**+∠**व**+∠**अकव**=∠**अकइ**+∠**इकड**+**अकव**;

પણ **क** આગળના ત્રણ ખૂણા બે કાટખૂણા બરાબર છે. (સિ૦ ૧)

નિગમન–∴ ∠**अ**+∠**व**+∠**अकव**=૨∟ છે.

એટલે ત્રિકોણના ∠**अ**+∠**व**+∠**क**=બે કાટખૂણા. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧–કોઈ પણ ત્રિકોણની એક બાજુ લંબાવીએ તો બહારનો ખૂણો માંહેના સામેના બે ખૂણાની બરાબર છે અને તે માંહેના સામેના કોઇ પણ ખૂણાથી મોટો છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨–જો બે ત્રિકોણમાં એકના બે ખૂણા બીજાના બે ખૂણાની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રીજા ખૂણા પણ બરાબર છે.

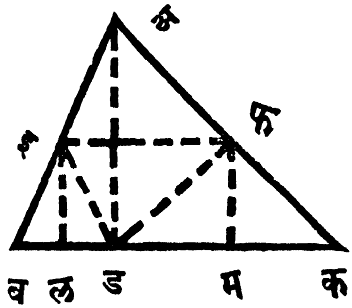
ઉપસિદ્ધાંત ૩–કોઇ પણ ત્રિકોણમાં બે ખૂણા મળી બે કાટખૂણા કરતાં ઓછા છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૪–કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં બધા ખૂણાનો સરવાળો ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.

પ્રશ્નો.

૨. નીચે પ્રમાણે Δ બનાવી સિ. ૭ સિદ્ધ કરોઃ—

[Δ अबकમાં अड, बक પર $\perp$ છે અને इ, अब નું અને फ, अकનું મધ્ય બિંદુ છે અને इलને फम,षकને $\perp$ છે.]



૨. કોઇ પણ કાટખૂણΔમાં બેસાંકડા ખૂણા અરસપરસ કોટિખૂણા છે.

૩. જો કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે ખૂણા મળી ત્રીજાની બરાબર હોય તો ત્રિકોણ કાટખૂણ ત્રિકોણ છે.

૪. કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કર્ણ ઉપર જો કાટખૂણામાંથી લંબ દોરી હોય તો બન્ને ત્રિકોણો મૂળ ત્રિકોણ સાથે સમકોણ છે.

૫. अबक Δમાં बकની $\parallel$ લીટી कમાંથી દોરી સિ૦ ૭ સિદ્ધ કરો.

૬. Δअबकમાં बक લંબાવતાં બહારનો $\angle$अकड=૧૨૨° અને $\angle$अ=૫૨° છે તો બીજા ખૂણા કેવડા ?

૭. બે લીટીઓ અનુક્રમે બીજી બે લીટીને લંબ હોય તો પહેલી જોડની વચ્ચેનો સાંકડો ખૂણો બીજી જોડની વચ્ચેના સાંકડા ખૂણા બરાબર છે.

૮. કોઈ પણ ત્રિકોણના પાયાને લંબાવીએ તેા બહારના ખૂણાએા બે કાટખૂણા અને પાયાની સામેના ખૂણાના સરવાળા બરાબર છે.

૯. △**अबक**મા ∠ **ब**, ∠ **क**ને **बड**, **कड** દુભાગે છે તેા ∠**बडक** $=९०^\circ+\frac{\text{अ}}{२}$

૧૦. △ **अबक** માં **अब**, **अक** ને લંબાવતાં બહારના ખૂણાને **बड**, **कड** દુભાગે છે તેા ∠**बडक**$=९०^\circ-\frac{\text{अ}}{२}$.

૧૧. બે સમાન્તર લીટીને એક આડી લીટી છેદે તેા તેની એકજ બાજુના માંહેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીએા કાટખૂણે મળે છે.

૧૨. △ **अबक** માં **अब=अक** અને **बअ**ને લંબાવતાં **अक=अड** હેાય તેા **डक**, **बक**ને લંબ છે.

૧૩. કેાઇ પણ ચતુષ્કેાણમાં પાસેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીથી થતેા અતર્ખૂણેા બાકીના ખૂણાના સરવાળાથી અર્ધો છે.

૧૪. કેાઇ પણ ત્રિકેાણની એક બાજુને બન્ને બાજુ લંબાવીએ તેા બહારના ખૂણા બે કાટખૂણા કરતાં મેાટા છે.

૧૫. કેાઇ પણ પાયા ઉપર બે ત્રિકેાણેા એક બીજાની અંદર છે તેા પાયાની સામેનેા ત્રિકેાણનેા ખૂણેા અંદરના ત્રિકેાણના ખૂણા કરતાં નાનેા છે.

૧૬. **अबक**△માં ∠**अ**, ∠ **ब**ને દુભાગનારી લીટીએા **ड** માં મળે તેા ∠**अडब**>૧ L.

૧૭. **अबकड**ચતુષ્કેાણમાં **अक** કર્ણ ∠**अ** અને ∠**क**ને દુભાગે છે તેા **ब** અને **ड** આગળના બહારના ખૂણા બરાબર છે.

૧૮. પાયા આગળથી △ ની બે બાજુ લબાવતાં થતા બહારના ખૂણાએા મળી બે કાટખૂણાથી વધારે છે.

૧૯. એક △ માં ત્રણે ખૂણા બરાબર હેાય તેા દરેક ખૂણેા કેવડેા?

૨૦. એક △ માં બે ખૂણા બરાબર છે અને ત્રીજો પહેલા કરતાં ૩૦ અંશ મેાટેા છે તેા દરેક ખૂણેા કેવડેા?

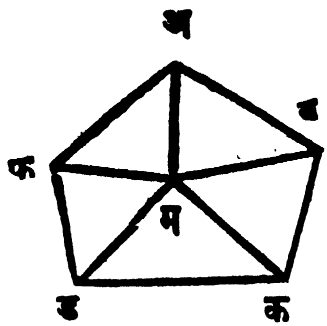
૨૧. **अबकड** ચતુ૦ માં **अब**, **डक** લંબાવતાં મળે છે; તેા **ब**, **क** આગળના બહારના ∠એા મળી **अ**, **ड** આગળના અંદરના ∠એા બરાબર છે.

૨૨. પંચકોણના ∠ઓ મળી=; કાટખૂણા છે.

૨૩. નિયમિત ષટ્કોણ અને અષ્ટકોણમાં દરેક ∠નું મહત્ત્વ શું?

સિધ્ધાંત ૮. પ્રમેય.

કોઈ પણ બહુકોણ આકૃતિના અંદરના બધા ખૂણા અને ચાર કાટખૂણાનો સરવાળો આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેનાથી બમણા કાટખૂણાની બરાબર છે.



अबकडफ એક બહુકોણ છે તો તેના સઘળા અંદરના ખૂણા +૪ કાટખૂણા=બહુકોણની જેટલી બાજુ છે તેનાથી બમણા કાટખૂણા થશે.

રચના—બહુકોણમાં કોઈ પણ **म** બિંદુ લો; અને **म**ને દરેક શિરોબિંદુ સાથે સાંધો.

સિદ્ધતા—હવે બહુકોણની જેટલી બાજુ છે તેટલા ત્રિકોણ છે; અને દરેક Δના ત્રણ ખૂણા=૨ ⌊ઓ છે. (સિ૦ ૭)

∴ બધા Δઓના બધા ખૂણાઓ મળી જેટલા ત્રિકોણો છે તેથી બમણા કાટખૂણા બરાબર છે.

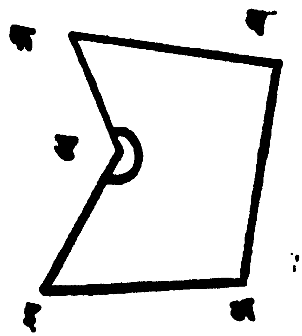
∴ બધા Δઓના બધા ખૂણાઓ મળી બહુકોણની જેટલી બાજુ છે તે બમણા કાટખૂણા બરાબર છે.

પણ Δઓના ખૂણાઓ=બહુકોણના ∠ઓ + **म** આગળના ∠ઓ;
અને **म** આગળના ખૂણાઓ=૪ કાટખૂણા (સિ૦ ૧ ઉ૦ ૨.)

∴ Δઓના ખૂણાઓ= બહુકોણના ∠ઓ + ૪ કાટખૂણા.

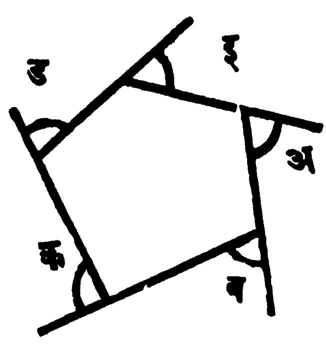
નિગમન-∴ બહુકોણના ∠ઓ + ૪ કાટખૂણા=બહુકોણની જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખૂણા છે. પ્ર૦ સિ૦

નોટ—પાસેની આકૃતિમાં બતાવેલો ड ખૂણો અતિદ્વિકાટખૂણ યા અંતર્ગામી યા 'રીફ્લેક્ષ' ખૂણો છે, જુઓ કર્તવ્ય ભાગમાં. એ ખૂણો બે કાટખૂણાથી મોટો છે.



સિદ્ધાંત ૯. પ્રમેય.

કોઈ પણ બહુકોણ આકૃતિ એવી હોય કે તેનો કોઈ પણ ખૂણો અતંર્ગામી ન હોય તો તેની બધી બાજુ અનુક્રમે બહાર લંબાવીએ ત્યારે આ પ્રમાણે થતા બહારના ખૂણાનો સરવાળો ચાર કાટખૂણા બરાબર છે.



સાધન—अबकडइ એક બહુકોણ છે અને તેનો કોઇ પણ ખૂણો અંતર્ગામી નથી; અને તેની બધી બાજુ અનુક્રમે વધારવાથી બહારના Δअ, Δ ब, ∠क, Δड, ∠ इ, ખૂણા થાય છે

ત્યારે ∠अ + ∠ब+∠क+∠ड+∠इ=૪ L થશે.

સિદ્ધતા—બહુકોણની જેટલી બાજુ છે તેટલાં શિરોબિંદુ છે અને દરેક શિરોબિંદુ આગળ બહારનો ∠+અંદરનો ∠=૨ L (સિ૦ ૧)

∴સઘળા બહારના ∠ ઓ + સઘળા અંદરના ∠ ઓ જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખૂણા બરાબર છે.

પણ સઘળા અંદરના ∠ઓ + ૪ કાટખૂણા જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખૂણા બરાબર છે. (સિ૦ ૮)

∴ બહારના ∠ઓ + અંદરના∠ઓ=અંદરના ∠ ઓ + ૪ L

∴ બહારના ∠ઓ=૪ કાટખૂણા છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

નિગમન-∴ ∠अ + ∠ब +∠क+∠ड +∠इ=૪ L છે. પ્ર૦ સિ૦

સિદ્ધાંત ૮ અને ૯ ઉપરના પ્રશ્નો.

૧. એક ચતુષ્કોણના બહારના ખૂણા ૭૨°, ૧૧૨°, અને ૫૫° છે તો ચોથો બહારનો ખૂણો અને અંદરના બધા ખૂણા કેવડા ?

૨. એક પંચકોણના ત્રણ બહારના ખૂણા ૬૭°, ૨૫°, અને ૩૮°છે અને બાકીના બહારના ખૂણા સરખા છે તો સઘળા ખૂણા કેવડા ?

૩. કોઈ પણ બહુકોણમાં અ બાજુની સંખ્યા હોય તો તેના અંદરના ખૂણા (૨ અ-૪) કાટખૂણા બરાબર છે.

[નોટ—૨×અ-૪=૨ અ—૪=૨ (અ-૨)]

૪. કોઈ પણ સમકોણમાં અ બાજુ હોય તો દરેક અંદરનો ખૂણો $\frac{(૨ \text{ અ}-૪)}{\text{અ}}$ કાટખૂણા બરાબર છે.

૫. એક △ માં પાયા ઉપરનો ખૂણો અનુક્રમે સામેના ખૂણાથી ત્રણ ગણો અને પાંચ ગણો છે તો દરેક ખૂણો કેવડો ?

૬. કોઇ પણ બહુકોણમાં ગમે તે શિરોબિંદુને બીજાં બધાં શિરોબિંદુ સાથે સાંધી સિદ્ધાંત ૮ મો સાબિત કરો.

૭. એક △ ના પાયા ઉપરના ખૂણાઓ ૬૫° અને ૮૨° છે તો

સામેનો ખૂણો કેવડો? સામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી પાયા સાથે કેવડા ખૂણા કરે છે?

૮. પ્રશ્ન ૭મામાં પાયા ઉપરના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખૂણો કેવડો?

૯. એક ચતુષ્કોણમાં ત્રણ ખૂણાઓ અનુક્રમે ચોથાથી ત્રણગણા, ચારગણા અને છગણા છે તો દરેક ખૂણો કેવડો?

૧૦. એક સમબહુકોણમાં દરેક ખૂણો (૧) ૧૦૮°; (૨) ૧૭૦°; (૩) ૧૭૯°; (૪) ૧૭૭$\frac{1}{2}$° છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુઓ છે?

૧૧. ઓછામાં ઓછી બાજુવાળા સમકોણમાં દરેક ખૂણો કેવડો?

૧૨. એક સમબહુકોણમાં બહારનો દરેક ખૂણો (૧)૩૦°; (૨)૧૨°; (૩) ૪૦°, (૪) ૯°; (૫) ૧૫°; (૬)૩૬°; (૭)૯૦°; (૮)૨૪°; (૯) ૪° (૧૦) ૧૦° છે તો તેની કેટલી બાજુ હશે?

૧૩. ૧૨, ૧૦, ૫ અને ૩ બાજુના સમકોણમાં બહારનો અને અંદરનો દરેક ખૂણો કેવડો?

૧૪. ૭°, ૧૧°, ૧૩°, ૧૫°, ૨૧° અને ૬૩° ના બહારના ખૂણા હોય તો એવા સમબહુકોણ બની શકે? કારણ આપો.

૧૫. બહારનો ખૂણો પહોળો ખૂણો હોઇ શકે એવો સમકોણ કયો?

૧૬. ૩, ૪, ૫, ૬, ૮, ૧૦, ૧૨ અને ૧૫ બાજુના સમબહુકોણના અંદરના અને બહારના ખૂણાના માપનો કોઠો બનાવો.

૧૭. પ્રોટ્રૅક્ટરથી ૨·૦" બાજુ ઉપર એક સમષટ્કોણ બનાવો.

૧૮. પ્રશ્ન ૧૭મામાં બાજુ ૪·૨ સેં.મી. હોય ત્યારે સમષટ્કોણ બનાવો.

૧૯. ૧·૪" બાજુ ઉપર એક સમદ્વાદશકોણ બનાવો.

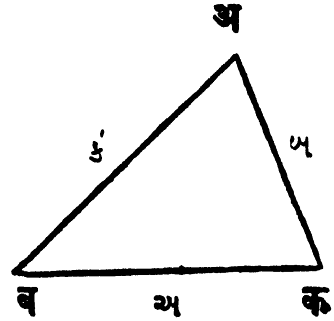
૨૦. પ્રશ્ન ૧૭મામાં એકેક શિરોબિંદુ છોડી દઈ બીજાં શિરોબિંદુઓ અનુક્રમે જોડી એક આકૃતિ બનાવો; આ આકૃતિ કેવી છે? તેનાં બાજુ અને ખૂણાનાં માપ કાઢો.

૨૧. સિદ્ધાંત ૮, એક બિંદુ આગળ આપેલા બહુકોણની બાજુની સમાન્તર લીટી દોરી, સાબિત કરો.

§ ૧૬. ત્રિકોણોની સર્વ સમાનતા અને સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણ.

જ્યારે **એક** આકૃતિને ઉંચકીને બીજી ઉપર સમાનતા બતાવવાને મૂકવામાં આવે ત્યારે એ રીતિને **સ્થાનોપરિ** યા **સમાધાન સ્થિતિ** કહે છે. આ પ્રમાણે જ્યારે આકૃતિઓ **સ્થાનોપરિ** સ્થિતિથી એક બીજીની બરાબર થાય છે ત્યારે તેઓ "**બરાબર**" થાય છે એટલે "**સર્વ રીતે બરાબર**" થાય છે.

આકૃતિઓ જ્યારે સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી બરાબર થાય છે ત્યારે ક્ષેત્રફળમાં પણ તેઓ બરાબર છે. પણ જો આકૃતિઓ ક્ષેત્રફળમાં બરાબર હોય તો હંમેશાં સર્વ રીતે બરાબર થતી નથી એમ પાછળથી બતાવવામાં આવશે.

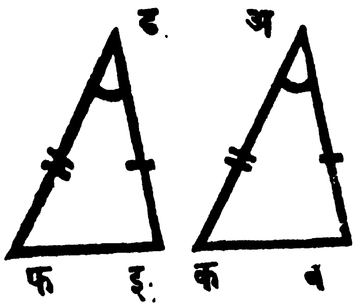


વળી કોઈ પણ ત્રિકોણ પર નજર નાખતાં માલૂમ પડે છે કે તેનાં ૭ "**તત્ત્વો**" યા "અંગો" છે, ત્રણ ખૂણાઓ ∠अ, ∠ब, ∠क અને ત્રણ બાજુઓ અ, બ, ક, (ખૂણાની સામેની) છે. જ્યારે એક ત્રિકોણ બીજાની બરાબર છે ત્યારે એક ત્રિકોણનાં ૭ અંગો તે બીજા ત્રિકોણનાં ૭ અંગોની બરાબર અનુક્રમે છે; અને ત્રિકોણોનાં **ક્ષેત્રફળો** પણ બરાબર છે. જ્યારે આકૃતિઓ સર્વ અંગોમાં બરાબર હોય છે ત્યારે સરખી બાજુઓ સરખા ખૂણાની સામેની હોય છે અને ખૂણાઓ સરખી બાજુની સામેના હોય છે. આકૃતિઓ સર્વ અંગમાં બરાબર છે એમ બતાવવાને માટે

"એક આકૃતિ ≡ બીજી આકૃતિ" લખાય છે; એટલે એક આકૃતિ **સર્વ અંગમાં** બીજી આકૃતિની **બરાબર** છે.

સિદ્ધાંત ૧૦. પ્રમેય.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને આ બાજુથી થતા અંતર્ખૂણા પણ બરાબર હોય તો તે બન્ને ત્રિકોણો સર્વ રીતે બરાબર છે.



સાધન—अबक અને डइफ ત્રિકેાણોમાં अब=डइ અને अक=डफ અને ∆अ= ∆ ड તેા ∆अबक ≡ ∆डइफ થશે.

સિદ્ધતા—∆अबक ને ઉચકીને ∆डइफ ઉપર એવી રીતે મૂકેા કે अ, ड ઉપર પડે અને अब, डइ ઉપર પડે અને

∵ अब=डइ,   ∴ ब,इ ઉપર પડે છે.

વળી ∵ ∆अ=∆ड, તેથી अक, डफ ઉપર પડે છે.

અને ∵ अक=डफ   ∴ क,फ ઉપર પડે છે.

અને ब,इ ઉપર અને क,फ ઉપર પડે છે.

∴ बक,इफ ઉપર પડે છે.   ∵ बक, इफ સીધી લીટીએા છે.

∴ ∆अबक,∆डइफ ઉપર પડે છે.

નિગમન—∴ ∆अबक≡∆डइफ.   પ્ર૦ સિ૦

નાેટ—ઉપરના સિદ્ધાંતમાં અવશ્ય યાદ રાખવાનું છે કે બાજુની વચ્ચેના અંતર્ખૂણાજ બરાબર છે. સમકેાણ ∆ એામાં સરખા ∠એાની સામેની બાજુને મળતી આવતી કે સંગત બાજુ કહે છે.

પ્રશ્નેા.

૧. સિદ્ધાંત ૧૦ મેા કાગળમાંથી બે ત્રિકેાણેા કાપી સ્થાનેાપરિસ્થિતિમાં મૂકી સાબિત કરેા.

૨. સિ૦ ૧૦ માં કયાં કયાં ખૂણા અને બાજુ બરાબર થયાં છે ?

૩. સિ૦ ૧૦ મેા બીજી બે બાજુ અને તેનેા અંતર્ખૂણેા લઇ સિદ્ધ કરેા.

૪. કોઇ પણ બે ત્રિકોણ લઇ તેમાં બબ્બે બાજુ બરાબર લઇ અને અંતર્ખૂણાસિવાયના ખૂણા બરાબરલઇ Δ ઓ બરાબર છે કે નહિ તે બતાવો.

૫. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં મધ્યગા પાયાને લંબ હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૬. ચતુષ્કોણમાં કર્ણ કાટખૂણે દુભાગે તો ચ૦ રૉમ્બસ કે ચોરસ છે.

૭. अबના મધ્યબિંદુ क માંથી कड લંબ દોરીએ તો कड નું કોઇ પણ બિંદુ अ અને बથી સમાન અંતરે છે.

૮. अब અને कड અરસપરસ मમાં દુભાગે તો Δ अमक≡Δबमड.

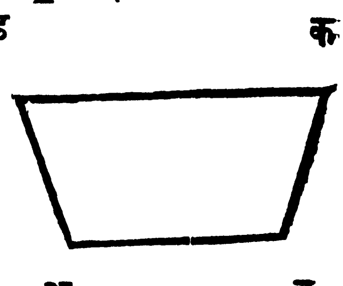
૯. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સમબાજુના અંતર્ખૂણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને લંબ છે.

૧૦. Δअबकમાં अब=अक, અને अब અને अक માં અનુક્રમે अड=अइ તો कड=बइ.

૧૧. अबकड ચોરસમાં ल,म,फ અનુક્રમે अब,बक, कडનાં મધ્ય બિંદુ છે તો (૧) अफ=अम; (૨) बफ=डम; (૩) लम=मक અને (૪) अम=डम.

૧૨. Δअबक≡Δडइफ છે અને म, बकનું અને ल, इफ નું મધ્યબિંદુ હોય તો अम=डल અને ∠अमब=∠डलइ:

૧૩. अबकड ટ્રાપિઝ્યમમાં अड=बक અને ∠ड=∠क અને डकમાં म એવું છે કે मड=मक તો अम=बम સિદ્ધ કરો.



૧૪. સમદ્વિબાજુ ત્રિ૦માં સમ બાજુઓ શિરોબિંદુની બહાર સરખી લંબાવીએ તો આ પ્રમાણે થતા ત્રિકોણો સર્વ રીતે બરાબર છે.

૧૫. Δ अबकમાં अड મધ્યગા છે. અને अडને લંબાવતાં अड=डइ તો Δकडइ≡बडअ અને Δबडइ≡Δकडअ.

૧૬. **अब,कड**, **म**માં દુભાગે તો **अक** ∥ **बड**.

૧૭. **अब**, **कड** કાટખૂણે દુભાગે તો **अबकड** રોમ્બસ કે ચોરસ છે.

૧૮. **अब** = અને ∥ **कड** તો **अक** = અને ∥ **बड** છે.

૧૯. **अबक**△ની **अब**, **अक** બાજુઓ ઉપર **अबह** અને **अकड** સમબાજુ △ઓ બહારથી હોય તો **कह**= **बड**.

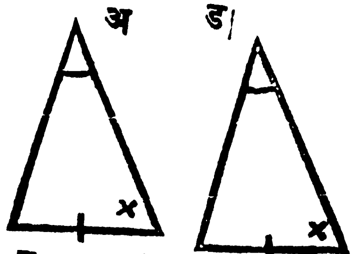
૨૦. **अबकडइ** નિયમિત પંચકોણમાં **अक**=**बड**=**कइ**=**डअ**=**इब**.

૨૧. **अबकडइफ** નિયમિત ષટ્કોણમાં **अकइ** અને **बडफ** સમબાજુ △ ઓ છે.

સિધ્ધાંત ૧૧. પ્રમેય.

જો કોઈ ત્રિકોણનાં બે ખૂણા અને એક બાજુ બીજા ત્રિકોણનાં બે ખૂણા અને મળતી આવતી બજુની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.

अबक અને **डइफ** △ ઓમાં **बक**=**इफ** અને પહેલાના બે ખૂણાઓ બીજાના બે ખૂણાની અનુક્રમે બરાબર છે તો △ **अबक** ≡△**डइफ** થશે.



સિધ્ધતા—△ **अबक**ના ત્રણ ખૂણા=૨ કાટખૂણા= △ **डइफ**ના ત્રણ ખૂણા. (સિ૦ ૭)

પણ △**अबक** ના બે ∠ ઓ=△**डइफ** ના બે ∠ ઓ.

∴ △ **अबक**નો ત્રીજો ∠ =△**डइफ**નો ત્રીજો ∠(સિ૦ ૭ ઉ૦)

∴ ∠ अ=∠ड;∠ब=∠इ;∠क=∠फ.

હવે Δ अबकને Δ डइफ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે ब, इ ઉપર પડે અને बक,इफ ઉપર પડે

અને ∵ बक=इफ, ∴ क,फ ઉપર પડે છે.

અને ∵ ∠ब=∠इ, ∴ बअ,इड ઉપર પડશે.

અને ∵ ∠क=∠फ; ∴ कअ,फड ઉપર પડશે;

∴ बअ અને कअ નું સામાન્ય બિંદુ इड અને फड ના સામાન્ય બિંદુ ઉપરજ પડશે; કારણ કે તે બધી સીધી લીટીઓ છે.

∴ Δ अबक, Δ डइफ ઉપર બરાબર પડે છે.

∴ Δ अबक ≡ Δ डइफ છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. કાગળમાંથી બે ત્રિકોણો પક્ષ પ્રમાણે કાપી સિદ્ધાંત ૧૧ સિધ્ધ કરો.

૨. अबक, डइफ બે Δઓમાં अब=इफ અને ∠अ=∠इ અને ∠ब=∠ड તો Δઓ સરખા છે ? કારણ આપો.

૩. Δ अबकમાં ∠ब=∠क અને अड, ∠अને દુભાગે છે તો बड=कड.

૪. એક ત્રિકોણમાં ખૂણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને કાટખૂણે મળે છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૫. Δ अबक ≡ Δ डइफ અને ∠अ અને ∠डને દુભાગનારી લીટી પાયાને प, म માં મળે છે તો अप=डम.

૬. કોઇ પણ ખુણાને દુભાગનારી લીટીના એકજ બિંદુમાંથી શાખા લીટીઓ પર દોરેલી લંબ બરાબર છે.

૭. કોઈ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુ= છે.

૮. કોઇ પણ લીટીના મધ્ય બિંદુમાંથી જતી લીટી પર પહેલી લીટીના છેડામાંથી દોરેલી લંબ બરાબર છે.

૯. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં ખૂણાને દુભાગનારી લીટી જો પાયાને મધ્યગા હોય તો Δ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૦. **અબકડ** ચતુષ્કોણમાં **અક**, ∠**અ**, ∠**ક**ને દુભાગે તો ચતુષ્કોણમાં સરખી બાજુનાં બે જોડકાં છે; અને **અક**⊥**બડ**.

૧૧. કોઇ પણ બે સમાન્તર લીટીની વચ્ચે જો કોઇ પણ લીટીનો અંતર્ભાગ હોય તો આ અંતર્ભાગનું મધ્યબિંદુ સમાન્તર લીટીથી સમાન અંતરે છે.

૧૨. પ્રશ્ન ૧૧ મામાં મધ્ય બિંદુમાંથી બીજી કોઇ પણ લીટી સમાન્તર લીટી સુધી દોરીએ તો તે ત્યાં દુભાગાય છે.

૧૩. પ્રશ્ન ૧૧ મામાં મધ્ય બિંદુમાંથી બીજી કોઇ પણ બે લીટી સમાન્તર લીટી સુધી દોરીએ તો તેઓની વચ્ચેના સમાન્તર લીટીના અંતર્ભાગો= છે.

૧૪. નીચે પ્રમાણે ભૂમિતિ રચના કરવાથી કોઇ પણ નદીની પહોળાઇ ઓળંગ્યા વિના નીકળી શકે છે એમ બતાવોઃ—

એક માણસ કિનારા પર **અ** બિંદુ આગળથી તદ્દન સામે કિનારા પર **બ** ઝાડ અથવા કોઈ સ્પષ્ટ દેખાય એવી વસ્તુ જુએ છે. આ કિનારા પર **અ**થી કિનારાની સમાન્તર અમુક અંતર જાય છે અને આ લીટી **અબ**ને કાટખૂણે આવે તે પ્રમાણે એની ઉપર **ક** બિંદુ લાકડીથી યા શંકુથી નક્કી કરે છે. વળી **અક** ની સીધી લીટીમાં વધારે દૂર **કડ**=**અક** થાય તેમ જઇ તે **ડ** આગળ અટકે છે અને **ડ**થી **બ**ની સામેની બાજુમાં **અબ**ની સમાન્તર એટલે **અડ** ને કાટખૂણે જાય છે અને **ઇ** બિંદુ આગળ આવી જુએ છે તો **બ**, **ક**, **ઇ** એકજ સીધી લીટીમાં આવેલાં છે, તો નદીની પહોળાઇ **ડઇ** જેટલી છે.

૧૫. પાયા ઉપરના ખૂણામાંથી સમદ્વિબાજુ △ માં સામેની બાજુને દોરેલી લંબો બરાબર છે.

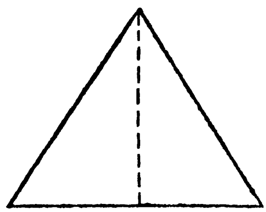
૧૬. **અબકડ** ચતુષ્કોણમાં **અઇ**, **કફ** બન્ને ⊥ **બડ** તો જ્યારે **અઇ**=**કફ** ત્યારે **બડ**, **અક** ને દુભાગે છે.

૧૭. **ફગહ**△માં **ફગ**=**ફહ**. **ગક**⊥**ફગ** હોઈ **ફહ** ને **ક** માં અને **હલ**⊥**હફ** હોઈ **ફગ** ને **લ** માં મળે છે તો **ગલ**=**હક**.

૧૮. કોઈ પણ △ની બહાર ત્રણ એવાં બિંદુઓ છે કે જેમાંનું દરેક ત્રણે બાજુથી એકજ અંતરે છે. અને ત્રિકોણની અંદર પણ એવું એક બિંદુ છે.

સિધ્ધાંત ૧૨. પ્રમેય.

સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયા ઉપરના ખૂણા બરાબર છે.



સાધન—△**अबक**માં **अब**=**अक** તો △**अकब**=△**अबक** થશે.

રચના-ધારો કે **अफ**, ∠**बअक** ને દુભાગી **बक**ને **फ**માં મળે છે.

સિધ્ધતા-△**बअफ**અને △**कअफ**માં

बअ=**कअ** અને **अफ** સામાન્ય છે (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠**बअफ**=∠**कअफ** (રચના)

∴△**बअफ**≡△**कअफ** (સિ૦ ૧૦.)

∴∠**क**=∠**ब**. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિધ્ધાંત ૧—**સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુ अब, अक ને ड, इ સુધી લંબાવીએ તો ∠डबक=∠इकब.**

(∵ આ ખૂણા સરખા ખૂણાના દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી છે.)

ઉપસિદ્ધાંત ૨—**સમબાજુ ત્રિકોણ સમકોણ છે; કારણ કે ગમે તે સ્થિતિમાં સમબાજુ ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.**

ઉપસિધ્ધાંત ૩—**સમદ્વિબાજુ△ માં પાયાની સામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને કાટખૂણે દુભાગે છે.**

નોટ—સમદ્વિબાજુ △ માં **બાજુ** એટલે સરખી બાજુ, **પાયો** એટલે ત્રીજી બાજુ, **શિરોબિંદુ** એટલે પાયાની સામેનું શિરોબિંદુ અને **શિરોબિંદુ આગળનો ખૂણો** એટલે પાયાની સામેનો ખૂણો સમજવો.

વ્યા૦ ૫૪—કોઇ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુના મધ્ય બિંદુ સુધી દોરેલી સીધી લીટી **મધ્યગા** કહેવાય છે.

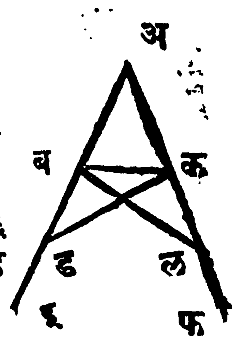
પ્રશ્નો.

૧. સિ૦૧૨માં △**अबक**, **अफ**ની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે.

૨. સમબાજુ ત્રિકોણ કોઇ પણ મધ્યગાની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે.

૩. ઉ૦ સિ૦ ૧માં જો ∠**अबक**=૭૨° તો ∠**डबक** કેવડો? અને ∠**अकब**=૬૭° તો ∠**इकब** કેવડો?

૪. એક ત્રિકોણમાં ∠**अ**=૩૨°, **अब**=**अक**=૫·૨″ તો પાયા ઉપરના ખૂણા કેવડા?



૫. △**अबक** સમદ્વિબાજુની સરખી બાજુ **अब**, **अक** લંબાવતાં **बड**=**लक** છે તો (૧) △**अबल**≡△**अकड** અને (૨) △**डबक**≡△**लकब**. આ ઉપરથી સિદ્ધ કરો કે ∠**अबक**=∠**अकब**.

૬. સમદ્વિબાજુ △**अबक** અને △**डबक** વિરૂદ્ધ બાજુએ છે તો (૧) ∠**अबड**=∠**अकड**; (૨) ∠**बअड**=∠**कअड** અને ∠**बडअ**=∠**कडअ**.

૭. સિ૦ ૧૨માં બતાવો કે **अफ** અને **बक** એક બીજીને લંબ છે.

૮. **अबक** અને **लबक** △ઓ એકજ બાજુએ સમદ્વિબાજુ છે તો (૧) ∠**बअल**=∠**कअल**; (૨) ∠**अबल**=∠**अकल**; (૩) △**अबल**≡△**अकल**.

૯. △ **अबक**માં **अब**=**अक**=૭·૫ સે. મી. અને ∠**क**=૭૮° તો બાકીના ખૂણા કાઢો.

૧૦. △ **अबक** સમદ્વિબાજુ છે અને **ड**,**इ**,**फ** બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુ છે તો △ **डइफ** પણ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૧. △**अबक** સમદ્વિબાજુ છે; **इ**,**फ**,**अब** અને **अक**નાં મધ્ય બિંદુ છે તો **बइ**=**कफ** અને △**बइक**≡△**कफब**.

૧૨. △ **अबक** સમદ્વિબાજુ છે અને **बइ** અને **कफ** પાયા ઉપરના ખૂણાને દુભાગી સામેની બાજુને મળે છે તો **बइ**=**कफ**.

૧૩. Δ**अबक** સમદ્વિબાજુ છે અને $\angle$**अ**,$\angle$**ब** ને દુભાગી **अड**,**बड**, **ड**માં અનુક્રમે મળે તો **डक**,$\angle$**क**ને દુભાગે છે.

૧૪. **अबक**Δ સમદ્વિબાજુ છે અને **डब**,**इक** પાયાને (**बक** ને) લંબ છે અને **अक**,**अब** ને **ड**,**इ** માં મળે છે તો Δ**डबक**$\equiv\Delta$**इकब**.

૧૫. સમબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેના ખૂણા બરાબર છે.

૧૬. સમ ચોરસમાં કર્ણ અને બાજુની વચ્ચેનો અંતર્ખૂણો=૪૫°

૧૭. **अबकड** સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે અને **बड** કર્ણ છે તો (૧) $\angle$**अडब**=$\angle$**कडब** (૨) $\angle$**कबड**=$\angle$**कडब**; (૩) $\angle$**अबक**=$\angle$**अडक**.

૧૮. સમદ્વિબાજુ Δ ની સરખી બાજુ લંબાવીએ તો બહારનો ખૂણો એક કાટખૂણા કરતાં મોટો છે.

૧૯. કોઇ પણ સીધી લીટી સુધી બહારના બિંદુથી બે કરતાં વધારે સરખી લીટી દોરી શકાય નહિ.

૨૦ કોઇ પણ સમદ્વિબાજુ Δના પાયાને લંબાવતાં થતો બહારનો ખૂણો અંદરના ખૂણા કરતાં મોટો છે.

૨૧. કોઇ પણ સમદ્વિબાજુ Δમાં પાયા ઉપરના સાંકડા ખૂણા છે.

૨૨. પાયા ઉપરના ખૂણામાંથી સમદ્વિબાજુ કે સમબાજુ Δ માં સામી બાજુ ઉપર દોરેલા લંબો બરાબર છે.

૨૩. કોઈ પણ સમદ્વિબાજુ Δમાં પાયાના મધ્યબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબો બરાબર છે.

૨૪. કાટખૂણ Δની કર્ણનું મધ્યબિંદુ ત્રણે શિરોબિંદુથી સરખે અંતરે છે.

૨૫. સમબાજુ Δમાં દરેક ખૂણો $\frac{2}{3}$ કાટખૂણાની બરાબર છે.

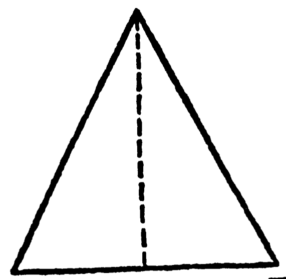
૨૬. કાટખૂણ સમદ્વિબાજુ Δમાં દરેક સરખો ખૂણો $\frac{1}{2}$ કાટખૂણો છે.

સિધ્ધાંત ૧૩. પ્રમેય.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા—કોઈ પણ ત્રિકોણમાં જો બે ખૂણા બરાબર હોય તો તેની સામસામેની બાજુઓ પણ બરાબર છે; એટલે કે ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

પ્રતિજ્ઞા વિશિષ્ટ—अबकΔમાં$\angle$क$=\angle$ब તો अब$=$अक થશે.

રચના—ધારો કે अफ, $\angle$अને દુભાગે છે.



સિદ્ધતા—Δअबफ અને Δअकफમાં

$\angle$ब$=\angle$क (પ્રતિજ્ઞા)
$\angle$बअफ$=\angle$कअफ (રચના)
અને अफ સામાન્ય છે.

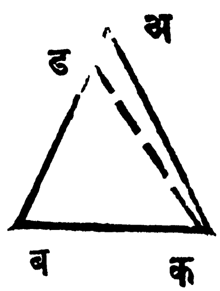
$\therefore \Delta$अबफ$\equiv\Delta$अकफ (સિ૦ ૧૧)

$\therefore$ अब$=$अक. પ્ર૦ સિ૦

અથવા:—

સાધન—अबक ત્રિકોણમાં $\angle$अकब$=\angle$अबक છે તો अब$=$अक થશે.

રચના—જો अब, अकની બરાબર ન હોય તો તેમાંથી એક બીજીથી મોટી હોવી જોઇએ. ધારો કે अब, अकથી મોટી છે.



अबમાંથી अक=बड કાપો અને कड ને સાંધો. (સ્વી૦ ૩૦)

સિદ્ધતા—Δ अकब અને Δ डबकમાં

अक=डब (રચના), ખૂણો अकब=ખૂણો अबक (પ્રતિજ્ઞા) અને बक સામાન્ય છે.

∴ Δ अकब = Δ डबक છે. (સિ૰ ૧૦)

એટલે આખો ત્રિકોણ તેના એક ભાગની બરાબર છે; પણ એ અશક્ય છે.

તેથી अब, अक થી મોટી નથી; તેમજ તે નાની પણ નથી.

∴ अब=अक. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત—સમકોણ ત્રિકોણ સમબાજુ છે.

પ્રશ્નો.

૧. Δअबकની બે બાજુ લંબાવતાં બહારના ખૂણા બરાબર છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૨. Δअबक માં अब=अक અને क અને ब ખૂણાને દુભાગનારી લીટી कड અને बड, ड માં મળે તો Δडबक સમદ્વિબાજુ છે.

૩. પ્રશ્ન ૨માં डअ, अખૂણાને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૪. अबकडમાં अब=अड અને ખૂણો ब=ખૂણો ड તો कब=कड છે.

૫. Δअबकમાં बकમાં प અને ड એવાં બિંદુ છે કે ખૂણો बअप =ખૂણો कअड અને अप=अड તો अब=अक છે.

૬. Δअबकમાં ∠ब=∠क=૨ ∠अ; અને ∠ब ને દુભાગનારી લીટી बड, अक ને डમાં મળે છે તો अड=बड.

૭. જો કોઇ Δ ના બહારના ખૂણાઓને દુભાગનારી લીટી સામેની બાજુને ‖ હોય તો Δ સમદ્વિબાજુ છે.

૮. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયાને દોરેલી ‖ લીટી બાજુઓને છેદે તો બીજો સમદ્વિબાજુ Δ થાય છે.

૯. કોઇ પણ ખૂણાને દુભાગનારી લીટીના કોઈ પણ બિંદુમાંથી ગમે તે શાખા લીટીને ‖ લીટી દોરી હોય તો તે બીજી શાખા લીટી સાથે સમદ્વિબાજુ Δ કરશે.

૧૦. સમદ્વિબાજુ Δ ના પાયા ઉપરનો લંબ એક બાજુને અંદરથી અને બીજીને બહારથી છેદે છે તો બીજો Δ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૧. કોઇ પણ ખૂણાને દુભાગનાર લીટીના કોઈ પણ બિંદુમાંથી શાખા લીટીને ‖ દોરેલી લીટી રોમ્બસ બનાવે છે.

૧૨. **अब**, **कबड** ને **ब**માં મળે છે અને **बप**, ∠ **कबड**ને અને **बम**, ∠ **डबअ**ને દુભાગે છે. જો **पम** ‖ **कड** તો **अप=अब=अप** અને Δ**बपम** કાટખૂણ Δ છે.

સિદ્ધાંત ૧૪. પ્રમેય.

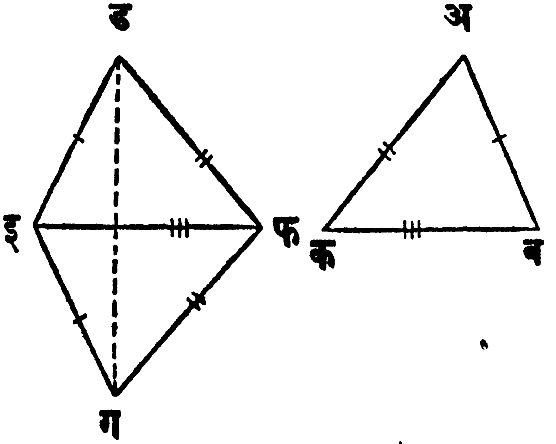
જો એક ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણની ત્રણે બાજુની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.

સાધન—**अबक** અને **डइफ** ત્રિકોણોમાં **अब=डइ**, **बक=इफ** અને **कअ=फड** તો Δ**अबक**≡Δ**डइफ**.

સિદ્ધતા—Δ **अबक** ને ઉંચકીને એવી રીતે મૂકો કે **ब**, **इ** ઉપર અને **बक**,**इफ** ઉપર પડે અને ∵ **बक=इफ** તેથી **क**,**फ** ઉપર પડે છે;

પણ એવી રીતે કે **अ**,**ड** તરફ ન પડતાં તેની સામેની બાજુએ પડે. ધારો કે **ग** ઉપર **अ** પડે છે. **डग** સાંધો.

પ્રથમ ભાગ—**डग**, **इ** અને **फ**ની વચ્ચે પડે છે.



હવે इडग ત્રિકોણમાં इड=इग (એટલે बअ)

∴ ∠इडग=∠इगड (સિ૦ ૧૨)

અને फडग ત્રિકોણમાં, फड=फग (?)

∴ ∠फडग=∠फगड (સિ૦ ૧૨.)

∴ આખો ∠इडफ=આખો ∠इगफ (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∠इगफ=∠कअब છે. (?)

∴ ∠बअक=∠इडफ. (પ્ર૦ પ્ર૦)

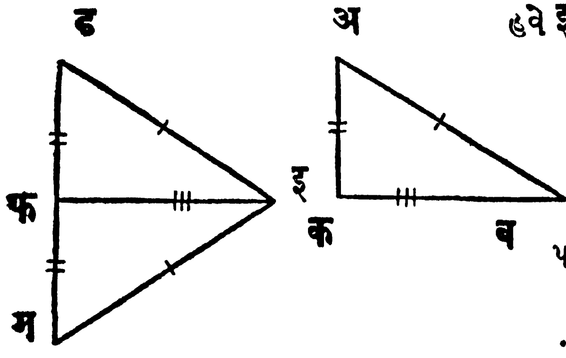
વળી Δ अबक અને Δ इडफમાં

अब=डइ અને अक=डफ, (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠ बअक=∠डइफ. (સિદ્ધતા)

∴ Δअबक ≡ Δडइफ. (સિ૦ ૧૦)

દ્વિતીય ભાગ—डग પાયાના फ છેડામાંથી જાય છે.



હવે इडग ત્રિકોણમાં

इड=इग (?)

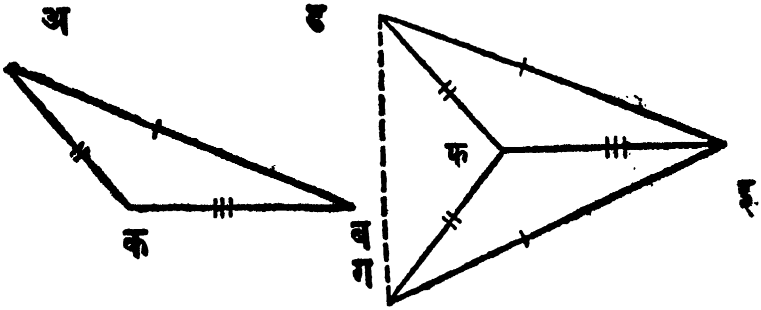
∴ ∠इगड=∠इडग (સિ.૧૨)

પણ ∠इगड=∠बअक

∴ ∠बअक=∠इडफ.

∴ Δ**અબક** ≡ Δ**ડઇફ**. (પ્રથમ ભાગ)

તૃતીય ભાગ—ડગ પાયાની બહાર પડે છે.



હવે **इगड** ત્રિકોણમાં **इड=इग** (?),

∴ ∠**इडग**=∠**इगड** (સિ. ૧૨) અને **डफग** ત્રિકોણમાં

फड=फग (?) ∴ ∠**फडग**=∠**फगड** (સિ. ૧૨.)

∴ ∠**इडफ**=∠**इगफ**. (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∠**इगफ=बअक**, તેથી ∠**बअक**=∠**इडफ**.

∴ Δ **अबक** ≡ Δ**डइफ**. (પ્રથમ ભાગ). પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાંત ૧૪ નો પ્રતીપ સિદ્ધાંત કહો. તે સત્ય છે ?

૨. એક વર્તુળમાં બે જ્યા બરાબર છે તો તેઓની સામેના મધ્ય બિંદુ આગળના ખૂણા પણ બરાબર છે.

૩. **अबक** વર્તુળમાં પરિધ ઉપર **अ,ब,क,ड** ચાર બિંદુઓ છે અને ∠**अमब**=∠**कमड** તો **अक=बड**. (**म** મધ્યબિંદુ છે.)

૪. **अबक** વર્તુળમાં **अब** જ્યા છે અને **ड**,**अब** નું મધ્ય બિંદુ છે, તો જો **म**, વર્તુળનું મધ્યબિંદુ હોય તો **मड**, **अब**ને ⊥ છે.

૫. એકજ પાયા ઉપર પણ વિરૂદ્ધ બાજુ પર બે સમદ્વિબાજુ Δઓ છે, તો તેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાની સામેના ખૂણા દુભાગે છે.

૬. **डअ** પાયા ઉપર એકજ બાજુએ **इडअ** અને **फडअ** Δ ઓ સમદ્વિબાજુ છે તો **इफ**, **डअ**ને કાટખૂણે દુભાગે છે.

૭. પ્રશ્ન ૬ માં ત્રિકોણો વિરૂદ્ધ બાજુએ હોય તો પણ સિદ્ધાંત સત્ય છે.

૮. બે વર્તુળો **अ,क**માં છેદે છે તો તેનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી **अक**ને કાટખૂણે દુભાગે છે.

૯. **अबकड** ચતુષ્કોણમાં **अब=अड** અને **बक=कड** તો **अक**, ∠**अ** અને ∠**क** ને દુભાગે છે અને **अक** ⊥ **बड**.

૧૦. **अबकड** ચતુષ્કોણમાં **अड=बक** અને **अक=बड** તો ∠**अडक**=∠**बकड**; અને જો **अक**, **बड**, **म** માં છેદે તો **मकड**△ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૧. ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય તો સામસામેના ખૂણાઓ પણ બરાબર છે.

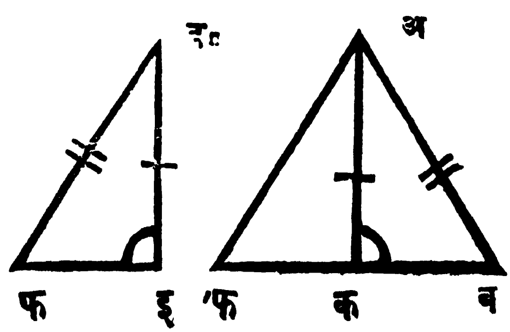
૧૨. રોમ્બસમાં કર્ણો ખૂણાઓને દુભાગે છે.

૧૩. રોમ્બસમાં કર્ણો અરસપરસ કાટખૂણે દુભાગાય છે.

૧૪. બે સમકેંદ્ર વર્તુળોને એક લીટી **अ,ब**, અને **क,ड**માં છેદે છે તો **अक=डब** અને તેઓ સામેના મધ્ય બિંદુ આગળ સરખા ખૂણા છે.

સિદ્ધાંત ૧૫ પ્રમેય.

જો બે કાટખૂણુ ત્રિકોણુની કર્ણ સરખી હોય અને એકની એક બાજુ બીજાની એક બાજુની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.



अबक અને **डइफ** એ Δ ઓમાં $\angle$ **क** અને $\angle$ **इ** કાટખૂણા છે અને **अब** કર્ણ=**डफ** કર્ણ અને **अक=डइ**, તો

Δ **अबक** $\equiv$ Δ**डइफ** થશે,

Δ**डइफ** ને Δ **अबक** ની સાથે એવી રીતે મૂકો કે **ड,अ** ઉપર પડે અને **डइ, अक** ઉપર પડે અને

$\because$ **डइ=अक**, $\therefore$ **इ,क** ઉપર પડશે.

અને **फ,ब** તરફ ન પડતાં **ब** ની વિરૂધ્ધ બાજુએ **फ'** ઉપર પડે ત્યારે Δ **अकफ'**, Δ **डइफ** ની નવી સ્થિતિ થઇ.

હવે $\angle$**अकब**=૯૦° અને $\angle$**अकफ'**=૯૦° (?)

$\therefore$ $\angle$ **अकब** + $\angle$ **अकफ'**=૨ કાટખૂણા

$\therefore$ **बकफ'** એક સીધી લીટી છે. (સિ૦ ૨)

અને Δ**अबफ'** માં **अब=अफ'** $\therefore$ $\angle$**ब**=$\angle$**फ'** (સિ૦ ૧૨)

હવે **अबक** અને **अफ'क** Δ ઓમાં

$\angle$**ब**=$\angle$**फ'** અને $\angle$**अकब**=$\angle$**अकफ'** અને **अब=अफ'**

$\therefore$ Δ**अबक** $\equiv$ Δ **अफ'क** (સિ૦ ૧૧)

$\therefore$ Δ**अबक** $\equiv$ Δ **डइफ**. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાંત ૧૫ સિ૦ ૧૧ની મદદ વિના સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી સિદ્ધ કરો.

૨. **अबक**Δમાં **अक, अब** ઉપર **बम, अर** લંબ છે; જો **बड=कर** તો **अब=अक**.

૩. Δ**अबक**માં $\angle$ **ब**અને $\angle$ **क**ને દુભાગનારી લીટીઓ **ड** માં મળે તો **डअ**, $\angle$ **अ**ને દુભાગે છે.

૪. Δ**अबक**માં **अब=अक** અને **अड, बक**ને કાટખૂણે છે તો $\angle$**अबड** $\equiv$ $\angle$**अकड**.

૫. કોઈ પણ ખૂણાની શાખાલીટીઓ પર દોરેલી લંબ સરખી હોય તો તે લંબનું છેદન બિંદુ ખૂણાને દુભાગનારી લીટી ઉપર છે.

૬. કોઈ પણ વર્તુળમાં મધ્ય બિંદુમાંથી જ્યા ઉપર દોરેલી લંબ જ્યાના બે સરખા ભાગ કરે છે.

૭. પ્રશ્ન ૬ની મદદથી બતાવો કે જ્યા જો સરખી હોય તો મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લંબ પણ સરખી છે.

૮. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં પાયાના મધ્ય બિંદુમાંથી સામેની બાજુ પર દોરેલી લંબ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૯. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં ખૂણામાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૦. **अबक** અને **डइफ** △ઓમાં **बक** અને **इफ** ઉપર **अप** અને **डम** લંબ છે. જો **अप=डम**, **अब=डइ** અને **अक=डफ** તો △**अबक**=△**डइफ** છે.

૧૧. પ્રશ્ન ૧૦ માં **अप=डम**, **अब=डइ** અને **बक=इफ** તો △**अबक**=△**डइफ** છે.

૧૨. એક વર્તુળમાં **अब** વ્યાસ ઉપર પરિધ ઉપરનાં **प** અને **क** બિંદુમાંથી બે લંબો દોરી છે અને જો **पम** લંબ=**कड** લંબ તો આ પ્રમાણે થતા બે ત્રિકોણો સરખા છે.

ત્રિકોણોની સમાનતા ઉપર નોટ.

બે ત્રિકોણોમાં નીચે પ્રમાણે પક્ષ હોય તો તે ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છેઃ—

૧. બે બાજુ અને અંતર્ખૂણો સરખાં —સિ૦ ૧૦

૨. બે ખૂણા અને મળતી આવતી બાજુ સરખાં—સિ૦ ૧૧

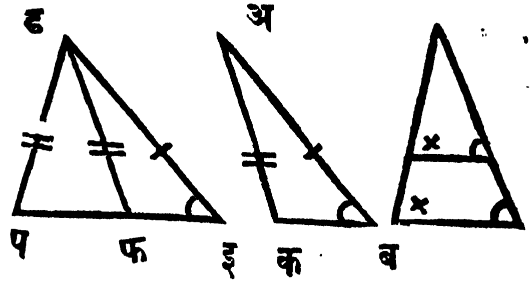
૩. ત્રણે બાજુ સરખી —સિ૦ ૧૪

૪. કાટખૂણ△ઓમાં કર્ણ અને એક બાજુ સરખાં—સિ૦ ૧૫

ઉપર પ્રમાણેનો પક્ષ બન્ને ત્રિકોણમાં અનુક્રમે સરખો હોય તો તે ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા હોય છે. દરેક ત્રિકોણમાં ત્રણ બાજુ અને ત્રણ ખૂણા મળી ૭ તત્ત્વ યા અંગ હોય છે. આમાંથી ગમે તે સરખાં

આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણો સરખા છે એમ નથી. કારણ કે,

(૧) નીચે બતાવેલી આકૃતિમાં બન્ને ત્રિકોણમાં ખૂણાઓ અનુક્રમે સરખા છે પણ કાંઈ ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા નથી.



(૨) ની આકૃતિ. (૧) ની આકૃતિ.

(૨) તેમજ વળી ઉપરની આકૃતિમાં બે બાજુઓ અને તેમાંની એકની સામેનો ખૂણો અનુક્રમે બરાબર છે પણ હંમેશાં બન્ને ત્રિકોણો સરખા નથી. કારણ કે Δ**अबक**$=\Delta$**डइफ** પણ Δ**अबक**, Δ**डइप** સરખા નથી, જો કે બન્નેમાં ઉપરનો પક્ષ છે. આ ઉપરથી માલમ પડે છે કે આવા પક્ષ ઉપરથી બે ત્રિકોણો કોઈ વખતે સરખા હોઇ શકે છે. કારણ કે **अक** ને મળતી આવતી બાજુ **इफ** માં બે બિંદુમાં મળી શકે છે અને તેમાંની એકજ સ્થિતિમાં (જ્યારે **डफ** માં હોય છે) બન્ને ત્રિકોણો બરાબર છે. વળી જ્યારે Δ ઓ બધી રીતે સરખા નથી ત્યારે $\angle$**अकब** અને $\angle$**डपइ** ન્યૂનતાપૂરક છે.

$\therefore$ $\angle$**अकब**$=$**ड**$\angle$**फइ**$=$૧૮૦°$-\angle$**डफप**$=$૧૮૦°$-\angle$**डपइ.**

આ પ્રમાણે જ્યારે બે બાજુ અને સામેના ખૂણાનો પક્ષ આપ્યો હોય ત્યારે નક્કી કહી શકાય નહિ કે ત્રિકોણો સરખા છે કે નહિ; માટે આ સિદ્ધાંતને "ત્રિકોણોની સમાનતાનો અનિશ્ચિત સિદ્ધાંત" કહેવામાં આવે છે. જ્યારે આપેલા ખૂણાઓ કાટખૂણા હોય છે ત્યારે એ સિદ્ધાંત ૧૫ માનું રૂપ છે અને સઘળી અનિશ્ચિતતા જતી રહે છે.

પ્રશ્નો.

૧. નીચેના પક્ષ ઉપરથી કયા કયા ત્રિકોણો સરખા છે તે કહોઃ—

Δ अबक અને Δ अ′ब′क′, માં

(અ) ∠अ = ∠अ′ = ૭૫°; અ = અ′ = ૩·૪″

(બ) ∠ब = ब′ = ૫૫°; બ = બ′ = ૩·૫ સેં; ક = ક′ = ૫·૯ સેં.

(ક) ∠अ = ∠अ′ = ૪૨°; ∠ब = ∠ब′ = ૧૧૨°; ∠क = ∠क′ = ૨૬°.

(ડ) અ = અ′ = ૪·૦″; બ = બ′ = ૪·૫″; ક = ક′ = ૫·૪″.

(ઇ) ∠क = ∠क′ = ૯૦°; ક = ક′ = ૪·૦″; અ = અ′ = ૩·૭″.

(ફ) ∠क = ∠क′ = ૭૫°, બ = બ′ = ૨·૪ સેં; અ = અ′ = ૪·૨ સેં.

(ક્ષ) ∠अ = ∠अ′ = ૯૦°; અ = અ′ = ૫·૨ સેં; બ = બ′ = ૩·૭ સેં.

(પ) ∠ब = ∠ब′ = ૬૧°; ક = ક′ = ૩·૯″; બ = બ′ = ૨·૭″

(ય) અ = અ′ = ૫·૧″; બ = બ′ = ૬·૭″: ∠क = ∠क′ = ૧૧૨°.

૨. પ્રશ્ન ૧ માં જ્યાં ત્રિકોણો સરખા ન હોય ત્યાં કારણ બતાવો.

૩. કોઇ પણ ત્રિકોણના માંહેના ખૂણાનો શો ગુણ છે ?

૪. કોઇ પણ ત્રિકોણના બહારના ખૂણાનો શો ગુણ છે ?

૫. પ્રશ્ન ૪, સિ. ૭ માં આવી શકે કે નહિ તે બતાવો.

૬. બાજુના પક્ષ ઉપરથી ખૂણાનું સાધ્ય કયા કયા સિદ્ધાંતમાં છે તે કહો. તે સિદ્ધાંતની પ્રતિજ્ઞા કહો.

૭. કયી કયી વખતે બે સિદ્ધાંતો સરખા થવાજ જોઇએ ?

૮. કયી કયી વખતે બે ત્રિકોણો સરખા થાય યા ન થાય ?

૯. બાજુ પ્રમાણે ત્રિકોણના વિભાગ પાડો.

૧૦. ખૂણા પ્રમાણે ત્રિકોણના વિભાગ પાડો.

૧૧. સિદ્ધાંત ૧૫ મામાં લંબના એકજ બિંદુમાંથી જે આડી સીધી લીટી લંબ સાથે સરખા ખૂણા કરે છે તે સરખી છે ?

૧૨. સિદ્ધાંત ૧૫ મામાં લંબના એકજ બિંદુમાંથી જે લીટી લંબ સાથે મોટા ખૂણો કરે છે તે મોટી છે. ?

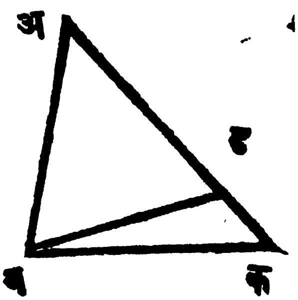
૧૩. કોઈ બે ત્રિકોણોમાં એકની બે બાજુ બીજાની બે બાજુની બરાબર હોય અને સરખી બાજુના એક જોડકાની સામેના ખૂણાઓ સરખા હોય તો સરખી બાજુના બીજા જોડકાની સામેના ખૂણા સરખા છે યા ન્યૂનતાપૂરક છે.

૧૪. આપેલા સરખા ખૂણાની સામેની બાજુ સિવાયની સરખી બાજુની સામેના ખૂણાઓ બન્ને સાંકડા, પહોળા અથવા કાટખૂણા હોય તો Δઓનો શો સંબંધ છે? આપેલા સરખા ખૂણાઓ કાટખૂણા કે પહોળા ખૂણા હોય તો Δઓનો શો સંબંધ છે?

§ ૧૭. ત્રિકોણમાં બાજુ અને ખૂણાનો સંબંધ.

સિધ્ધાંત ૧૬. પ્રમેય.

જો કોઈ પણ ત્રિકોણમાં એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય તો મોટી બાજુની સામેનો ખૂણો નાની બાજુની સામેના ખૂણા કરતાં મોટો છે.



Δ**अबक** માં

अक > **अब** છે.

તો ∠**अबक** > ∠**अकब** થશે.

રચના—**अक** માંથી **अब**=**अड** કાપી **बड** સાંધો.

સિદ્ધાંત—बकड Δ ની **कड** બાજુ **अ** સુધી લંબાવી છે;

∴ ∠ **अडब** > ∠**बकड** (સિ૦ ૭ ઉ૦)

પણ Δ **अबड** માં **अब**=**अड** (રચના)

∴ ∠ **अबड**=∠**अडब** (સિ૦ ૧૨)

∴ ∠ अबड > ∠अकब (∠बकड)

∴ ∠ अबक ધણેાજ > ∠अकब. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નેા.

૧. કેાઈ પણ Δમાં સૈાથી મેાટેા અને સૈાથી નાનેા ખૂણેા કયેા ?

૨. કેાઈ પણ Δમાં સૈાથી મેાટી બાજુ પરના ખૂણા સાંકડા ખૂણા છે.

૩. अबकड ચતુષ્કેાણમાં अब સૈાથી નાની અને कड સૈાથી મેાટી છે તેા ∠अ > ∠क અને ∠ड < ∠ब.

૪. Δ अबक માં अब > अक અને अड = अक અને अक ∠ अ ને દુભાગે છે તેા બતાવેા કે ∠ ब < ∠ क.

૫. કેાઇ પણ Δમાં એક બાજુ બીજી કરતાં મેાટી હેાય અને શિરેા બિંદુમાંથી પાયા સુધી કેાઇ પણ લીટી Δમાં દેારીએ તેા તે < મેાટી બાજુ.

૬. પ્રશ્ન ૫ મામાં બન્ને બાજુ સરખી છે તેા પણ સાધ્ય સત્ય છે.

૭. Δ अबकમાં अब > अक અને अक ને વધારી अड = अब તેા ∠ अकब > ∠ अबक.

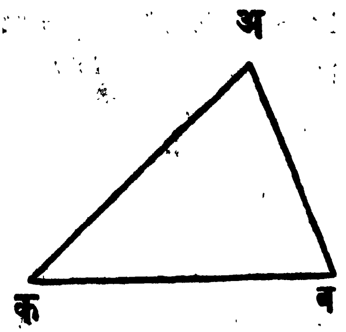
૮. કેાઇ પણ Δમાં બે ખૂણા બરાબર છે તેા ત્રિકેાણ સમદ્વિબાજુ છે એમ સિદ્ધાંત ૧૬ થી સાબિત કરેા.

૯. સિ૦ ૧૬ની આકૃતિમાં ∠ अ ને દુભાગનારી લીટી ⊥ बड; તેા ∠डबक = ½ ∠(ब−क) અને ∠अबड = ½ ∠(ब+क)

૧૦. ચતુષ્કેાણમાં अब, बक, कड, डअ ઉતરતા ક્રમમાં હેાય તેા ∠ ड > ∠ ब.

સિદ્ધાંત ૧૭. પ્રમેય.

જો કેાઈ પણ ત્રિકેાણમાં એક ખૂણેા બીજા ખૂણા કરતાં મેાટેા હેાય તેા મેાટા ખૂણાની સામેની બાજુ નાના ખૂણાની સામેની બાજુ કરતાં મેાટી છે.



अबक ત્રિકોણુમાં ∠**अबक** > **अकब** છે તો **कअ** > **अब** થશે.

સિદ્ધતા—(૧) **अक** > **अब**, અથવા (૨) **अक**=**अब**, અથવા (૩) **अक** < **अब** હોવી જોઇએ.

જો **अक** < **अब** હોય તો ∠ **ब** < ∠ **क** છે. (સિ૦ ૧૬)

પણુ તે અશકય છે તેથી (૩) અસત્ય છે.

તેમજ જો **अक**=**अब**, તો ∠**ब**=∠**क** છે. (સિ૦ ૧૨)

પણુ તે અશકય છે માટે (૨) અસત્ય છે.

∴ (૧) લું જ ખરૂં હોવું જોઇએ.

∴ **अक** > **अब** છે. પ્ર૦ સિ૦

નોટ—ઉપલા સિદ્ધાંતમાં જે જાતની સિદ્ધતા વાપરી છે તેને **અવચ્છેદક સિદ્ધતા** કહે છે. એ સિદ્ધતામાં સિદ્ધાંતના સાધ્યને એક રીત સિવાય બીજી બધી રીતે ખોટો ઠેરવી તે એકજ રીત સત્ય ઠેરવવામાં આવે છે.

પ્રશ્નો.

૧. કાટખૂણુ ત્રિકોણુમાં કણું મોટામાં મોટી બાજુ છે.

૨. **अबकड** ચતુ૦માં **कड** સૈાથી મોટી અને **अब** સૈાથી નાની છે તો ∠ **अ** > ∠ **क** અને ∠ **ब** > ∠ **ड**.

૩. પહોળખૂણુ Δમાં પહોળા ખૂણાની સામેની બાજુ સૈાથી મોટી છે.

૪. કોઇ પણુ Δમાં સૈાથી મોટા ∠ની સામેની બાજુ>બીજી કરતાં

૫. એકજ બિંદુમાંથી લંબ અને બીજી એક સીધી લીટી એક બીજી સીધી લીટી સુધી દોરીએ તો લંબ નાની છે.

૬. Δ **अबक** સમદ્વિબાજુ છે અને **अब**=**अक** અને **ड**, **बक** પર લંબાવીને યા લંબાવ્યા વગર લઇએ તે પ્રમાણે **अड** > < **अब** (**अक**).

૭. Δ**अबक** માં ∠**ब** અને ∠**क** ને દુભાગનારી લીટીઓ **म** માં મળે છે. જો **अब** > < **अक** તો તે પ્રમાણે **मब** > < **मक** છે.

૮. **अबक** Δ માં ∠**अ**ને દુભાગનારી લીટી **बक**ને **ड** માં મળે છે તો **अब** > **बड** અને **अक** > **कड** છે.

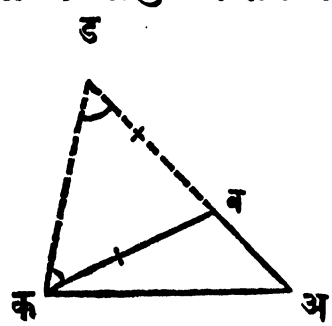
૯. **अबक** Δમાં **अड**, **बक** ને લંબ છે તો **अब** > **बड** અને **अक** > **कड**.

૧૦. **अबक** Δમાં **अब**, **अक**ને લંબાવી બહારના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી **ड**માં મળે તો જો **अब** > **अक**, તો **डक** > **डब** છે.

૧૧. **अबक** સમબાજુ Δમાં કોઇ પણ લીટી બે સરખી બાજુને **इ** અને **फ** માં છેદી **बक** પાયાને **क** તરફ લંબાવતાં **ड** માં મળે તો તે જો **अब**ને **इ** માં છેદે તો **अइ** < **अफ** છે.

સિદ્ધાંત ૧૮. પ્રમેય.

કોઈ પણ ત્રિકોણની બે બાજુ મળીને ત્રીજી કરતાં મોટી છે.



अबक ત્રિકોણમાં (૧) **अब**+**बक** > **अक**;

(૨) **बक**+**कअ** > **अब**;

(૩) **अक**+**अब** > **बक** થશે.

(૧) રચના—**अब** ને લંબાવી **कब**=**बड** કરો અને **डक** સાંધો. (સ્વી૦૬૦)

સિદ્ધતા—Δ बडक માં

बड=बक, ∴ ∠बडक=∠बकड (સિ૦ ૧૨)

પણ ∠अकड < ∠बकड, ∴ ∠अकड > ∠अडक.

વળી Δ अडकમાં

∠अकड > ∠अडक, ∴ अड > अक (સિ૦ ૧૭)

પણ अड=अब+बड=अब+बक (રચના)

∴ अब+बक > अक છે; એજ પ્રમાણે बक+कअ > अब;

અને अक+अब > बक છે. પ્ર૦ સિ૦

નોટ—આ સિદ્ધાંત કેવળ એક પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ છે. કારણ કે अ થી ब સુધી જઇને क સુધી આવવું એ પ્રત્યક્ષ રીતે अ થી क સુધી આવવાના કરતાં વધારે છે. અથવા "કોઇ પણ બે બિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી તેઓની વચ્ચે ટુંકામાં ટુંકું અંતર છે."

પ્રશ્નો.

૧. ∠अबक ને દુભાગી સિ૦ ૭ની મદદ લઈ સિદ્ધ સિ૦ ૧૮ કરો.

૨. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનો તફાવત ત્રીજી કરતાં નાનો છે. (સિદ્ધાંત ૧૮ યા ૧૯ ની મદદ લો)

૩. કોઈ પણ પાયા ઉપર બે ત્રિકોણો એકજ બાજુએ એક, બીજાની અંદર હોય તો અંદરના Δની બાજુ બન્ને મળી બહારના Δની બાજુ કરતાં નાની છે.

૪. કોઇ પણ ત્રિકોણમાંના એક બિંદુને શિરોબિંદુઓ સાથે સાંધીએ તો આ લીટીઓનો સરવાળો Δની બાજુની અર્ધી પરિમિતિથી વધારે છે.

૫. ૪·૩ સેં. મી., ૩·૫ સેં. મી.ને ·૭ સેં. મી.ની બાજુવાળો Δ કરો

૬. કોઇ પણ ચતુષ્કોણમાં બાજુનો સરવાળો > કર્ણના સરવાળા કરતાં.

૭. પ્રશ્ન ૪ માં જોડેલી લીટીઓનો સરવાળો પરિમિતિથી ઓછો છે.

૮. કોઇ પણ ચતુષ્કોણમાં ત્રણ બાજુનો સરવાળો > ચોથી કરતાં.

૯. Δ अबकમાં ड બિંદુ એવું છે કે अड=अबઅને ∠अबक ને દુભાગનારી લીટી कब ને म માં મળે છે તો बम=डमઅનેकब>कड

૧૦. Δ अबक ની अक બાજુમાં ड બિંદુ છે તો अब+अक> कब+कड.

૧૧. કોઈ પણ વર્તુળમાં જ્યા વ્યાસ કરતાં નાની છે.

૧૨. કોઈ પણ Δ માં બે બાજુઓ ત્રીજી બાજુને મળતી મધ્યગાની બમણાઈથી મોટી છે.

૧૩. કોઇ પણ Δમાં બાજુનો સરવાળો> મધ્યગાના સરવાળા કરતાં.

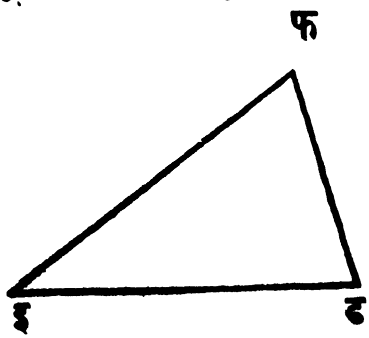
૧૪. अबक Δમાં बकમાં ड હોય તો अड<Δની અર્ધી પરિમિતિથી.

૧૫. अबकड ચતુષ્કોણમાં प કોઇ પણ બિંદુ હોય તો સામસામેની બાજુનું એક જોડકું અથવા કર્ણોનો સરવાળો < पअ+पब+पक+पड.

§ ૧૮. અસમાન ત્રિકોણો; અને સીધી લીટી ઉપર પડતા લંબનું મહત્ત્વ.

સિદ્ધાંત ૧૯. પ્રમેય.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુઓ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને તેઓના અંતર્ખૂણા બરાબર ન હોય તો મોટા અંતર્ખૂણાવાળા ત્રિકોણનો પાયો નાના અંતર્ખૂણાવાળા ત્રિકોણના પાયા કરતાં મોટો છે.

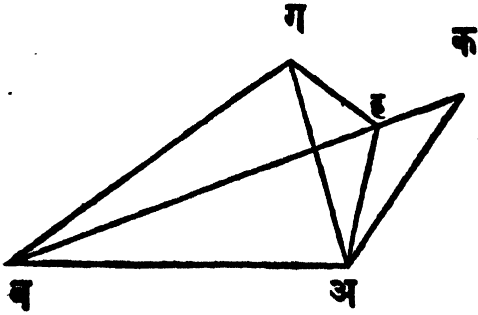


अबक, डइफ Δઓમાં

अब=डइ, अक=डफ,

અને ∠ अ > ∠ड

તો बक > इफ થશે.



સિદ્ધતા—डइफ Δ ને अबग Δ ની સ્થિતિમાં મૂકી ग, कને अबની એકજ બાજુ પર આવવા દો.

$\because$ $\angle$बअक $>$ $\angle$बअग, $\therefore$ अग, $\angle$ बअकની અંદર પડે છે.

$\angle$ कअग ને अहથી દુભાગો. हग સાંધો.

હવે अकह, अगह Δઓમાં, अक=अग, (પ્રતિજ્ઞા)

अह સામાન્ય છે, અને $\angle$कअह= $\angle$गअह (રચના)

$\therefore$ अकह, अगह Δઓ સર્વ સમાન છે. (સિ૦ ૧૦)

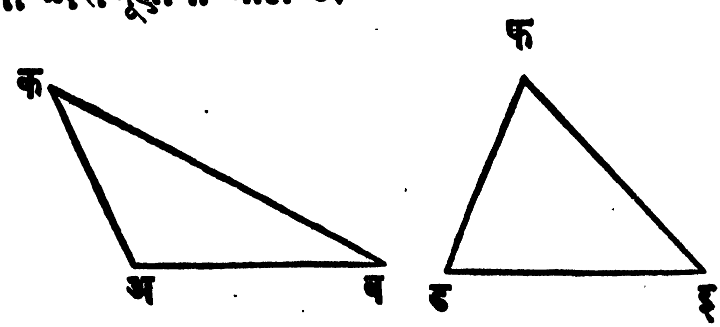
$\therefore$ कह=हग. $\therefore$ बह+हग=बह+हक=बक;

અને Δबहगમાં, बह+हग $>$ बग,

$\therefore$ बक $>$ बग, $\therefore$ बक $>$ इफ. પ્ર૦ સિ૦

સિદ્ધાંત ૨૦. પ્રમેય.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને તેઓના પાયા અસમાન હોય તો મોટા પાયાવાળા ત્રિકોણનો અંતર્ખૂણો નાના પાયાવાળા ત્રિકોણના અંતર્ખૂણાથી મોટો છે.



अबक, डइफ Δઓમાં

अब=डइ, अक=डफ અને बक > इफ. તો ∠ अ > ∠ ड થશે.

સિદ્ધતા—જો ∠अ, ∠डथी મોટો ન હોય ત્યારે

કાં તો ∠ अ=∠ड હોવો જોઈએ; પણ ત્યારે बक=इफ. (સિ૰ ૧૦)

પણ આ અશક્ય છે. [પ્રતિજ્ઞા]

અથવા ∠ अ < ∠ड; પણ ત્યારે बक < इफ. (સિ૰ ૧૯)

પણ આ અશક્ય છે. (પ્રતિજ્ઞા)

∴ સાધ્યજ સત્ય છે.

∴ ∠अ > ∠ड પ્ર૰ સિ૰

પ્રશ્નો. (સિ૰ ૧૯ ને ૨૦ ઉપર.)

૧. अब, डइ જ્યાના બે વર્તુળોમાં क,फ મધ્યબિંદુ છે. જો अब > डइ તો ∠अकब > ∠डफइ

૨. अबक Δમાં अक > अब. જો अब, अकને લંબાવતાં તેમાં ड, इ બે એવાં હોય કે बड=कइ તો बइ > कड.

૩. એક વર્તુળનો अब વ્યાસ વર્તુળમાંના क બિંદુમાંથી જાય છે અને म મધ્યબિંદુ अक માં છે તો कમાંથી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં कअ સૌથી મોટી છે. અને

૪. क થી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં कब સૌથી નાની છે.

૫. જ્યારે क प, क ड લીટીઓ क માંથી પરિધ સુધી દોરી હોય અને ∠पमक > ∠ डमक ત્યારે कप > कड; અને ઉલટું.

વર્તુળની બહાર क બિંદુ છે. अ ब વ્યાસ લંબાવતાં તે क માંથી જાય છે અને अकમાં म મધ્ય બિંદુ છે તો,

૬. क માંથી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં कअ સૌથી મોટી છે. અને कब સૌથી નાની છે; અને

૭. જ્યારે कप, कडને कમાંથી પરિધ સુધી દોરીએ અને ∠पमक > ∠ डमक, ત્યારે कप > कड; અને ઉલટું.

૮. अबक Δમાં अब ને पમાં દુભાગી છે અને अक > कब તો

अपक < ૧ ∟ અને જો **कप**માં કોઇ **ड** બિંદુ હોય તો **अड** > **बड**.

૯. સમદ્વિબાજુ Δની દરેક સરખી બાજુ પાયા કરતાં મોટી હોય તો સરખી બાજુઓનો અંતર્ખૂણો સમબાજુ ત્રિકોણના ખૂણા કરતાં નાનો છે.

૧૦. **अबक** Δમાં **म** બિંદુ એવું હોય કે **मअ**=**अब**તો **अक**>**अब**.

૧૧. **अबक** Δમાં **ड**, **इ**, **फ**, બિંદુઓ હોય તો **डइफ** Δની પરિમિતિ < **अबक** Δની પરિમિતિ છે.

૧૨. ત્રિકોણની અ,બ,ક બાજુ ઉપર ત્રિકોણની માંહેના કોઇ પણ બિંદુમાંથી દોરેલા લંબના અંતર ફ, ઈ, ડ, હોય તો અ+બ+ક > ડ+ઇ+ફ

૧૩. કોઈ પણ ચતુષ્કોણની કર્ણો મળી ચ૦ની અર્ધ પરિમિતિથી મોટી છે; અને આખી પરિમિતિથી નાની છે.

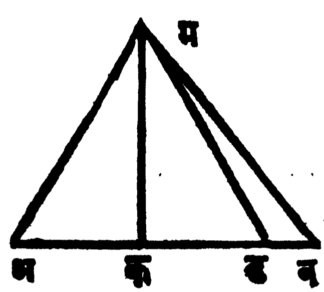
૧૪. ચતુષ્કોણનાં શિરોબિંદુથી કોઇ બિંદુ સુધીના અંતરોનો સરવાળો લઘુતમ હોય તો તે બિંદુ શોધો.

૧૫. સૌથી મોટી બાજુથી મોટી હોય એવી કોઇ પણ લીટી ત્રિકોણમાં દોરી શકાય નહિ.

૧૬. **अबकडइफ** ષટ્કોણમાં કોઇ પણ ખૂણો અતિદ્વિકાટખૂણ નથી તો તેની પરિમિતિ **अकइ** Δની પરિમિતિથી મોટી છે.

સિદ્ધાંત ૨૧. પ્રમેય.

એક આપેલી સીધી લીટી સુધી તેની બહાર આપેલા બિંદુમાંથી દોરેલી સીધી લીટીઓમાં જે તેના ઉપર લંબ છે તે ટુંકામાં ટુંકી છે.



अब એક આપેલી લીટી છે અને **म** એક આપેલું બિંદુ છે. **मक**, **अब** ઉપર લંબ છે અને **मड** એક બીજી કોઇ પણ લીટી છે તો **मक**<**मड** થશે.

સિદ્ધતા—Δ **मकड** માં ∠**मकड**=૧ કાટખૂણો.

∴ Δ**मडक**માં ∠**मडक** < એક કાટખૂણો છે, (સિ૦ ૭ ઉ૦)

∴ ∠ **मडक**<∠**मकड** ∴**मडक** Δમાં **मड** > **मक** છે.(સિ૦ ૧૭)

એ પ્રમાણે બીજી કોઇ પણ લીટી **म** થી **अब** સુધી દોરીએ તો તે **मक**થી મોટી છે.

એટલે **मक** ટુંકામાં ટુંકી છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧—**म**થી **अब** ઉપર એકજ લંબ દોરી શકાય છે; અને એકજ ટુંકામાં ટુંકી લીટી દોરી શકાય છે; તેથી કોઈ પણ બિંદુમાંથી કોઈ પણ લીટી પર દોરેલી ટુંકામાં ટુંકી લીટી તેના ઉપર લંબ છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨—જો **कड**=**अक** તો **मड**=**मअ** છે.

∵ Δ **मडक** ≡ Δ **मअक** છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩—જો **मब** બીજી કોઇ પણ લીટી **मड** કરતાં **मक** થી વધારે અંતરે **अब** ને મળે તો **मब** > **मड** છે.

∵ ∠ **मडक** < એક ∟

અને ∠ **मडब** > ∠**मबड**. (સિ૦ ૭ ઉ૦ સિ૦)

નોટ—કોઈ પણ બિંદુથી એક સીધી લીટી ઉપર દોરેલી લંબ ટુંકામાં ટુંકી છે તેથી તે તેનું અંતર કહેવાય છે.

પ્રશ્નો.

૧. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપર લંબ દોરી તેની બાજુ અને લંબ માપી ઉપરનો સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો.

૨. ઉપરના સિદ્ધાંતની મદદથી બતાવો કે કાટખૂણ Δમાં કર્ણ ગમે તે બાજુથી મોટી છે.

૩. ઉપરના સિદ્ધાંતમાં લંબની બન્ને બાજુએ બેજ સરખી સીધી લીટી દોરી શકાય છે.

૪. કોઈ પણ લીટીના મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લીટીથી આપેલી લીટીના છેડાઓ સરખે અંતરે છે.

૫. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનાં મધ્ય બિંદુમાંથી તેની ઉપર દોરેલી લંબનું છેદનબિંદુ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુથી સમાન અંતરે છે.

૬. પ્રશ્ન ૫ ની મદદથી ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી જતા (પરિલગ્ન) વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ શોધી કાઢી વર્તુળ દોરો.

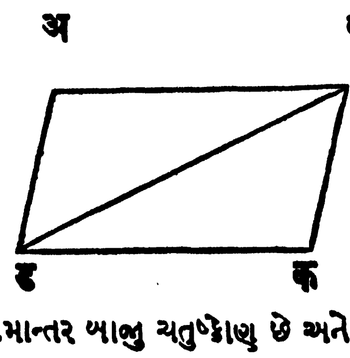
૭. કોઇ પણ સીધી લીટી વર્તુળને બે બિંદુથી વધારે બિંદુમાં છેદી શકતી નથી.

---

§૧૯. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ; અને આડી લીટી ઉપર સમાન્તર લીટીથી થતા અંતર્ભાગોને સંબંધ.

સિદ્ધાંત ૨૨. પ્રમેય.

સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ તથા ખૂણાઓ સરખાં છે; અને દરેક કર્ણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણને દુભાગે છે.



अबकड એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે અને **बड** એક તેની કર્ણ છે.

ત્યારે (૧) **अब=कड; अड=बक;**

(૨) ∠**अबक** = ∠**अडक** અને ∠**डअब**=∠**डकब;**

અને (૩) Δ **अबड**, Δ **कडब** બરાબર થશે.

સિદ્ધતા—**अब** ∥ **डक**, અને **बड** તેને મળે છે,

$\therefore$ ∠ **अबड** = **कडब**; (સિ૦ ૫)

અને **अड** ∥ **बक**, અને **बड** તેને મળે છે,

$\therefore$ ∠ **अडब** = ∠ **कबड** (સિ૦ ૫)

ત્યારે △**अबड** અને △ **कडब** માં

∠**अबड** = ∠**कडब**, ∠ **अडब** = ∠ **कबड**

અને **बड** સામાન્ય છે,

$\therefore$ △**अडब** ≡ △**कबड** (સિ૦ ૧૧)

$\therefore$ **अब** = **डक**, અને **अड** = **बक**; અને ∠ **अ** = ∠ **क**.

વળી ∠**अबड** = ∠ **कडब** અને ∠ **अडब** = ∠ **कबड** (સિદ્ધતા)

$\therefore$ ∠**अडक** = ∠**अबक** (પ્ર૦ પ્ર૦)

અને △**अबड** ≡ △ **कडब**,

$\therefore$ **बड** કર્ણ સ૦ ચ૦ દુભાગે છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧–સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણનો એક ખૂણો કાટખૂણો હોય તો બધા ખૂણા કાટખૂણા છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨–સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસે પાસેની બાજુ સરખી હોય તો બધી બાજુઓ સરખી છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩–સમચોરસની બધી બાજુઓ અને બધા ખૂણાઓ સરખાં છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૪–સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના કર્ણો અરસપરસ દુભાગે છે.

$\therefore$ જો ઉપલા સિદ્ધાંતની આકૃતિમાં **अक**, **बड**, **म** માં છેદે તો

△**कडम** અને △ **अबम** માં **अब**=**कड**, અને

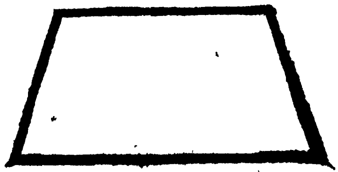
∠**अबड**=∠**बडक** અને ∠**बअक**=△**डकअ**

$\therefore$ △ **कडम**≡△**अबम** (સિ૦ ૧૧)

$\therefore$ **मड**=**मब** અને **मअ**=**मक**.

ઉપ૦ ૫–સમાન્તર લીટીઓ હંમેશાં એકજ અંતરે છે.

વ્યા૦ ૫૫–જે ટ્રાપિજ્યમની સમાન્તર બાજુ સિવાયની બીજી બન્ને બાજુઓ સરખી હોય તેને **સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ** કહે છે.



પાસેની આકૃતિમાં **डअ=कब**

∴ **अबकड** સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ છે.

પ્રશ્નો.

૧. Δ **अबक** માં **अब=अक** અને **डइ** ∥ **बक** અને **डइ**, **अब** અને **अक** ને **ड,इ**માં છેદે તો **डइकब** સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ છે.

૨. **अबकड** સ૦ ચ૦ માં **अब** અને **अड**ને છેદતી બાજુની સમાન્તર લીટી દોરી છે તો કયા ખૂણા અને કયી બાજુઓ બરાબર છે ?

૩. કોઇ પણ સ૦ સ૦ માં પાસે પાસેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી કાટખૂણે મળે છે.

૪. કોઇ પણ સ૦ ચ૦ માં સામસામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ સમાન્તર છે.

૫. **अबकड** એક સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજયમમાં **अड=बक** તો ∠**क**=∠**ड** છે. (નોટ—**ब** માંથી **बइ** ∥ **अड** દોરો)

૬. પ્રશ્ન ૫ માં **अब** અને **कड**નાં **प** અને **म** મધ્ય બિંદુ હોય તો **पम**, **अब** ને ⊥ છે.

૭. સામસામેના ખૂણા સરખા હોય એવો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે.

૮. સામેની બાજુનું એક જોડકું સમાન્તર અને સરખું હોય તો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે.

૯. સામસામેની બાજુઓ સરખી હોય તો ચતુષ્કોણ સ. ચ. છે.

૧૦. કર્ણો એક બીજાને દુભાગે તો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે.

૧૧. કોઈ પણ લીટી ઉપર સરખી ઉંચાઇની બે લંબ દોરી હોય તો તેના બીજા છેડાને સાંધનારી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે.

૧૨. રૉમ્બસના કર્ણો એક બીજાને કાટખૂણે દુભાગે છે.

૧૩. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના કર્ણો સરખા હોય તો સ૦ ચ૦ લંબચોરસ છે.

૧૪. સ૦ ચ૦ માં સામસામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે.

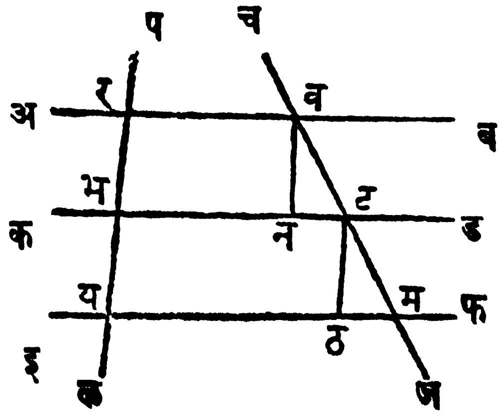
૧૫. **अबकड** સ૦ ચ૦ માં **अब, कड** ને **प, म** માં દુભાગી છે તો **बपडम** સ૦ ચ૦ છે.

૧૬. કર્ણો સરખા હોઈ એક બીજાને કાટખૂણે દુભાગે તો ચતુષ્કોણ ચોરસ છે.

૧૭. કોઇ પણ બે સમર્યાદ લીટીઓ કાટખૂણે દુભાગે તો તે રૉમ્બસ કે ચોરસના કર્ણો હોવા જોઇએ.

સિધ્ધાંત ૨૩. પ્રમેય.

જો એક લીટીને ત્રણ અથવા વધારે સમાન્તર લીટીઓ છેદી અંતર્ભાગો સરખા કરતી હોય તો તેમને છેદતી બીજી કોઈ પણ લીટીના અંતર્ભાગો પણ સરખા છે.



पल લીટીને **अब, कड, इफ** સમાન્તર લીટીઓ છેદી **रभ, भय** અંતર્ભાગેા સરખા કરે છે અને તેનાથી છેદાતી **चज** બીજી કોઇ પણ લીટી છે તેા **वट = टम** થશે.

રચના—**व** અને **ट** માંથી **पल**ની સમાન્તર **वन** અને **टठ** લીટીઓ દોરેા.

સિદ્ધતા—**रव** ‖ **भन** અને **रभ** ‖ **वन** છે;

∴ **रभनव** સ૦ ચ૦ છે; ∴ **रभ=वन** છે. (સિ૦ ૨૨)

અને **भट** ‖ **यठ** અને **भय** ‖ **टठ** છે,

∴ **भटठय** સ૦ ચ૦ છે; ∴ **भय=टठ** છે. (સિ૦ ૨૨)

પણ **रभ=भय**; ∴ **वन=टठ**.

હવે Δ**वनट** અને Δ**टठम**માં

∠**नवट**=∠**ठटम** (સિ૦ ૬ અને ૫)

અને ∠**नटव**=**ठमट** ,,

અને **वन=टठ** (સિદ્ધતા)

∴ Δ **वनट** ≡ Δ**टठम**; ∴ **वट=टम** પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત—કોઈ પણ ત્રિકોણમાં પાયાની સમાન્તર દોરેલી લીટીઓ એક બાજુના સરખા ભાગ કરે તેા બીજી બાજુના પણ તેઓ તેટલાજ સરખા ભાગ કરશે.

પ્રશ્નેા.

૧. કોઇ પણ Δમાં એક બાજુના મધ્ય બિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બીજી બાજુને દુભાગે છે.

૨. કોઈ પણ Δમાં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાને સમાન્તર છે.

૩. કોઈ પણ Δમાં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાથી અર્ધી છે.

૪. કોઈ પણ Δમાં બાજુનાં મધ્ય બિંદુઓને સાંધનારી લીટીથી ત્રિકોણના ચાર બધી રીતે સરખા ભાગ થાય છે.

૫. કોઈ પણ ચતુષ્કોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુ અનુક્રમે સાંધવાથી થતો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે.

૬. કોઇ પણ ચતુષ્કોણની બાજુનાં સામસામેનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી એક બીજીને દુભાગે છે.

સિદ્ધાંત ૨૪. પ્રમેય.

જો કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં

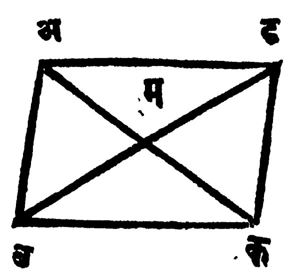
(૧) સામસામેની બાજુની એક સરખી અને સમાન્તર જોડ હોય અથવા

(૨) સામસામેની બાજુની બન્ને જોડ સરખી હોય; અથવા

(૩) સામસામેના ખૂણાની બન્ને જોડ સરખી હોય; અથવા

(૪) કર્ણો એક બીજાને દુભાગે;

તો ચતુષ્કોણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.



अबकड આપેલો ચતુષ્કોણ છે.

(૧) જો **अब**||અને=**कड**, તો **अबकड** સ૦ ચ૦ થશે. **अक** સાંધો.

अब||**कड** છે ∴ ∠**बअक**=∠**अकड** (સિ૦ ૫)

હવે △अबक અને △अकड માં
अब=कड અને अक સામાન્ય છે અને ∠बअक =∠अकड
∴ △अबक ≡ △अकड (સિ૦ ૧૦)
∴ ∠बकअ=∠डअक ∴ अड ∥ बक (સ૦ ૪)
∴अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

(૨) જો अब=डक અને अड=बक તો अबकड સ૦ ચ૦ થશે.
હવે △अबक અને △अडक માં
अब=डक, अड=बक અને अक સાન્ય છે
∴ △ अबक≡△अडक (સિ૦ ૧૪)
∴∠बअक=∠अकड અને ∠बकअ =∠कअड
∴अब ∥ डक અને अड ∥ बक. (સિ૦ ૪)
∴अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

(૩) જો ∠बअड=∠बकड અને ∠अबक=∠अडक
તો अबकड સ૦ ચ૦ થશે.
હવે ∠बअड= ∠ बकड અને ∠ अबक=∠ अडक છે
∴ ∠बअड+∠अबक=∠बकड+∠अडक
પણ अबकड ના ચાર ખૂણા=૪ કાટખૂણા. (!)
∴ ∠बअड + ∠अबक=૨ કાટખૂણા =∠बकड + ∠अडक
∴ अब ∥ कड અને अड ∥ बक [સિ૦ ૪]
∴ अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

(૪) જો अक, बड કર્ણ મમાં દુભાગે તો अबकड સ૦ ચ૦ થશે.
હવે △ अमब અને △डमकમાં
अम=मक અને बम=मड અને ∠अमब=સામેના ∠डमक (!)
∴ △अमब≡△डमक
∴ ∠बअक=∠अकड અને ∠बकअ=∠कअड
∴ अब ∥ कड અને अड ∥ बक (!)
∴ अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત—કોઈ પણ સીધી લીટી ઉપર જો બે સરખા લંબ એકજ બાજુએ દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડાને સાંધનારી સીધી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે.

પ્રશ્નો.

૧. જો કોઇ પણ સીધી લીટી પર ત્રણ અથવા વધારે સરખા લંબ એકજ બાજુએ દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડામાંથી જતી સીધી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે.

૨. કોઇ પણ સીધી લીટી ઉપર બે સરખા લંબ સામસામેની બાજુ ઉપર દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડાને સાંધનારી લીટીને આપેલી લીટી દુભાગે છે.

૩. પ્રશ્ન ૨ માં જો **अब** ઉપર **पप, यर** બે લંબ દોરીએ તો **मर. पय**ને દુભાગે છે અને **मयरप** એક સ૦ ચ૦ છે.

૪. બે સીધી લીટીની વચ્ચે આપેલા **अ** બિંદુમાં એક એવી લીટી દોરો કે તે આપેલી લીટી સુધી જઈ **अ** માં દુભાગાય.

૫ જો એક ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુની એક જોડ સરખી હોય અને બીજી જોડ સમાન્તર હોય તો ચતુષ્કોણ સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ છે યા સમાન્તર બાજુ સ૦ ચ૦ છે.

૬. કોઇ પણ સ૦ બા૦ ચ૦ માં સામસામેની બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડનારી સીધી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે.

૭. **अबकड** સ૦ ચ૦ માં **म, य**, અનુક્રમે **अब, कड** નાં મધ્ય બિંદુ છે, તો **बमडय** સ૦ ચ૦ છે.

૮. જો એક ચતુષ્કોણમાં કર્ણો સરખાં હોઇ અરસપરસ દુભાગે તો ચતુષ્કોણ લંબચોરસ છે.

૯. **अबकड** એક સ૦ ચ૦ છે. અને **म** કોઇ પણ બિંદુ એવું છે કે **मअयब, मबरक, मकलड** અને **मडअब** સ૦ ચ૦ છેતો **यरकब** પણ સ૦ ચ૦ છે. તેને આપલા સ૦ ચ૦ સાથે સરખાવો.

૧૦. **अबकड** સ૦ ચ૦ માં **अक** માં **इ** બિંદુ એવું છે કે **इब=इड** તો **इ**, **अक** ને દુભાગે છે. અપવાદ હોય તો બતાવો.

૧૧. **अबकड** ચતુષ્કોણમાં ∠ **अ**=∠**ब**,∠**क**=∠**ड** તો **अबकड** સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ છે. **अबकड** સ૦ બા૦ ચ૦ ક્યારે થશે?

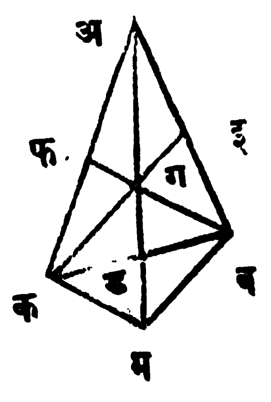
૧૨. **अबक** એક આપેલો Δ છે. અને **डइ**, **फग** બે લીટીઓ છેદતી છે; તો **अबक**Δની સર્વસમાન હોય એવો એક Δ બનાવો કે જેની એક બાજુ **डइ** ઉપર હોય અને જેનું એક કોણુ બિંદુ **फग**માં હોય.

૧૩. કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં બાકીનાં કોણુ બિંદુથી એક કોણુ બિંદુનાં અંતરો બધાંજ કોણુ બિંદુને માટે એકજ હોય તો ચતુષ્કોણુ લંબચોરસ છે.

૧૪. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં કર્ણોના છેદન બિંદુમાંથી દોરેલી લીટી સ૦ ચ૦ ના બે સરખા ભાગ (ક્ષેત્રફળમાં) કરે છે.

સિધ્ધાંત ૨૫ પ્રમેય.

કોઈ પણ ત્રિકોણુની મધ્યગાઓ એકજ બિંદુમાં મળે છે; અને દરેક મધ્યગા તે બિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.



Δ **अबक** માં **कइ**, **बफ** મધ્યગાઓ **ग** માં છેદે છે તો **अगड** ત્રીજી મધ્યગા થશે અને **ग** માં દરેક મધ્યગા ત્રીજે ભાગે છેદાશે.

अम ને **म** સુધી લંબાવી **इग** || **बम**ને **म** મળવા દો. **कम** સાંધો.

સિદ્ધતા—इग || **बम** અને **अइ=बइ** ∴ **अग=गम** [સિ. ૨૩]

વળી **कम** || **फ** માંથી દોરેલી લીટી **अम** ને દુભાગે છે. અને આવી સમાન્તર લીટી એકજ દોરી શકાય છે.

∴ **बगफ** || **मक** છે. ∴ **गबमक** સ૦ ચ૦ છે.

∴ **गम, बक** અરસપરસ દુભાગે છે. (સિ૦ ૨૨ ઉ૦).

∴ **अगड, बक**ને દુભાગનારી મધ્યગા છે.

વળી **मग=२ गड** અને **मग=अग** ∴ **अग=२ गड**

∴ **ग,अड** ને ત્રીજે ભાગે છેદે છે.

અને એજ પ્રમાણે

ग,कइ અને **बफ** ને પણ ત્રીજે ભાગે છેદે છે. **પ્ર૦ સિ૦**

નોટ—ત્રિકોણની મધ્યગાના છેદનબિંદુને ત્રિકોણનું ગુરૂત્વબિંદુ કહે છે. ∵ એક સરખા કાગળમાંથી જો એક ત્રિકોણ કાપી આ બિંદુમાંથી એક દોરી બાંધી ત્રિકોણને ઉંચક્યો હોય તો તે ક્ષિતિજ સમાન્તર રહેશે.

પ્રશ્નો.

૧. **अबक**△માં **बइ, कफ** મધ્યગાઓ **ग** માં મળે છે. જો **बग**નું **क**, અને **कग** નું **म** મધ્યબિંદુ હોય તો **फइ, फल, लम, मइ** સાંધી બતાવો કે **ग, बइ** અને **कफ** દરેકને ત્રીજે ભાગે છેદે છે; અને તે ઉપરથી બતાવો કે મધ્યગાઓ એક બિંદુગામી છે.

૨. કોઇ પણ ટ્રાપિઝ્યમની વિષમ બાજુનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી સમાન્તર બાજુને || છે.

૩. કોઈ પણ △ માં બે મધ્યગાઓ બરાબર હોય તો △ સમદ્વિબાજુ છે.

૪. જો કોઈ પણ △ માં ત્રણ મધ્યગા બરાબર હોય તો △ સમબાજુ છે.

૫. **અબક** કાટખૂણુ Δ નો **અબ** કર્ણુ **ड** માં દુભાગાય છે તો **कड** **अब** થી અર્ધી છે.

૬. **अबकड** સ૦ ચ૦ માં **अब**નું મધ્યબિંદુ **इ** છે. **कइ**, **इड** સાંધો અને જો Δ**कइड** એક કાટખૂણો હોય તો **अब**=૨ **बक**.

૭. **अबकड** સ૦ ચ૦ માં **इ**, **फ**, **अब**, **अड** નાં મધ્યબિંદુ છે, તો **फइ** || **बड** છે, અને **कइ**, **कफ** તેમજ **बड**ને ત્રિભાગે છે.

૮. કોઇ પણ ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી અને કર્ણોનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી અરસપરસ દુભાગે છે.

૯. રૅામ્બસની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી એક લંબચોરસ બનાવે છે.

ભૂમિતિ ભાગ ૧ લાનો પ્રમેય ભાગ સમાપ્ત.

ખંડ ૩ જો. કૃત્ય પ્રકરણ.

સિદ્ધ ભાગની અંદર જે જે રચનાઓ કરવામાં આવી છે તે કર્તવ્ય ભાગમાં કહેલા સાહિત્યોની મદદથી સામાન્ય રીતે કરી છે. રચનાઓમાં આંકેલી આંકણી તથા પ્રોટ્રૅક્ટરનો ઉપયોગ કરવામાં આવ્યો છે, જો કે સિદ્ધ ભાગ તથા કૃત્ય ભાગના સિદ્ધાંતો જો સાથે સાથે લેવામાં આવે તો એ સાહિત્યો ઘણી વખતે વાપરવાં પડતાં નથી. જે કૃત્યો કરવામાં આવશે તેમાં ફક્ત ગમે તે સીધી આંકણી તથા કંપાસ એ બે જ સાહિત્યો વાપરવામાં આવશે. કૃત્યોના કોઇ પણ ભાગમાં ચોક્કસ માપ લેવાની જરૂર પડશે નહિ. પણ કરેલું કૃત્ય ખરૂં છે કે નહિ તે હંમેશાં ગમે તે કોઇ ડ્રૉઇંગનાં સાહિત્યની મદદથી તપાસી જોવું અને ખાત્રી કરવી. જે જે રચનાઓ કરવી તેમાં આંકેલી આંકણી તથા પ્રોટ્રૅક્ટર વાપરવાં નહિ. કોઇ પણ આકૃતિ યા આકૃતિનો ભાગ બહુ બારીકિથી દોરવો કે જેથી સાહિત્યથી માપ લેતી વખતે કોઈ પણ જાતની ભૂલ પડે નહિ. જે જે કૃત્યો કર્યાં છે તે ફક્ત સિદ્ધાંત તરીકે જ શીખવાનાં નથી પણ બારીક માપ પર હંમેશાં વિશેષ લક્ષ આપવાનું છે. દરેક કૃત્ય સિદ્ધાંતમાં પણ સિદ્ધતા આપી છે અને એવી સિદ્ધતા વિદ્યાર્થીએ પ્રશ્નોમાં પણ આપવી કે જેથી કૃત્યનું કામ સંતોષકારક રીતે થઇ શકે અને ભૂમિતિ કાર્યની વિશેષ દૃઢ માહિતી થાય.

આંકણીનો ઉપયોગ નીચે પ્રમાણે કરવો:—

(૧) કોઇ પણ આપેલાં બે બિંદુને સાંધવાં, અને

(૨) કોઇ પણ સીધી લીટીને ગમે તે દિશામાં લંબાવવી.

કંપાસનો ઉપયોગ નીચે પ્રમાણે કરવો:—

(૧) એક આપેલું મધ્ય બિંદુ લઇ આપેલી સમર્યાદ લીટી બરાબર ત્રિજ્યા લઇ વર્તુળ દોરવો, અને

(૨) એક આપેલી સમર્યાદ લીટી બરાબર બીજી એક આપેલી લીટીમાંથી ભાગ કાપવો.

કંપાસના ઉપયોગમાં (૨), (૧) માં સમાએલો છે. કૃત્યોની સિદ્ધતાનો મુખ્ય હેતુ એ છે કે એવી સિદ્ધતાથી બનાવેલી રચનાઓ ખરી છે એમ નક્કી થાય; અને સિદ્ધ ભાગમાં કોઇ કોઇ જગ્યાએ રચના કરી તેની માફક મનમાં નિશ્ચયનો અભાવ રહે નહિ.

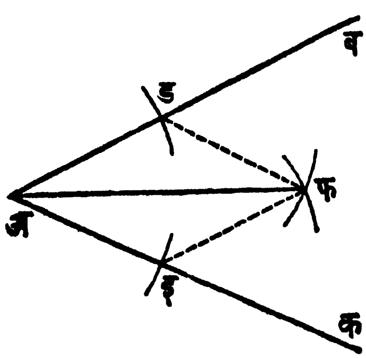
દરેક આકૃતિમાં સામાન્ય રીતે સિદ્ધતાને માટે જ વપરાએલી લીટી તૂટેલી છે અને પક્ષ, સાધ્ય વગેરેને માટે સહેજ જાડી લીટી વાપરી છે. રચના ભાગમાં જ્યાં જ્યાં વર્તુળ દોરવાનો કહ્યો છે ત્યાં ત્યાં વર્તુળનું જોઇએ તેટલું કૌંસજ કરવામાં આવ્યું છે કે જેથી વિદ્યાર્થીને ગુંચવણ પડે નહિ અને વખત બચે.

કૃત્ય ઉપર આપેલા પ્રશ્નોમાં પણ કૃત્યમાં કહ્યું છે તેમજ સિદ્ધતા કહેવી, રચના કરવી અને સાહિત્યોની મદદથી સાધ્ય પૂર્ણ છે કે નહિ તે તપાસી જોવું. કૃત્યો અને પ્રમેયો સાથે સાથે લેવાય તો સારૂં.

§ ૨૦. દ્વિભાગ રચના અને લંબ રચના.

સિધ્ધાંત ૨૬. કૃત્ય.

એક આપેલા ખૂણાને દુભાગવો.



बअक એક આપેલો ખૂણો છે અને તેનો દુભાગવાનો છે.

રચના—**अ** મધ્ય બિંદુ લઇ **बअ,कअ** ને **ड**, **इ** બિંદુમાં છેદે એવો એક વર્તુળ દોરો. (સ્વી. કૃ.)

ड,इ મધ્યબિંદુ લઇ જોઇએ તેટલી સરખી ત્રિજ્યા લઈ એક બીજાને **फ**માં છેદે તેમ બે વર્તુળો દોરો.

अफ, डफ, इफ સાંધો. ત્યારે **अफ**, ∠**बअक** ને દુભાગશે.

સિદ્ધતા—△अडफ અને △ अइफમાં अड=अइ અને डफ=फइ અને अफ સામાન્ય છે (રચના)

∴ △ अडफ ≡ △अइफ, (સિ૰ ૧૪)

∴ ∠ बअफ=∠कअफ. કૂ૰ કૂ૰

નોટ-"જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા" નો અર્થ એવો છે કે એવી ત્રિજ્યા લેવી કે, ड, इ મધ્યબિંદુ લઇ દોરેલા કૌંસો એક બીજાને છેદી શકે. આ શબ્દસમૂહનો અર્થ નીચેના કૃત્યોમાં પણ એવોજ લેવો.

પ્રશ્નો.

૧. સિ૰ ૨૬ ની આકૃતિ કયી લાટી સાથે સમ્મિતરૂપ છે? અને તે કેવી રીતે છે?

૨. સિ૰ ૨૬માં फ બિંદુ ∠अની બહાર પાડી બતાવો કે∠अ દુભાગાય છે.

૩. સિ૰ ૨૬ માં બીજો કયો ખૂણો દુભાગાય છે?

૪. કોઈ પણ ખૂણાના ચાર સરખા ભાગ કરો.

૫. ૮૫°નો ખૂણો કરી તેને પ્રોટ્રૅક્ટરથી દુભાગો અને સિ૰ ૨૬ પ્રમાણે દુભાગો.

૬. ૧૫°, ૩૦°, ૭૫°ના ખૂણા પ્રોટ્રૅક્ટર વિના બનાવો.

[નોટ—સમબાજુ ત્રિકોણનો ખૂણો ૬૦° નો છે.]

૭. એક કાટખૂણાના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૮. પ્રશ્ન ૭ની મદદ લઇ ૪૫° ના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૯. સિ. ૨૬ માં બનાવો કે अफनું કોઇ પણ બિંદુ अब, अकથી સમાન અંતરે છે.

૧૦. ઉપલા કૃત્યની આકૃતિમાં જો डइ ને સાંધીએ તો डइ અને अफ એક બીજીને કાટખૂણે મળે છે.

૧૧. એક ત્રિકોણના ત્રણે અંદરના ખૂણાને દુભાગો.

નોટ—આ દુભાગનારી લીટીનું સામાન્ય છેદન બિંદુ બધી બાજુને અંદરથી સ્પર્શ કરતા **અંતર્લગ્ન** વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ છે.

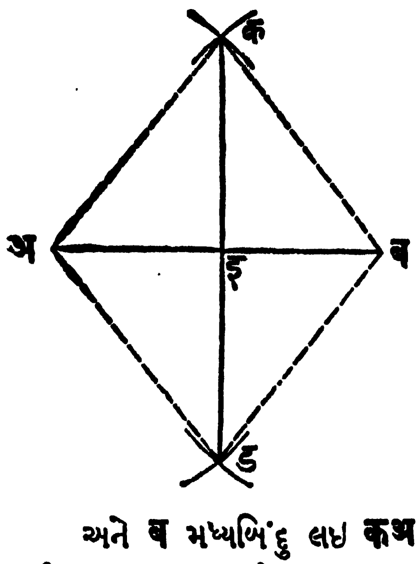
૧૨. **अबक** Δ ના ∠**अ** ને અને **अब**, **अक** લંબાવતાં થતા બહારના ∠**ब**, ∠**क** ને દુભાગો.

નોટ—આ દુભાગનારી લીટીનું સામાન્ય છેદન બિંદુ **बक** અને લંબાવેલી **अब**, **अक** ને સ્પર્શ કરતા **ઉપલગ્ન** વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ છે.

૧૩. **अबक** Δમાં બીજા ખૂણાઓને અંદરથી અને સામેના ખૂણાને બહારથી દુભાગો.

સિદ્ધાંત ૨૭. કૃત્ય.

એક આપેલી સમર્યાદ લીટીને દુભાગવી.



अब એક આપેલી સમર્યાદ લીટી છે અને તેને દુભાગવાની છે.

રચના—**अ** મધ્યબિંદુ લઇ **अक** ત્રિજ્યાથી બન્ને બાજુએ એક એક વર્તુળ દોરો; (સ્વી૦ કૃ૦)

અને **ब** મધ્યબિંદુ લઇ **कब** ત્રિજ્યા લઇ બન્ને બાજુએ એક એક વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળો **क**,**ड** માં છેદે છે. (સ્વી૦ કૃ૦)

कड, **अक**, **अड**, **बक**, **बड**, ને સાંધો. (સ્વી૦ કૃ૦)

ત્યારે **अब**ને **कड**, **इ**માં દુભાગશે.

સિદ્ધતા—Δ**અકડ** અને Δ**બકડ** માં,

અક=**બક** અને **અડ**=**બડ** (રચના)

અને **કડ** સામાન્ય છે.

∴ Δ **અકડ** ≡ Δ **બકડ**. ∴ ∠**અકડ** = ∠**બકડ**. (સિ૦ ૧૪)

વળી Δ **અકઇ** અને Δ **બકઇ**માં.

અક=**બક** અને **કઇ** સામાન્ય છે;

અને અંતર્ખૂણો **અકઇ**=અંતર્ખૂણો **બકઇ** (સિદ્ધતા)

∴ Δ **અકઇ** ≡ Δ**બકઇ**. (સિ૦ ૧૦)

∴ **અઇ** = **બઇ** ફ૦ ફ૦

ઉપસિદ્ધાંત—એક આપેલી લીટીને દુભાગનારો લંબ દોરવો.

પ્રશ્નો.

૧. ઉપલી આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો.

૨. ઉપલી આકૃતિમાં કેટલી સમ્મિતરૂપ લીટી છે ?

૩. કોઈ પણ લીટીના ચાર અને આઠ સરખા ભાગ કરો.

૪. ઉપલી આકૃતિમાં બતાવો કે **કડ**નું કોઇ પણ બિંદુ **અબ** થી સમાન અંતરે છે.

૫. કોઇ પણ વર્તુળની જ્યાને દુભાગનારો લંબ દોરો.

૬. એક આપેલી લીટીમાં એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે આપેલાં બે બિંદુથી સમાન અંતરે છે. આ ક્યારે અશકય છે?

૭. એક આપેલી લીટીમાં એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે આપેલી બે લીટીથી સરખે અંતરે છે. આ કયારે અશકય છે?

૮. એક આપેલી લીટીને બેવડી કરો; તેવડી કરો; પાંચગણી કરો.

૯. Δ**અબક**માં **અબ**=**અક** તો ∠ **અ** ને દુભાગનારી લીટી પાયાનો દુભાગનાર લંબ છે.

૧૦. **અબ**=૨.૬ સેં. મી.; **અબ** ને **ક**માં દુભાગો અને **ક** આગળ **કડ**=૧.૫ સેં. મી. ૪૫°ને ખૂણે દોરો; ∠ **અકડ** અને ∠ **ડકબ** ને **કઇ** અને **કફ**થી દુભાગો; ∠ **ઇકફ** ને માપો.

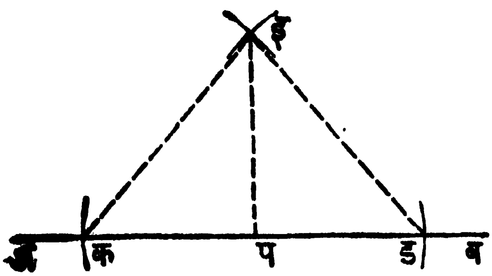
૧૧. સિદ્ધાંત ૨૭ **अक** વિના બીજી કોઈ ત્રિજ્યા લઇ કરો.

૧૨. સિદ્ધાંત ૨૭ **अक, अड**નાં જુદાં માપ લઈ કરો.

૧૩. સિદ્ધાંત ૨૭ **अब** ઉપર સમબાજુ Δ દોરી તેની સામેના ખૂણાને દુભાગી સાબિત કરો.

સિધ્ધાંત ૨૮. કૃત્ય.

એક આપેલી લીટીમાં એક આપેલા બિંદુમાંથી તે લીટીને લંબ દોરવો.



अब એક આપેલી લીટી છે અને તેમાં **प** એક આપેલું બિંદુ છે. ત્યારે **अब** ઉપર **प** માંથી લંબ દોરવાનો છે.

રચના—**पअ, पब** માંથી **पक=पड** કાપો.

क, ड, મધ્યબિંદુ લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઇ એ સરખા વર્તુળ દોરો; અને તે **इ** માં અરસપરસ છેદે છે. (સ્વી૦ કૃ૦)

इप, इक, इड સાંધો ત્યારે **इप, अब** ને **प** આગળ લંબ થશે.

સિદ્ધતા—Δ**कइप** અને Δ**डइप**માં

कप=पड અને **कइ=डइ** (રચના)

અને **पइ** સામાન્ય છે.

∴ Δ**कइप** ≡ Δ **डइप** ∴ ∠ **कपइ**=∠ **डपइ** (સિ૦ ૧૪)

∴ **पइ** ⊥ **अब** ને છે. કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧. એક સમદ્વિબાજુ Δમાં પાયાના છેડામાંથી દોરેલી લંબ સામેની બાજુને લંબાવતાં મળે તો આકૃતિમાં સઘળાં અંગનાં માપ કાઢો.

૨. એક લીટીને બીજી લીટી લંબ દોરી સેટસ્કવેરથી માપી ખાત્રી કરો.

૩. એક વર્તુળમાં **अब** જ્યા છે અને **अ,ब**માંથી દોરેલી લંબ વર્તુળને **क,ड**માં છેદે છે તો **अक, बड** માપો.

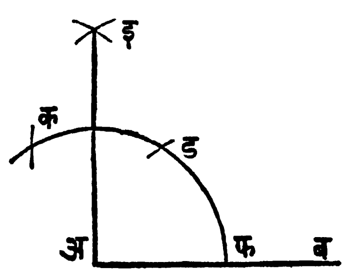
૪. એક ૩·૫" લાંબી લીટીને તેના એક છેડાથી ·૭" દૂર બિંદુમાંથી ૧·૩" લાંબો લંબ દોરો. આવા કેટલા લંબ દોરી શકાશે ?

૫. ૪·૦ સેંમી. ની ત્રિજ્યાના વર્તુળમાં **अब** એક જ્યા છે. **अब**ને **क**માં દુભાગી **क**ને **म** મધ્યબિંદુ સાથે જોડી ∠**कमअ** અને ∠**कमब**ને માપો.

૬. ∠**अकब** છે અને **कअ=कब**; **अ,ब** માંથી **अम, बम** લીટી **अक, बक**ને લંબ છે. બતાવો કે **कम**, ∠**अकब**ને દુભાગે છે.

૭. **अब** એક આપેલી લીટીમાં **क** બિંદુ છે. બહાર **ड** બિંદુ લઇ અને તે (**ड**) મધ્યબિંદુથી **कड** ત્રિજ્યાએ એક વર્તુળ **रकप**, **अब**ને ફરીથી **र**માં છેદે તેમ દોરો. **रड** ને લંબાવતાં તે વર્તુળને **प** બિંદુમાં છેદે છે. **पक** સાંધો. બતાવો કે **पक**, **अब**ને લંબ છે.

૮. **अब**માં **अ** બિંદુ છે. **अ** મધ્યબિંદુથી ગમે તે એક વર્તુળ દોરો. **फअ** ત્રિજ્યાથી વર્તુળ ઉપર **फड, डक** સરખા ભાગ મૂકો; **ड,क** મધ્યબિંદુ લઇ **कड** ત્રિજ્યાથી બે સરખા વર્તુળો **इ**માં છેદે તેમ દોરો તો **इअ**, **अब**ને ⊥ છે. જુઓ નીચેની આકૃતિ.



૯. ૪૫° અને ૭૫°ના ખૂણા બનાવો.

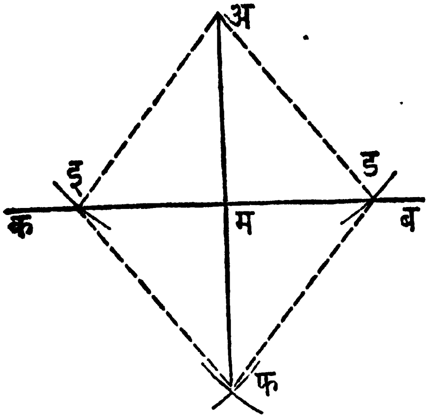
૧૦. (સિદ્ધાંત ૨૮ની) આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો.

૧૧. કોઇ પણ ત્રિકોણની બાજુઓને દુભાગી તેનાં મધ્યબિંદુમાંથી ⊥ દોરો.

નોટ—આ લંબનું સામાન્ય છેદન બિંદુ બધાં શિરો બિંદુમાંથી જતા **પરિલગ્ન** વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ છે.

સિધ્ધાંત ૨૯. કૃત્ય.

એક આપેલી લીટીને તેની બહારના આપેલા બિંદુમાંથી લંબ દોરવો.



बक એક આપેલી લીટી છે અને **अ**, તેની બહાર એક આપેલું બિંદુ છે; તો **अ**માંથી **बक** ઉપર એક લંબ દોરવાનો છે.

રચના—अ મધ્ય બિંદુ લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઇ **बक** ને **ड,इ** માં છેદે તેમ એક વર્તુળ દોરો. (સ્વી૦ કૃ૦)

ड,इ મધ્યબિંદુઓ લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઇ બે સરખા વર્તુળો **फ**માં છેદે તેમ દોરો. (સ્વી૦ કૃ૦

अफ, अड, अइ, फड, फइ સાંધો.

ત્યારે **अफ**, એટલે **अम, बक**ને લંબ થશે.

સિદ્ધતા–Δ**अडफ** અને Δ**अइफ**માં

अड=अइ અને **डफ=इफ** (રચના)

અને **अफ** સામાન્ય છે. ∴ ∠**डअम**=∠**इअम**. (સિ૦ ૧૪)

વળી Δ**डअम** અને Δ **इअम**માં

डअ=इअ અને **मअ** સામાન્ય છે

અને અંતર્ખૂણો **डअम**=અંતર્ખૂણો **इअम**.

∴ Δ **डअम** ≡ Δ**इअम**. ∴ ∠**डमअ**=∠**इमअ**. (સિ૦ ૧૦)

∴**अम, बक** ને લંબ છે. કૃ૦ કૃ૦

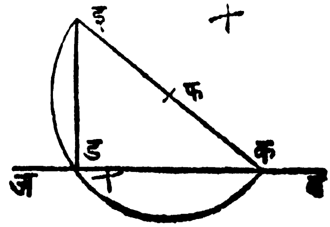
વ્યા૦ ૫૬—ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા લંબ અરસપરસ જે બિંદુમાં છેદે તેને લંબછેદનબિંદુ યા લંબસંપાત બિંદુ કહે છે.

પ્રશ્નો.

૧. ઉપલી આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો.

૨. એક મોટો સાંકડખૂણ ત્રિકોણ લઈ તેનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ દોરો.

૩. કાટખૂણ અને પહોળખૂણ ત્રિકોણ લઇ પ્રશ્ન ૨ પ્રમાણે કરો.



૪. **अब** એક આપેલી લીટી છે અને **इ** એક બહાર આપેલું બિંદુ છે. **अब** માં **क** કોઇ પણ બિંદુ છે અને **कइ** જોડી દુભાગી તેની ઉપર એક અર્ધ વર્તુળ **अब**ને ફરીથી **ड**માં છેદે તેમ દોરો તો **डइ**, **अब**ને લંબ છે.

૪. **अब** એક આપેલી લીટી છે. અને **क** એક બહાર આપેલું બિંદુ છે; **अब** માં બે બિંદુઓ **ड** અને **इ** છે. **ड**,**इ** મધ્ય બિંદુ લઈ **डक**, **इक** ત્રિજ્યાથી બે વર્તુળો ઉલટી બાજુએ **प** માં છેદે તેમ દોરો. તો **कप**,**बअ**ને કાટખૂણે છેદશે.

૬. ∠**अबक**ને દુભાગી **बड** દુભાગનારી લીટીના **ड** બિંદુમાંથી **अब** ને **बक** ઉપર બે લંબ દોરો; તો આ લંબ સરખા છે.

૭. પ્રશ્ન ૬ ઠ્ઠામાં ∠**अबक** કાટખૂણો યા પહોળો ખૂણો લઈ કરો.

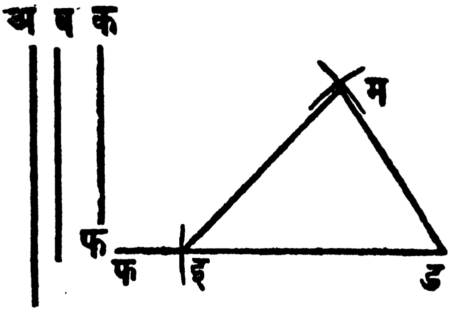
૮. વર્તુળના મધ્યબિંદુમાંથી ત્રિજ્યા ઉપર લંબ દોરો.

૯. એક ત્રિકોણમાં બે શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ દોરો. આ લંબ જે બિંદુમાં છેદે તેમાંથી ત્રીજી બાજુ ઉપર લંબ દોરી આ લંબ બાકીના શિરોબિંદુ તરફ લંબાવો.

§ ૨૧. ત્રિકોણ રચના; અને કોણ રચના.

સિદ્ધાંત ૩૦. કૃત્ય.

ત્રણ આપેલી લીટીની બરાબર બાજુવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવો.



अ,ब,क ત્રણ આપેલી લીટી છે તો **अ,ब,क**,ની બરાબર બાજુ હોય એવો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના—**डफ** કોઇ પણ લીટી લઈ તેમાંથી **अ=डइ** કાપો.

ड મધ્યબિંદુ લઈ **क** ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો; અને **इ** મધ્યબિંદુ લઇ **ब** ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો. આ બે વર્તુળ **म** માં છેદે છે. **मड**, **मइ** સાંધો. ત્યારે **मडइ** એક માગેલો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા—હવે Δ**मडइ** માં

डइ=अ; डम=क; मइ=ब છે. (રચના)

$\therefore$ **मडइ** માગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

નોટ ૧—મોટામાં મોટી બાજુ સૈાથી પહેલી દોરવી.

નોટ ૨—ત્રણ આપેલી લીટીમાંથી એક જો બીજી બેના સરવાળાથી મોટી અથવા બરાબર હોય તો ત્રિકોણ અશક્ય છે; કારણ કે દોરેલા વર્તુળો એક બીજાને ન છેદતાં મોટી લીટી પર એક બીજાની બહારનાં કે એકજ બિંદુમાં છેદશે. જુઓ સિદ્ધાંત ૧૮.

નોટ ૩—કોઈ પણ આકૃતિ માપ વિનાની દોરવાની હોય તો હંમેશાં મોટી આકૃતિ દોરવી; કારણ કે જે ભૂલ નાની આકૃતિમાં માલમ પડે તે મોટીમાં માલમ પડવી મુશ્કેલ છે.

પ્રશ્નો.

૧. મોટો ત્રિકોણ બનાવી તેની બરાબર બીજો ત્રિકોણ બનાવો.

૨. ૩·૧", ૪·૪", ૬·૨" ની બાજુવાળો એક ત્રિકોણ બનાવો.

૩. ૪·૩" ની બાજુ ઉપર એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવી તેના ખૂણા કુભાગી માપો.

૪. ૩·૫ સેં. મી. ના પાયા પર ૫·૩ સેં. મી. ની બાજુનો એક સમદ્વિબાજુ Δ બનાવો.

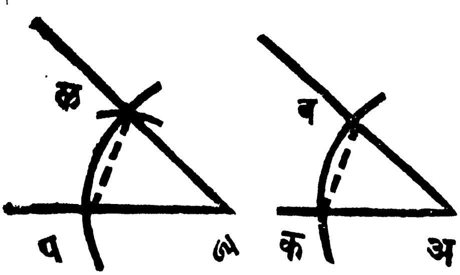
૫. ૬૦°, ૧૨૦°, ૩૦°ના ખૂણાવાળા Δ એ સાહિત્યની મદદ વિના બનાવો. (કંપાસ અને આંકણી વાપરવી.)

૬. પ્રશ્ન. ૫ માની આકૃતિના ખૂણાએ દુભાગો.

૭. ભૂમિતિથી અણજાણ્યો એક છોકરો પોતાની કલમના ૧·૦", ૨·૫", ૩·૬", લાંબાના ત્રણ કડકાથી એક ત્રિકોણુ બનાવવા બેઠો. ત્રિકોણુ બનાવો યા ભૂલ બતાવો.

સિધ્ધાંત ૩૧. કૃત્ય.

એક આપેલા ખૂણાની બરાબર એક આપેલી લીટીના બિંદુ આગળ એક ખૂણો કરવો.



अबक આપેલો ખૂણો છે, અને **डप** માં **ड** એક આપેલું બિંદુ છે, તો **डप**માં **ड** આગળ એક ખૂણો ∠**बअक** બરાબર કરવાનો છે.

રચના—**अ** મધ્ય બિંદુ લઇ કોઇ પણ વર્તુળ દોરી **अब=अक** કરો. **ड** મધ્યબિંદુ લઇ તેજ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરી **डप** ને **प**માં કાપો. અને **प** મધ્યબિંદુ લઇ **कब** ત્રિજ્યા લઇ આગળના વર્તુળને **ल**માં છેદે તેમ એક વર્તુળ દોરો. **कब, डल, पल,** સાંધો.

ત્યારે ∠**लडप**=∠**बअक** થશે.

સિધ્ધતા—Δबअक અને Δलडपમાં

वअ=डल, अक=डप, कव=पल (રચના)

∴ ∠अ=∆ड. (સિ૦ ૧૪.) ઈ૦ ઈ૦

પ્રશ્નો.

૧. એક સાંકડો ખૂણો કરી તેની બરાબર એક બીજો ખૂણો કરો.

૨. એક પહોળો ખૂણો કરી તેની બરાબર બીજો ખૂણો કરો.

૩. એક બાજુ પર એક સમદ્વિબાજુ કાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવો.

૪. ∠अबक=∠बकड બનાવો અને बड, कड જો म માં મળે તો मड, मक માપો.

૫. એક ∆ अबक ના ખૂણા બરાબર ખૂણાવાળો એક ∆ બનાવો.

૬. એક अबकड ચતુષ્કોણના ખૂણા બરાબર ખૂણાનો ચતુષ્કોણ કરો.

૭. अब=૨·૦"છે અને क બિંદુ ૦·૫" અંતરે ઉપર છે; क માંથી એવી લીટી દોરો કે अब સાથે તે ૫૦°નો ખૂણો કરે. કેટલી રચના થઇ શકશે?

૮. ૩·૫ સેં. મી. ના વ્યાસ ઉપર વર્તુળ દોરો. म મધ્ય બિંદુમાંથી मअ, मब પરિધ સુધી દોરો. ∠अमब માપો. પરિધ ઉપર કોઈ પણ प બિંદુ સાથે अ,ब સાંધો તો ∠अपब કેવડો?

૯. એકજ* બાજુ ઉપર આપેલાં प અને ल બિંદુમાંથી अब સુધી એવી બે લીટી દોરો કે તેઓ अब સાથે સરખા ખૂણા કરે.

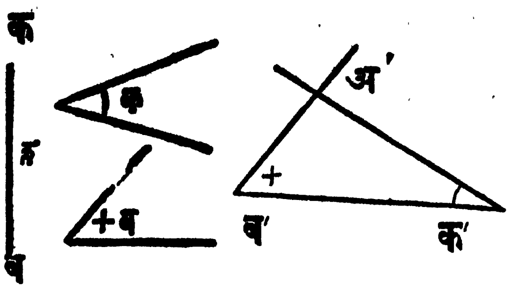
[નોટ–अब ઉપર पक લંબ દોરી पक લંબાવી पक=डक કરો. लड સાંધી अब ને જે બિંદુમાં लड છેદે તે બિંદુ प સાથે સાંધો.]

૧૦. प માંથી એવી એક લીટી દોરો કે अ,ब માંથી તેની ઉપર દોરેલા લંબ સરખા થાય. આ કયારે અશક્ય છે?

૧૧. अ બિંદુમાંથી એવી એક લીટી દોરો કે તે बकने ∥ થાય.

સિધ્ધાંત ૩૨. કૃત્ય.

બે ખૂણા અને તેની પાસેની બાજુ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.



ब,क આપેલા ખૂણા અને बक (અ) આપેલી બાજુ છે; તો ∠ब, ∠क, बक અંગવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના–ગમે તે લીટીમાંથી बक=ब'क' બનાવો.

ब'આગળ ∠ब=∠अ'ब'क' બનાવો અને
क' આગળ ∠क=∠ अ'क'ब' બનાવો. } (સિ. ૩૧)

ब'अ',क'अ'ને अ'માં મળવા દો.

ત્યારે अ'ब'क' માગેલો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા—Δअ'ब'क'માં

ब'क'=बक; ∠ब'=∠ब અને ∠क'=∠क છે; (રચના)

∴अ'ब'क' માગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

ઉપસિદ્ધાંત--બે ખૂણા અને તેમાંના એકની સામેની બાજુ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

પ્રશ્નો.

૧. अब=૫·૧ સેં. મી. ∠अ=૭૧°, ∠ब=૬૭° તો Δ બનાવી બીજાં અંગ માપો.

૨. बक ૨·૯", ∠ब=૪૦°, ∠क=૨૫° તો Δ બનાવો.

૩. कअ=૪·૭ સેં. મી., ∠अ=૩૨°, ∠क=૧૧૭° તો Δ બનાવો.

૪. અ=૩·૬", ∠ब=૧૧૨°, ∠क=૩૩°, તો Δ બનાવો.

નીચેનાં માપ પરથી Δઓ બનાવો:—

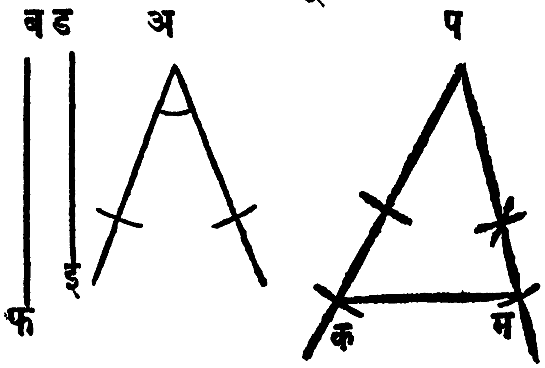
૫. ક=૩·૬" મી. Δअ=૬૭°; ∠क=૭૨°,

૬. બ=૫·૩ સેં. મી., ∠ब=૩૨°, ∠अ=૬૫°.

૭. ક=૬·૭ સેં.મી; ∠क=૩૨°, ∠अ=૧૧૨°.
૮. ક=૨·૧", ∠अ=૫૧°, ∠क=૯૦°.
૯. બ=૧·૯", ∠ब=૯૯°, ∠अ=૨૦°.
૧૦. અ=૫·૨ સેં.મી., ∠अ=૨૭°, ∠ब=૨૯°.

સિધ્ધાંત ૩૩. કૃત્ય.

બે બાજુ અને અંતર્ખૂણો આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.



बफ, डइ બે આપેલી લીટી છે અને **अ** એક આપેલો અંતર્ખૂણો છે; તો એ અંગવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના—કોઇ પણ લીટીમાંથી **बफ=पक** કરો અને **प** આગળ ∠अ=∠**मपक** કરો. (સિ૰ ૩૧.)
અને **डइ=पम** કરો. **मक** સાંધો. ત્યારે **मपक** માગેલો Δ થશે.

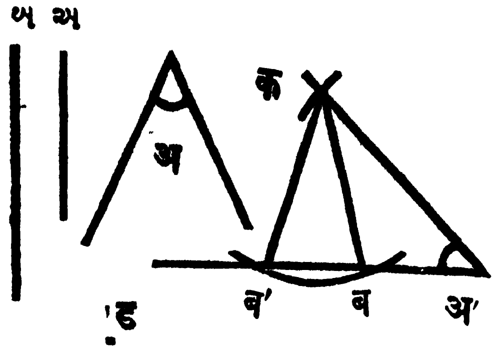
સિદ્ધતા—Δ**मपक**માં
पक=बफ; पम=डइ; ∠प=∠अ (રચના)
∴ Δ**मपक** માગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ૰ કૃ૰

પ્રશ્નો.

૧. અ=૨·૧", બ=૩·૩", ∠क=૭૫° તો Δ બનાવો.
૨. બ=૩·૭ સેં. મી., ક=૫·૬ સેં. મી., ∠अ=૫૨°તો Δ કરો.
૩. ક=૫·૧ સેં. મી., અ=૮·૨ સેં. મી, ∠ब=૧૧૨° તો Δ કરો.
૪. અ=૩·૦", બ=૨·૧", ∠क=૯૦° તો Δ બનાવો.

સિધ્ધાંત ૩૪. કૃત્ય.

બે બાજુ અને તેમાંની એકની સામેનો ખૂણો આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણુ બનાવવો.



બ, અ, બે આપેલી બાજુ છે અને અ ની સામેનો ખૂણો **अ** આપેલો છે તો એક ત્રિકોણુ બનાવવાનો છે.

રચના-**अ'ड** લીટીમાં **अ'** આગળ ∠**अ**=∠**अ'** કરો; (સિ. ૩૧) અને બ=**अ'क** કરો. **क** મધ્યબિંદુથી અ ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. જો આ વર્તુળ **अ'ड**ને **ब'** અને **ब**માં છેદે તો **अ'कब'**, **अ'कब** Δઓ આપેલા પક્ષ ઉપરથી થશે.

∵ **अ'कब**Δમાં

∠**अ'**=∠**अ**
अ'क=બ
અને **बक**=અ

અને

∵ **अ'कब'**Δમાં

∠**अ'**=∠**अ**
अक'=બ
कब'=અ

અને

बअ'क, **अ'कब** માગેલા ત્રિકોણો છે. કૃ૦ કૃ૦

નોટ—**क**માંથી **अ'ड** ઉપર લંબ દોરી હોય અને તેટલીજ લંબાઇની અ હોય તો એકજ ત્રિકોણુ થશે. ∵ ∠**ब'**=૯૦°=∠**ब**. વળી જો **कल** લંબ હોય તો **कल** અંતર (**क**નું **अ'ड**થી) ઓછામાં ઓછું છે. તેથી જો અ, **कल**થી ઓછી હોય તો કોઇ પણુ ત્રિકોણુ થશે નહિ. કારણુ કે અ ત્રિજ્યાથી દોરેલો વર્તુળ **अ'ड**ને મળશે નહિ. જ્યારે બે ત્રિકોણો થાય છે ત્યારે આ સિદ્ધાંતને **અનિશ્ચિત ત્રિકોણુ રચના** કહે છે.

તેમજ અનિશ્ચિત ત્રિકોણ બનાવવાને માટે અ, બથી ઓછી અને **कल** લંબથી વધારે હોવી જોઇએ કારણ કે જો અ, બથી મોટી હોય તો વર્તુળના બન્ને છેદનબિંદુઓ **अड** ઉપર ∠**अ**' તરફ ન પડતાં વિરૂદ્ધ બાજુએ પડશે એટલે એકજ Δ થશે.

પ્રશ્નો.

૧. ઉપરના સિદ્ધાંતમાં અ, બ થી ઓછી હોય અને
(૧) અ, લંબથી ઓછી હોય,
(૨) અ, લંબ બરાબર હોય,
(૩) અ, લંબથી મોટી હોય,
} ત્યારે આકૃતિ દોરો.

૨. અ, બ થી મોટી હોય ત્યારે આકૃતિ કાઢો.

૩. અ =બ હોય ત્યારે આકૃતિ કાઢો.

૪. ક=૨·૧", બ=૧·૭" અને ∠**ब**=૩૫° ત્યારે ત્રિકોણ દોરો.

૫. ક=૫·૦ સેં. મી., બ=૩·૦ સેં. મી. અને ∠**ब**=૩૫° ત્યારે Δ દોરો.

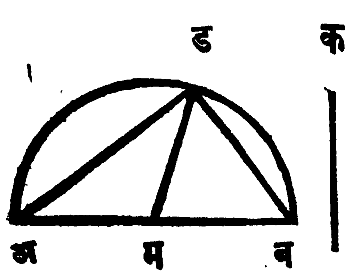
૬. બ=૩·૭", અ=૨·૧" અને ∠**अ**=૪૨° ત્યારે ત્રિકોણ દોરો.

૭. Δ**अबक** અને Δ**डइफ**માં **अब**=**डइ**, **अक**=**डफ** અને ∠**ब**= ∠**इ** છે. બતાવો કે આ ત્રિકોણો સરખા હોય કે ન હોય.

* ઉપલી આકૃતિઓમાં જ્યાં અનિશ્ચિત ત્રિકોણ હોય ત્યા કારણ આપો.

સિદ્ધાંત ૩૫. કૃત્ય.

કર્ણ અને એક બાજુ આપ્યાં હોય તો કાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવવો.



क એક બાજુ અને **अब** કર્ણ છે.

ત્યારે એક કાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના—**अब** ને **म**માં દુભાગી **म** મધ્ય બિંદુ લઈ **अम** ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો.

અ મધ્ય બિંદુ લઇ **क** ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળ આગળના વર્તુળને **ड**માં છેદે છે. **डअ**, **डम**, **डब** સાંધો.

ત્યારે **अडब** માંગેલો ત્રિકોણ થશે.

સિધ્ધતા—**अडम**Δ માં **मअ=मड** ∴ ∠**अ**=∠**मडअ** } અને **बडम**Δ માં **मब=मड** ∴ ∠**ब**=∠**मबड** }

∴ ∠**अडब**=∠**अ**+∠**ब**

∴ **अडब** એક કાટખૂણ Δ છે. (સિ૦ ૭ ઉપ૦)

અને તેમાં **अब** કર્ણ છે અને **अड**=**क**

∴ **अडब** માગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાંત ૩૫માં માગેલા Δઓ **अब** ઉપર કેટલા થઇ શકે?

૨. અર્ધ વર્તુળમાંનો ખૂણો એક કાટખૂણો છે.

૩. **डप**, **अब** ઉપરના લંબ હોય તો Δ**अडप**,Δ**बडप** અનેΔ**अडब** અરસપરસ સમકોણ છે.

૪. એક વર્તુળમાં ૩.૭" કર્ણ અને ૧.૨" બાજુના બે કાટખૂણ ત્રિકોણો ચારે પાસે મૂકી એક લંબ ચોરસ બનાવો.

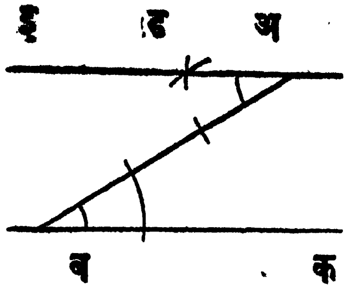
૫. એકજ બાજુ ઉપર ને એકજ કર્ણ ઉપર બે સરખા કાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવી તેનાં શિરોબિંદુ સાંધી એક લંબ ચોરસ બનાવો.

---

§૨૨. સમાન્તર લીટી દોરવાનું; અને લીટીના સરખા ભાગ.

સિધ્ધાંત ૩૬. કૃત્ય.

એક આપેલા બિંદુમાંથી એક આપેલી લીટીની સમાન્તર લીટી દોરવાની.



बक એક આપેલી લીટી અને अ એક આપેલું બિંદુ છે. ત્યારે अમાંથી बक ∥ એક લીટી દોરવાની છે.

રચના—अब સાંધી, अ આગળ ∠ बअड, ∠ अबक બરાબર કરો. (સિ૰ ૩૧)

અને अड ને इ સુધી લંબાવો. ત્યારે अइ ∥ बक થશે.

સિદ્ધતા—अइ અને बक લીટીને बअ લીટી મળે છે,

અને વ્યુત્ક્રમ ∠डअब=વ્યુત્ક્રમ ∠अबक કરે છે.

∴ अइ ∥ बक છે. (સિ૰ ૪) ક્ટૂ૰ ક્ટૂ૰

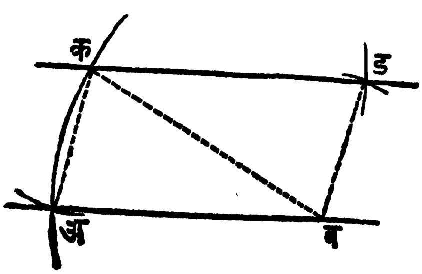
પ્રશ્નો.

૧. अब=૪·૫ સેં. મી. અને ∠बअक=૬૦°; कમાંથી अब ∥ कड દોરો; અને कड=૪·૫ સેં.મી. છે; डब સાંધો; अक, डब, ∠क, ∠ब માપો.

૨. ૧·૫" ત્રિજ્યાનો એક વર્તુળ દોરો; अब વ્યાસની બન્ને બાજુએ ड અને इ ૧" છેટે છે. ड,इમાંથી બે જ્યા∥ વ્યાસ દોરો અને તેને માપો.

૪. ∠बअक=૪૫° અને बअ=अक=૩·૫" છે. कड ∥ अब; અને बड ∥ अक દોરો. अड,बक, म માં છેદે તો मअ, मब, मक, मड માપો.

૪. સમાન્તર લીટી દોરવાને નીચેની રચના અજમાવો:—



अब આપેલી લીટી છે અને क આપેલું બિંદુ છે. अबમાં ब ગમે તે બિંદુ લો અને ब મધ્ય બિંદુ લઇ बक ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. क મધ્યબિંદુ અને कब ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો; ब મધ્યબિંદુ લઇ

अक ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. બે વર્તુળો **ड**માં છેદે તો **कड**||**अब**,

૫. વ્યાવહારિક કામમાં કેવી રીતે સમાન્તર લીટી દોરશો?

૬. ૨:૧ ના પ્રમાણમાં બાજુઓ હોય એવો એક લંબ ચોરસ બનાવો.

૭. ૪",૩",૧·૫" ની બાજુનું એક સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમ કરો.

૮. એક બાજુ અને એક કર્ણ ૨·૪" અને ૪·૨"છે તો લંબ ચોરસ કરો.

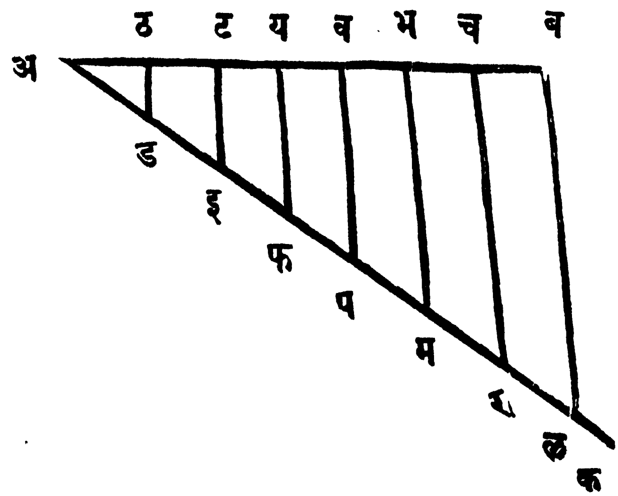
૯. બે કર્ણો અને અંતર્ખૂણો ૪·૦",૬·૦" અને ૭૫° છે તો સ. ચ કરો.

૧૦. ૪·૦" પાયા ઉપર ૨·૧" ઉંચાઇનો ૫૫° ખૂણાવાળો એક સ૦ ચ૦ બનાવો.

૧૧. સિદ્ધાંત ૩૬ ની આકૃતિમાં **अल** લંબ દોરો અને **अ** તરફ **बफ** લંબ (**अल**) દોરો તો **फअ**, **बक** ની સમાન્તર છે.

સિદ્ધાંત ૩૭. કૃત્ય.

કોઈ સીધી લીટીના સરખા ભાગ કરવા.



अब એક આપેલી લીટી છે અને તેના (ધારો કે) સાત સરખા ભાગ કરવાના છે.

રચના—**અબ**ની સાથે કોઇ પણ લીટી ખૂણો કરે તેમ **અક** દોરો.

અક ઉપર અનુક્રમે સાત સરખા ભાગ **અડ**, **ડઇ**, **इफ**, **फप**, **पम**, **मर**, **रल** કરો; **बल** સાંધો.

અને **लब** || **रच**, **मभ**, **पव**, **फय**, **इट**, **डठ** દોરો. (સિ૦ ૩૬) ત્યારે **અબ**ના સાત સરખા ભાગ થશે.

સિદ્ધતા—**અક**ને છેદી સમાન્તર લીટીઓ **અલ**ના

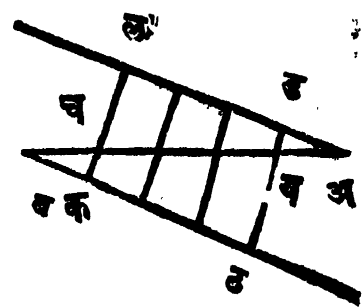
अड, **डइ**, **इफ**, **फप**, **पम**, **मर**, **रल**, સરખા ભાગ કરે છે.

∴ તેજ સમાન્તર લીટીઓ **અબ**ના પણ

अठ, **ठट**, **टय**, **यव**, **वभ**, **भच**, **चब**, સરખા ભાગ કરે છે. (સિ૦ ૨૩)

એજ પ્રમાણે **અબ**ના ગમે તેટલા સરખા ભાગ થઇ શકે છે. કૃ૦ કૃ૦

સિદ્ધાંત ૩૭ની દ્વિતીય રચના.



અબની સાથે ખૂણો કરતી **અલ** લીટી દોરો અને **बठ** || **अल** દોરો.

अल, **बठ**ના બતાવ્યા પ્રમાણે ચાર ચાર સરખા ભાગ કરો.

અને બતાવ્યા પ્રમાણે સાંધો ત્યારે **અબ**ના પાંચ સરખા ભાગ થશે.

∵ **डठ**. **लक** વગેરે || છે.

∴ **અલ**ના ચાર સરખા ભાગ થાય છે અને **बठ** ના પણ ચાર સરખા ભાગ થાય છે.

∴ **અબ** ના પાંચ સરખા ભાગ થાય છે. કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧. એક લીટીના પાંચ સરખા ભાગ આકારે કરી સરખાવો.

૨. ૪'૭" લીટીના ૬ સરખા ભાગ કરો.

૩. ૧૧'૦ સે. મી. લીટીના સાત સરખા ભાગ કરો.

૪. એક આખી લીટીમાંથી તેનો $\frac{1}{5}$ ભાગ કાપો.

૫. એક લીટીને લંબાવી ૧$\frac{૪}{૬}$ ગણી બનાવેા.

૬. એક લીટીને લંબાવી ૧˙૩ ગણી બનાવેા.

૭. એક લીટીમાંથી ˙૭ ભાગ કાપેા.

૮. એક લીટીને ૩:૯ ના પ્રમાણમાં કાપેા.

૯. એક લીટીને ભાગેા, અને તેના ભાગનું પ્રમાણ કહેા.

નિધાન અથવા કક્ષા.

ધારેા કે **प** બિંદુ એવું છે કે તે હમેશાં ગમે તે સ્થિતિમાં એક મુકરર **म** બિંદુથી ૫" અ તરે રહે છે. હવે **प** બિંદુની જુદી જુદી સ્થિતિએા નક્કી કરી પાસે પાસેનાં બિંદુએા જોડીએ તેા જે લીટી થશે તે લીટી ઉપરનું દરેક બિંદુ **म** થી ૫" અંતરે હેાવુંજ જોઇએ; માટે આવી લીટીને **म** થી ૫" અંતરે રહે એવા બિંદુનું **નિધાન** યા **કક્ષા** કહે છે. વળી **अ** બિંદુ એવું છે કે એક આપેલી લીટી **बक** થી હંમેશાં ૩-૧ સેં. મી. ને અંતરેજ રહે છે. તેથી **अ** ની જુદી જુદી સ્થિતિએા નક્કી કરી તેમાંથી જે લીટી દેારીએ તે **अ**નું **बक** ના સંબંધમાં નિધાન કહેવાય છે. એજ પ્રમાણે **अ** અને **ब** એ બિંદુથી સરખે અંતરે જે બિંદુ **क** હંમેશાં રહે છે તેનું નિધાન પણ નીકળી શકે. કારણ કે જો **क** ની જુદી જુદી સ્થિતિ નીકળી શકે તેા એ બિંદુને સાંધનારી લીટી તે નિધાન છે.

વ્યાખ્યા—કેાઈ પણ આપેલી શરત પુરી કરી જુદી જુદી સ્થિતિમાં જઈ એક બિંદુ જે લીટી નક્કી કરે તે બિંદુનું **નિધાન** યા **કક્ષા** કહેવાય છે.

ઉપરથી સ્પષ્ટ થશે કે નિધાન રચનામાં નીચેની બાબતેા જરૂરની છેઃ—

(૧) ચેાક્કસ આપેલી લીટી યા બિંદુ;

(૨) એક જુદી જુદી સ્થિતિમાં ફરતું બિંદુ;

(૩) આપેલી ચેાક્કસ શરત અને

(૪) ખસતું બિંદુ જે લીટી દેારે તે લીટી.

ઉપરની વ્યાખ્યામાં "જે લીટી દેારે તે " શબ્દેામાં "લીટી" એટલે

"વક્ર યા સીધી લીટી", "એક યા વધારે લીટી" બન્ને અર્થ સમજવા.

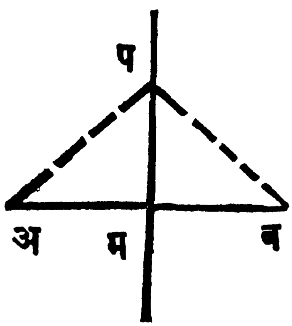
વળી કોઈ પણ નિધાન કાઢતી વેળા બતાવવું જોઇએ કે એવી લીટીનું કોઇ પણ બિંદુ આપેલી શરત પુરી કરે છે; અને તે લીટીની બહારનું કોઈ પણ બિંદુ આપેલી શરત પુરી કરતું નથી પણ આ દ્વિતીય સિદ્ધતા વધારે સહેલી હોવાથી વિદ્યાર્થીને માટે પ્રશ્ન તરીકે રહેવા દીધી છે.

---

§ ૨૩. નિધાન રચના; અને કૌંસને દુભાગવાનું.

સિધ્ધાંત ૩૮. કૃત્ય.

એક બિંદુ એવી રીતે ખસે છે કે તેનાં અંતરો બે આપેલાં બિંદુથી હંમેશાં સરખાં છે તો તે બિંદુનું નિધાન કાઢવું.



अ,ब બે આપેલાં ચોક્કસ બિંદુઓ છે અને **प** એવું બિંદુ છે કે **अ,ब** થી તેનાં અંતરો હમેશાં સરખાં રહે છે. ત્યારે **प** નું નિધાન કાઢવાનું છે.

अब લીટીનું મધ્યબિંદુ **म**, **अ,ब** થી સમાન અંતરે છે.

∴ **म,प** ની એક સ્થિતિ છે.

ધારો કે **प** એ ખસતા બિંદુની એક બીજી સ્થિતિ છે.

તેથી **पअ=पब**. **पम** સાંધો.

હવે **पअम** અને **पबम** △ એમાં

पअ=पब અને **पम** સામાન્ય છે; અને **मअ=मब** છે.

∴ ∠**पमअ**=∠**पमब** ∴ **पम**, **अब**ને લંબ છે, (સિ૦ ૧૪.)

એટલે **प**, જે **अ,ब** થી સરખે અંતરે છે તે **अब**ના દુભાગનાર લંબ ઉપર છે.

એજ પ્રમાણે **मप** ઉપર ગમે તે બિંદુ લઇએ તો તે **अ,ब** થી સમાન અંતરે છે.

∴ **મપ**, એ **અ**,**બ** થી હંમેશાં સરખે અંતરે રહેતા **પ** નું નિધાન છે.
કૃ૦ કૃ૦

નોટ–ઉપલી પ્રતિજ્ઞા નીચે પ્રમાણે પણ મૂકી શકાય છેઃ–

(૧) બે સ્થિર બિંદુથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન કાઢવું.

(૨) બે સ્થિર બિંદુથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન તે બે સ્થિર બિંદુઓને જોડનારી સીધી લીટીનો દુભાગનાર લંબ છે.

પ્રશ્નો.

૧. એક આપેલા બિંદુથી ૨·૧"ને અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન કાઢો.

૨. ઘડિઆળના મીનીટ કાંટાની અણીનું નિધાન શું? કલાક કાંટાની અણીનું નિધાન શું?

૩. અવાજ ૧"માં ૩૮૦ ફુટ જાય તો એક સેકન્ડે જે લોકો અવાજ સાંભળે તેનું નિધાન શું? [યોગ્ય સ્કેલ લેવું.]

૪. એક આંકણીને કાગળ ઉપર રાખી ગોળ ફેરવીએ તો તેની ધરીનું નિધાન શું? તેના છેડાના મધ્ય બિંદુનું નિધાન શું?

૫. એક રસ્તાની કોરેથી સરખે અંતરે એક માણસ જાય તો તેનું નિધાન શું?

૬. એક બારણાને ઉઘાડીએ તો તેની ધરીનું નિધાન શું?

૭. બે રૂપીઆને ટેબલ ઉપર સાથે રાખી એકને સ્થિર કરી બીજાને કોરની અડોઅડ ફેરવીએ તો તેના મધ્ય બિંદુનું નિધાન શું?

૮. એક વર્તુળાકાર રસ્તાની કોરથી એક વાર છેટે એક ટપાલી દોડે તો તેનું નિધાન શું?

૯. એક પથરો હાથમાંથી જમીન ઉપર પડતો મૂકયો હોય તો તેના ગુરૂત્વબિંદુનું નિધાન શું?

૧૦ એક બિંદુ એવું છે કે તે બે આપેલી કાટખૂણે છેદતી લીટીમાંની એકથી બીજીથી બમણે અંતરે રહે છે તો તેનું નિધાન શું?

૧૧. એક આંકણીનો એક છેડો જમીન પર છે અને બીજો છેડો

દિવાલ ૫૨ છે અને જો છેડા હમેશાં એ પ્રમાણે રાખી આંકણીને ખસેડીએ તો તેના મધ્યબિંદુનું નિધાન શું ?

૧૨. પ્રશ્ન ૧૦મા માં ખસતું બિંદુ એકથી બીજીથી ત્રણગણે અંતરે રહે તો તેનું નિધાન શુ ?

૧૩. એક બિંદુ એવું છે કે તેનાં અંતરોનો સરવાળો બે કાટખૂણે છેદતી લીટીઓથી ૫·૦″ છે તો તેનું નિધાન શું ?

૧૪. પ્રશ્ન ૧૩મા માં બાદબાકી ૨·૦″ રહે તો છેનું નિધાન શું ?

૧૫. ત્રણ આપેલાં બિંદુથી સરખે અંતરે છે એવું બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૬. એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે **अ** થી ૪·૦″ અને **ब** થી ૪·૫″ છેટે છે.

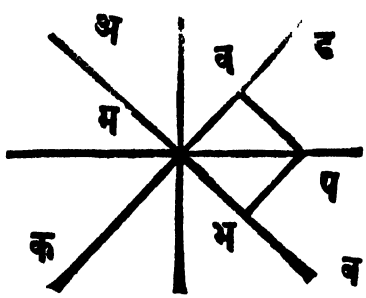
૧૭. એક આપેલા વર્તુળથી અંતર ૨·૪″ રાખે એવા બિંદુનું નિધાન કાઢો.

૧૮. **अब** થી સરખે અંતરે આવેલું એક બિંદુ **पक** ઉપર છે તો તે બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૯. **अ** બિંદુ **बक** લીટીથી ૩·૧″ છેટે હંમેશાં રહે છે તો તેનું નિધાન કાઢો.

સિધ્ધાંત ૩૯. કૃત્ય.

બે આપેલી અરસપરસ છેદતી સીધી લીટીથી સરખે અંતરે આવેલા બિંદુનું નિધાન કાઢવું.



અબ, કડ બે સીધી લીટી **મ**માં છેદે છે અને **પ**, એવું બિંદુ છે કે તેનાં અંતર **અબ, કડ**થી હંમેશાં સરખાં છે; તો તેનું નિધાન કાઢવાનું છે.

મ, અબ, કડ બન્ને ઉપર છે તેથી બન્નેથી તેનું અંતર શૂન્ય છે.

∴ **મ, પ** ની એક સ્થિતિ છે.

ધારો કે **પ** બીજી સ્થિતિ છે. ∴ **મબ=પમ. પમ** સાંધો.

હવે △ **પબમ** અને △**પભમ** માં

મપ કર્ણ છે અને **પબ=પભ** અને ∠**બ**=∠**ભ**=૯૦° છે.

∴ **પ**, ∠**ડમબ**ને દુભાગનાર લીટી ઉપર છે. (સિ૦ ૧૫)

અને એજ પ્રમાણે **પ**, ∠ **અમડ**ને દુભાગનાર લીટી ઉપર પણ છે.

∴ **પ, મ** આગળના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ ઉપર છે અને **પ**, ગમે ત્યાં આવે તો પણ **પબ=પભ** છે.

∴ આ ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓની જોડ એ બિંદુનું નિધાન છે.

કૃ૦ કૃ૦

નોટ—ઉપલી પ્રતિજ્ઞા નીચે પ્રમાણે પણ આવી શકે છે:-

(૧) એક બીજીને છેદતી બે સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન બે આપેલી લીટીની વચ્ચેના ખૂણાઓને દુભાગનાર લીટીની જોડ છે.

(૨) એક બીજીને છેદતી બે સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન કાઢવું.

નિધાન ઉપર નોટ,

બે આપેલી લીટીઓથી એક બિંદુ ૪'૧" ને છેટે છે તો તે બિંદુ શોધી કાઢો.

(૧) ધારો કે **અમબ, કમડ** બે આપેલી લીટી **મ**માં છેદે છે.

अमबથી ૪'૧" ને છેટે આવેલાં બિંદુઓનું નિધાન કાઢો.

कमडથી ૪'૧" ને છેટે આવેલાં બિંદુઓનું નિધાન કાઢો.

આ બે નિધાન એક બીજાને ૪ જુદી જુદી જગ્યાએ છેદે છે માટે આ ચાર બિંદુઓ માગેલા બિંદુની સ્થિતિ છે.

(૨) ધારો કે **अब** ‖ **कड** છે.

(અ) **अब**થી ૪'૧" છેટે આવેલાં બિંદુનું નિધાન કાઢો.

कडથી પણ ૪'૧" છેટે આવેલાં બિંદુની નિધાંન કાઢો.

अब ‖ **कड** છે ∴ આ નિધાન પણ ‖ છે અને બિંદુ અશક્ય છે.

(૩) પણ **अब** અને **कड**નું અંતર ૮'૨" હોય તો આ બન્ને નિધાનો એક બીજા ઉપર મળી જશે અને માગેલું બિંદુ આ એક મળી જતી લીટી ઉપર છે.

ટીપ. આ પ્રમાણે જ્યારે કોઇ રચના નિધાનરચના સાથે સંબંધ ધરાવતી હોય ત્યારે સઘળી જુદી શરતો લઈ નિધાનો કાઢવાં અને આ બધી શરતોને એકઠી કરી લઇ નિધાનોને અરસપરસ છેદતાં કરવાં. આ છેદનબિંદુ એક નહિ પણ તેથી વધારે શરતો પુરી કરે છે. એમ એજ પ્રમાણે માગેલી રચના થઇ શકે છે.

નિધાન છેદનમાં વિદ્યાર્થીને ખાસ લક્ષમાં રાખવાનું છે કે આપેલો પક્ષ શું છે; અને કેટલા જુદા જુદા ભાગ થઈ શકે છે; આ ભાગનાં કયાં કયાં નિધાન છે; અને આ નિધાનોને એકઠાં કરવાથી શું પરિણામ આવે છે; આ પ્રમાણે કરતાં પ્રશ્નોની રચના સહજ નીકળી આવશે. કોઈ કોઈ વખતે એક કરતાં વધારે રચના પણ આવે છે અને તે દરેક રચના અવશ્યની છે; તેમજ કોઈ વખતે રચના અશક્ય છે અને તેનું કારણ એવું હશે કે આપેલી શરતો સિવાયની બીજી કોઇ સ્વતંત્ર શરત રહી જતી હશે. બધા પ્રશ્નોમાં ઉપર કહ્યા પ્રમાણે રચના તેમજ સિદ્ધતા આપવી અવશ્યની છે. અને તે સિવાય પ્રશ્નો પૂર્ણ થયા કહેવાય નહીં.

પ્રશ્નો.

૧. કોઇ પણ ખૂણાને દુભાગનારી લીટી ઉપરનું કોઇ પણ બિંદુ શાખા લીટીઓથી સમાન અંતરે છે.

૨. **अ** એક સ્થિર બિંદુ અને **बक** એક સ્થિર લીટી છે. **प**, **बक** ઉપર ખસે છે; **अप** લંબાવતાં તેની ઉપર **पड=अप** તો **ड** નું નિધાન એક સમાન્તર લીટી છે.

૩. ૬૭° ને ખૂણે બે લીટીઓ દોરી એકથી ૩·૪ સેં.મી. અને બીજીથી ૨·૫સેં.મી. દૂર રહે તે બિંદુ શોધી કાઢો.

૪. એક આપેલા બિંદુથી અને એક આપેલી લીટીથી ૪·૦" દૂર રહેતું બિંદુ શોધી કાઢો. આ કયારે અશકય છે?

૫. **अ**,**ब**થી ૪·૪" દૂર છે. એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે **अ**થી ૫·૦" અને **ब**થી ૫·૯" દૂર હોય. કેટલા બિંદુ નીકળશે?

૬, એક વર્તુળમાં **अ** ને **ब** બિંદુ છે. તો વર્તુળ ઉપર **अ**,**ब**થી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુ શોધી કાઢો.

૭. **कब**,**कड** થી સરખે અંતરે આવેલું બિંદુ **पम** ઉપર શોધી કાઢો.

૮. **अ**,**ब**થી ૬·૦ સેં.મી. દૂર છે તો **क** એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે **अ**થી ૪·૦ સેં.મી. અને **ब**થી ૫·૦ સેં. મી. દૂર હોય.

૯. **अब**થી ૪·૦ સેં.મી, દૂર અને **कड**થી ૫·૦ સેં. મી. દૂર આવેલાં બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૦. એક આપેલી કર્ણ ઉપર દોરેલા કાટખૂણ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુનું નિધાન કાઢો.

૧૧. ૪·૧" બાજુવાળા સમબાજુ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુથી ૩·૫" દૂર પાયા ઉપર બિંદુઓ શોધી કાઢો. તેનું અરસપરસ અંતર માપો.

૧૨. ૬·૭" બાજુવાળા સમબાજુ Δ ની બાજુથી ૪·૧" દૂર આવેલું બિંદુ પાયા ઉપર શોધો; પાયાના બે ભાગને માપો.

૧૩. **अबक** સમદ્વિબાજુ Δ ની **अब** બાજુ ઉપર **प** બિંદુ

શોધો કે જે **બક** (પાયો) અને **અક** થી સરખે અંતરે હોય. બતાવો કે **અપ=કપ=કબ** છે.

૧૪. કોઇ પણ ત્રિકોણના પાયા ઉપર એવું બિંદુ શોધો કે જે બન્ને બાજુથી સરખે અંતરે હોય.

૧૫. ૪.૦" વ્યાસ ઉપરના વર્તુળમાં વ્યાસની ‖ એક લીટી દોરો; આ બે લીટીથી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુઓ કાઢો.

૧૬. એક વર્તુળમાં **અબ**, વ્યાસ અને **અક**, એક જ્યા છે. પરિધ ઉપર **અબ**, **અક**થી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુ શોધો.

૧૭. પ્રશ્ન ૧૬માં **અબ**, **અક** ને લંબાવેલી લીટીથી સરખે અંતરે પરિધ ઉપર આવેલું બિંદુ શોધો.

૧૮. **અ** એક સ્થિર બિંદુ છે અને **બક** ઉપર **ड** એક ખસતું બિંદુ છે; તો **अड** ના મધ્ય બિંદુનું નિધાન કાઢો.

૧૯. **अ** એક સ્થિર બિંદુ છે અને **ड** એક આપેલા પરિધ ઉપર છે. તો **अड** ના મધ્ય બિંદુનું નિધાન કાઢો.

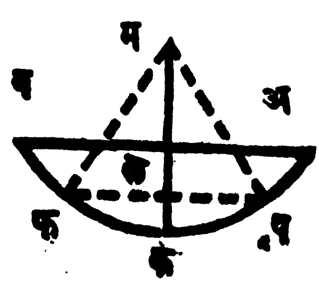
સિદ્ધાંત ૪૦. કૃત્ય.

વર્તુળના આપેલા કૌંસને દુભાગવું.

अकब એક આપેલું કૌંસ છે અને તેને દુભાગવાનું છે.

રચના—अब ને સાંધી તેને **ड** માં દુભાગો. (સિ૰ ૨૭) અને **डम**, **अब**ને ⊥ દોરી, **मड**ને લંબાવી કૌંસને **क**માં છેદવા દો.(સિ.૨૮)

ત્યારે **अबक** કૌંસના **क** માં બે સરખા ભાગ થશે.



સિદ્ધતા—**अ,ब** થી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુનું નિધાન **मक** છે. [સિ૦ ૩૮]

∴ જે વર્તુળનું **अकब** કૌંસ છે તેનું મધ્યબિંદુ પણ **मड**માં છે.

ધારો કે **म** મધ્યબિંદુ છે. ∴ **मडक** એક વ્યાસ લીટી છે.

વળી **पफ** જેવી કોઈ પણ જ્યા **मक**ને કાટખૂણે દોરી હોય તો

Δ**मपल** ≡ Δ**मफल** [સિ૦ ૧૫]

∴ **पल=फल.**

હવે **पफ** જ્યા **अब**ની નીચે ગમે ત્યાં લીધી હોય તો પણ **पल=फल.**

∴ **अकब** કૌંસ **मकड** ની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે.

∴ કૌંસ અને **मडक**નું સામાન્ય બિંદુ **क**, **अकब** કૌંસનું મધ્યબિંદુ છે.

∴ **अकब** કૌંસના બે સરખા ભાગ **क**માં થયા છે. કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧. મધ્ય બિંદુ આગળ ૩૦°નો ખૂણો કરે એવા કૌંસને દુભાગો.

૨. એક અર્ધ વર્તુળને દુભાગો.

૩. એક અર્ધ વર્તુળથી ઓછા કૌંસને દુભાગો.

૪. એક અર્ધ વર્તુળથી મોટા કૌંસને દુભાગો.

૫. ૩'૪" ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૪૫°નો ખૂણો કરે એવા કૌંસને દુભાગો.

૬. ૬'૨ સેં.મી. ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્ય બિંદુ આગળ ૬૨°નો ખૂણો કરે એવા કૌંસને દુભાગો.

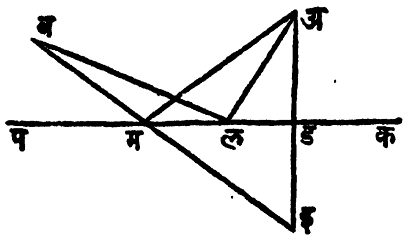
૭. એક કૌંસના ચાર સરખા ભાગ કરો; આઠ સરખા ભાગ કરો.

પરિશિષ્ટ **अ**, § ૨૪. થોડાકની પ્રશ્નોની સિદ્ધતા.

પ્રશ્ન ૧લો.

अ, ब બિંદુમાંથી पक સીધી લીટી સુધી એવી બે

સીધી લીટી દોરો કે તેનો સરવાળો સૌથી ન્યૂન પરિમાણનો હોય.



(૧) ધારો કે **अ**, **ब** આપેલી લીટીની એકજ બાજુએ છે. **अड** ⊥ **पक** દોરો અને **अड** લંબાવી **अड**=**इड** કરો. **पक**માં કોઇ પણ બિંદુ **ल** લો. **अल**, **बइ**, **बल** સાંધો; અને **बइ**, **पक** ને **म** માં છેદે છે.

∵ Δ**मडअ** ≡ Δ**मइड**, ∴ **मअ**=**मइ**,

∴**बम** + **मअ**=**बइ**. વળી **बलइ** Δમાં

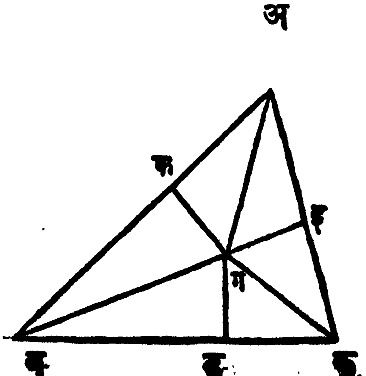
बल + **लइ** > **बमइ** એટલે, >**बम** + **मअ**

∴ **म** માંગેલું બિંદુ છે.

(૨) જ્યારે **अ**,**ब**, **पक** ની વિરૂદ્ધ બાજુએ હોય તો સ્પષ્ટ છે કે **अब**, જો **पक** ને **म** માં છેદે તો **बम**, માગેલું બિંદુ છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૨ જો.

ત્રિકોણના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ એક બિંદુ ગામી છે.



अबक Δ ના ∠ **ब**, ∠ **क** ને **बग**, **कग** થી દુભાગો. **गअ** સાંધો.

गइ, **गड**, **गफ**, ⊥ બાજુઓ પર દોરો.

∵ ∠ **गब**, ∠ **ब** ને દુભાગે છે.

∴ गड=गफ. અને ∵ गक. ∠ क ને દુભાગે છે.

∴ गड=गइ ∴ गइ=गफ=गड.

વળી अफग △ અને अइग △ માં अग સામાન્ય છે;

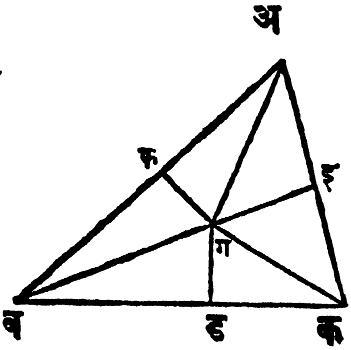
અને गफ=गइ; અને ∠फ=∠इ=૧ L

∴ गअ, ∠ अने દુભાગે છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૩ જો.

ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લંબ એક બિંદુગામી છે.

અ, બ, ક ના ड, इ, फ, મધ્ય બિંદુ છે. इग ⊥ अक અને फग ⊥ अब દોરો. આ લંબ गમાં મળવીજ જોઇએ, કારણ કે જો ન મળે તો તેઓ ∥ છે અને ∴अब ∥ अक (?) પણ એ અશક્ય છે.



∴ इग, फग, गमां છેદે છે. गड સાંધો.

गअ, गब, गक સાંધો.

गफ, अबने ⊥ દુભાગનાર છે. ∴ गअ=गब

અને તેજ પ્રમાણે गअ=गक ∴गअ=गब=गक.

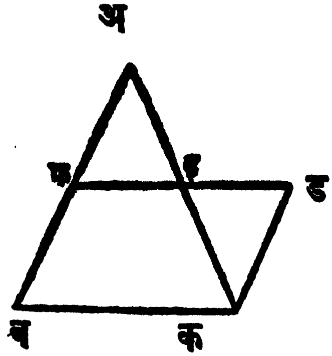
અને ∴ △ गबड ≡ △ गकड

∴ गड ⊥ बक છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૪ થો.

એક ત્રિકોણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી સીધી

દોરેલી લીટી ત્રીજી બાજુની સમાન્તર અને અર્ધી છે.



अबक Δ ની **अब, अक** નાં **फ,इ,** મધ્ય બિંદુ છે.

फइ લંબાવી **इफ=इड** કરો.

डक સાંધો.

∵ Δ **अफइ** ≡ Δ **कडइ**, (સિ૦ ૧૦)

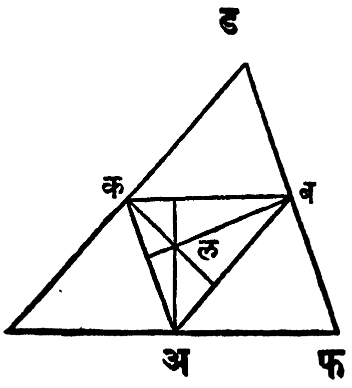
∵ ∠ **अ**=∠ **इकड** ∴ **अब** ॥ **कड.**

અને **अफ=फब=कड** ∴ **कड** ॥=**बफ** ∴ **बड** સ૦ ચ૦ છે.

પણ **डफ**=૨ **इफ** ∴ **बक**=૨ **इफ** અને **कब** ॥ **फइ.** પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૫ મો.

ત્રિકોણની બાજુ પર સામેનાં શિરોબિંદુઓમાંથી દોરેલી લંબ એક બિંદુગામી છે.



अबक Δ નાં **अ, ब,क**માંથી **इअफ** ॥ **बक, डबफ** ॥ **अक** અને **डकइ** ॥ **अब** દોરો.

∵**अक** ॥ **फब** અને **बक** ॥ **फअ,**

∴ **अफबक** સ૦ ચ૦ છે.

∴ **अक=फब**. તેજ પ્રમાણે

अक=बड, बक=फअ=अइ અને **बअ=कइ=कड.**

∴ **अ,ब,क, डइफ** Δ ની બાજુનાં મધ્યબિંદુ છે.

∴ **डइफ**∆ની બાજુનાં **अ,ब,क** મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લંબો **कर्मा** એક બિંદુ ગામી છે.

પણ **अबक**∆ની બાજુ ‖ **डइफ** ∆ની બાજુ,

∴ **अल, बल, कल** લંબ **अबक** ∆ની બાજુ ઉપર પણ લંબ છે.

પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. **पक, रव** બે સીધી લીટી અને **अ,ब** બે બિંદુ તેઓની વચ્ચે આપેલાં છે તો **पफ** પર **ड** અને **रव** પર **इ** બિંદુ એવાં શોધો કે **अड** + **डइ** + **इब** સૌથી ન્યૂન હોય.

૨. બે આપેલાં બિંદુથી એક આપેલી સીધી લીટી સુધી એવી બે લીટી દોરો કે તેઓ આપેલી લીટી સાથે સરખા ખૂણા કરે.

૩. ત્રણ આપેલી સીધી લીટીને છેદે એવો **अ, ब** ની વચ્ચે ટુંકામાં ટુંકો રસ્તો શોધી કાઢો.

૪. એક સીધી લીટીની વિરૂદ્ધ બાજુ પર આપેલાં બે બિંદુથી તે લીટીના કોઇ બિંદુ સુધી એવી લીટી દોરો કે તેઓનો તફાવત મહત્તમ હોય.

૫. બે આપેલી લીટીથી સરખે અંતરે અને બે આપેલાં બિંદુથી પણ સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો.

૬. ત્રણ લીટીથી સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો.

૭. એક ∆ની બહારના બે ખૂણા, અને સામેના શિરોબિંદુ આગળના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ એક બિંદુ ગામી છે.

૮. જો ત્રણ લીટીઓ, અરસપરસ બબ્બે છેદે તો તેથી સરખે અંતરે રહેતાં ૪ બિંદુઓ છે.

૯. બે ત્રિકોણોમાં એકની બે બાજુ બીજાની બે બાજુની બરાબર છે અને અંતર્ખૂણા અસમાન છે તો મોટા અંતર્ખૂણાની સામેની બાજુ નાના અંતર્ખૂણાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે.

૧૦. પ્રશ્ન ૯ નેા પ્રતીપ સિદ્ધ કરેા.

૧૧. **अड, अबक** Δ ની મધ્યગા છે. જો **अक** > **अब**, તેા ∠**अडक** < ૧ L.

૧૨. **अबक**Δમાં **बक** પાયેા છે અને **अड** મધ્યગા છે; તેા જે પ્રમાણે ∠ **अ**, કાટખૂણેા, પહેાળેા ખૂણેા અથવા સાંકડેા ખૂણેા હેાય તે પ્રમાણે **अड** = > અથવા< $\frac{1}{2}$ **बक** છે.

૧૩. પ્રશ્ન ૧૨ નેા પ્રતીપ સિદ્ધ કરેા.

૧૪. જે ખૂણામાંથી મધ્યગા દેારી છે તે ખૂણેા કરતી બાજુના અર્ધાથી તે મધ્યગા એાછી છે.

૧૫. ત્રણ આપેલાં બિંદુથી સરખે અંતરે હેાય એવું બિંદુ શેાધેા.

૧૬. એક ત્રિકેાણની આસપાસ એક વતુંળ દેારેા.

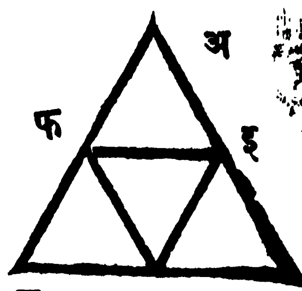
૧૭. કેાઈ પણ ચતુષ્કેાણની બાજુનાં મધ્ય બિંદુ જેાડવાથી થતેા ચતુષ્કેાણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કેાણ છે.

૧૮. કેાઇ પણ ચતુષ્કેાણમાં બે સામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને કર્ણાનાં મધ્યબિંદુ જોડે સાંધવાથી થતેા ચતુષ્કેાણ સ૦ ચ૦ છે.

૧૯. **अबक**Δમાં ∠ **क**=૧ L; **बक**નું **ड** મધ્યબિંદુ છે અને **अब** માંથી **बइ**=$\frac{1}{4}$ **अब** કાપી છે તેા **डइ**=**बइ**.

૨૦. એક ત્રિકેાણની એક બાજુના મધ્યબિંદુમાંથી પાયાની સમાન્તર દેારેલી લીટી બીજી બાજુને દુભાગે છે.

૨૧. એક ત્રિકેાણની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જેાડનારી લીટીએાથી Δના ચાર સર્વ સમાન ભાગ થાય છે.



૨૨. કેાઇ પણ સ૦ ચ૦નાં શિરેાબિંદુમાંથી બહારની એક લીટી પર સમાન્તરેા દેારી હેાય તેા સામ સામેનાં શિરેાબિંદુએામાંથી દેારેલી ∥ ની એક જોડ બીજી જોડની બરાબર છે.

૨૩. સ૦ ચ૦ની સામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી કર્ણોનાં છેદન બિંદુમાંથી જાય છે.

૨૪. સ૦ ચ૦ ની **अब**, **कड**નાં **इ**, **फ** મધ્ય બિંદુ છે તો **डइ**, **बफ**, **अक**ના ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે.

૨૫ **अब**, **कड**નાં **इ**, **फ** મધ્ય બિંદુ છે અને **अफ**, **इक**, **बड** સાંધી છે. જો **अक** ‖ **इफ**, તો **बड** ‖ **इफ**.

૨૬. ચતુષ્કોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુ જોડવાથી થતો સ૦ ચ૦ આ પેલા ચતુષ્કોણથી અર્ધો છે

૨૭. **अबक** Δમાં **बगइ**, **कगफ** મધ્યગા દોરો. **गब**, **गक** ને **र**, **ल** માં દુભાગો. **इफ**,**फर**, **रल**, **लइ** સાંધી સિદ્ધ કરો કે ત્રણ મધ્યગાઓ એક બિંદુગામી છે અને દરેક તેજ બિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.

૨૮. એક Δનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુની ‖ લીટીઓ દોરી એ પ્રમાણે થતા Δની બાજુ આપેલા Δની બાજુથી બમણી છે.

૨૯. **अबकड** સ. ચ.માં **म**, **अड** નું મધ્ય બિંદુ અને **इ**, **बक**નું મધ્યબિંદુ છે તો **बम**, **डइ**, **अक**ના ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે.

૩૦. **अबकड** ચ૦ માં **प**, **अब**નું અને **र**, **कड**નું મધ્ય બિંદુ છે. અને **पर**, **डब** ને દુભાગે છે તો **अड** ‖ **बक** છે.

૩૧. **अब** લીટીના છેડા અને તેના મધ્ય બિંદુમાંથી તેને છેદતી અથવા તેની બહારની બીજી કોઇ પણ સીધી લીટી સુધી દોરેલી સમાન્તરોમાં પહેલી અને ત્રીજીનો તફાવત અથવા સરવાળો બીજીનાથી બમણો છે.

પરિશિષ્ટ **ब**. § ૨૫. પૃથકકરણ.

ગણિતશાસ્ત્રના અન્ય વિષય કરતાં ભૂમિતિમાં પ્રશ્ન છોડવાનું કામ વધારે ભારી લાગે છે તેનાં કારણો નીચે પ્રમાણે છે:—

(૧) ભૂમિતિમાં આપેલા મુખ્ય સિદ્ધાંતો–પ્રમેયો અને કૃત્યો–બરાબર સમજવા જોઇએ એટલું જ નહિ પણ તે ઉપરના પ્રશ્નો છોડવાનો પ્રયત્ન કરવામાં આવે તે પહેલાં તેને મગજમાં બરાબર ઠસાવવા જોઇએ.

(૨) પ્રશ્નો અનેક પ્રકારના હોય છે તેથી અંકગણિત કે બીજા ગણિતની માફક ભૂમિતિમાં પ્રશ્ન છોડવાને માટે ચોક્કસ નિયમો સ્થાપી શકાય નહિ.

(૩) મુખ્ય સિદ્ધાંતોમાં કયાં કારણથી અમુક રીતની જ સિદ્ધતા લેવામાં આવે છે તે કારણો એકદમ સમજાય એવાં નથી.

ભૂમિતિના સિદ્ધાંતો એકીકરણ પ્રદ્ધતિથી સિદ્ધ કરવામાં આવ્યા છે; એટલે પહેલાં પ્રતિજ્ઞાથી લઈ રચના કરી પાછળ આપેલા સિદ્ધાંતોનો આધાર લઇ એક પછી એક પદ મુકી માગેલો સાધ્ય સાબિત કરવામાં આવ્યો છે.

આ પ્રમાણે **ભૂમિતિ એકીકરણમાં** જાણેલાં પરિણામો ઉપરથી નવાં પરિણામો સિદ્ધ કરવામાં આવે છે. પણ એ રીતે કાંઇ રચના ભાગ કે સિદ્ધતા ભાગ શોધી કાઢી શકાતો નથી. આ ભાગ શોધવાને માટે નીચેની સૂચનાઓ કામ લાગશે:—

(૧) પ્રશ્નનો મુખ્ય પક્ષ આવી જાય એ પ્રમાણે ચોક્કસ આકૃતિ કાઢવી. સરખી લીટીઓ, સરખા ખૂણાઓ–પ્રતિજ્ઞાની એવી શરતો આકૃતિમાં બતાવવી. જે પરિણામ લાવવાનું હોય તે સાથે બાજુ પર લખી દેવું.

(૨) બે લીટીઓ કે ખૂણાઓ સરખા ફક્ત દેખાતાં હોય તેટલા ઉપરથી સરખાં ધારી લેવા નહિ. સરખાં નહિ આપ્યા હોય તો ખૂણા અને લીટી કદી પણ સરખાં દોરવાં નહિ. ત્રિકોણ ફક્ત આપ્યો હોય તો સમદ્વિબાજુ કે સમબાજુ ત્રિકોણ દોરવો નહિ; ચતુષ્કોણ ફક્ત આપ્યો હોય તો ત્યાં સમચોરસ કે લંબચોરસ લેવો નહિ. ચતુષ્કોણમાં બધી બાજુ અને બધા ખૂણા અસમાન દોરવા. જો વર્તુળો દોરવાના હોય તો આપ્યા સિવાય તેઓની ત્રિજ્યા સરખી લેવી નહિ. વગેરે...

(૩) પ્રતિજ્ઞાથી અને સાધ્યથી જે **સિદ્ધાંતો સૂચવાતા** હોય તે લક્ષમાં રાખવું; જેમકે, બે લીટીઓ સમાન્તર સિદ્ધ કરવાની હોય તો તે ૪ થો, ૫ મો ને ૬ ઠો સિદ્ધાંત સૂચવે છે, વગેરે...

(૪) આપેલા પક્ષ પરથી જે સત્યતા સિદ્ધ થઇ શકતી હોય તે શોધી કાઢવી; અને તેને લગતી સત્યતા પણ લક્ષમાં રાખવી, કે કદાચ તેમથી

માગેલું પરિણામ નીકળી શકે; એટલે કે પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી થોડાં પદ **આગળ** ચલાવવાં અને સાધ્ય પરથી થોડાં પદ **પાછળ** ચલાવવાં.

(૫) જો એમ છતાં પણ સાબિતી પુરેપુરી ન મળે તો કોઇ પણ ઉપલકીઆ રીત કામ લાગતી નથી અને વિદ્યાર્થીએ પોતાની શક્તિ વધારે વાપરવી.

(૬) પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી નીકળતી **સઘળી સત્યતા**ઓનો ઉપયોગ કર્યા વિના પ્રશ્ન છોડી શકાય નહિ.

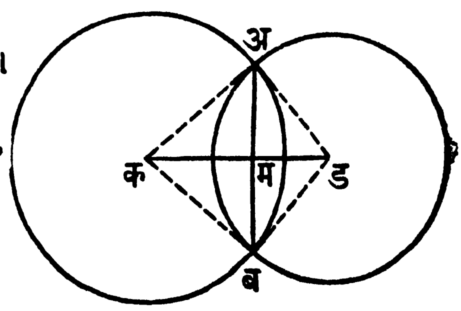
સામાન્ય રીતે પ્રશ્ન છોડવાની શક્તિ પોપટીઆ જ્ઞાનથી આવતી નથી; પણ એ કામમાં હોશિઆરી મેળવવાને વિદ્યાર્થીએ અતિશય મ્હાવરો પાડવો જોઇએ અને ઘણીજ કુનેહનો ઉપયોગ કરવો જોઇએ. આ પ્રમાણે આપેલા પક્ષ અને માગેલા સાધ્યનું કારણ સહિત **પૃથક્કરણ** કરી તે પક્ષને એવી રીતે પદબંધ ગોઠવવો કે માગેલો સાધ્ય લાવવાને એક પછી એક પદ મુકી **એકીકરણ** લક્ષમાં આવી જાય.

નીચેના પ્રશ્નો પૃથક્કરણ કરી બતાવ્યા છે.

પ્રશ્ન अ.

જો બે વર્તુળો એક બીજાને છેદે તો તેઓની મધ્યબિંદુ લીટી તેઓની સામાન્ય જ્યાને કાટખૂણે દુભાગે છે.

क, ड મધ્યબિંદુના બે વર્તુળો **अ, ब** માં છેદે છે, ત્યારે **कड, अब** ને ⊥ દુભાગશે.



પૃથક્કરણ.—આકૃતિમાં બે વર્તુળો છે. ∴ **कअ**=**कब** અને **डअ**=**डब**.

વળી **अम**=**मब** અને ∠**अमक**=∠**बमक** થવા જોઈએ. તે પરથી માલૂમ પડે છે કે જો બે પાસે પાસેના ખૂણા સરખા થાય તો **अकम**Δ ≡ Δ**बमक**. વળી Δ**अमक** ≡ Δ**बमक** થવાને માટે Δઓમાં **अक** =**कब** અને **कम** સામાન્ય છે; તેથી ∠ **अकम**=∠**बकम** થવો જોઈએ;

પણ ∠**अकम**=∠**बकम** થવાને માટે Δ**अकड** ≡ Δ**बकड** જોઈએ

અને આ Δઓમાં એકનાં ત્રણ અંગ=બીજાનાં ત્રણ અંગ છે, તેથી નીચે પ્રમાણે સિદ્ધતા આવી શકે છે.

એકીકરણ:—રચના. कअ, कब, डअ, डब સાંધો.

સિદ્ધતા. अकडΔ અને **बकड** Δમાં **अक**=**बक**, **अड**=**बड** અને **कड** સામાન્ય છે; ∴ Δઓ સર્વ સમાન છે. (સિ० ૧૪)

∴ ∠ **अकम**= ∠**बकम**. વળી **अकम** Δ અને **बकम** Δ માં **अक**=**बक**, ને **कम** સામાન્ય છે અને ∠**अकम**= ∠**बकम**

∴ Δ ઓ સર્વ સમાન છે (સિ० ૧૦)

∴ **मअ**=**मब** અને ∠ **अमक**=∠**बमक**= ૧ L

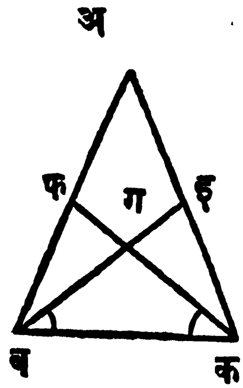
પ્ર० સિ०

નોટ ૧—એકીકરણમાં પૃથક્કરણમાંનાં પદોનો ક્રમ ઉલટો છે.

નોટ ૨—પ્રશ્નની સિદ્ધતા લખવામાં પૃથક્કરણનો ભાગ ન આપતાં રચના અને સિદ્ધતાના જ ભાગોની ફક્ત જરૂર છે.

પ્રશ્ન **ब**.

જો કોઈ ત્રિકોણમાં બે મધ્યગાઓ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.



अबक △ માં बइ મધ્યગા = कफ મધ્યગા છે ત્યારે △ अबक સમદ્વિબાજુ થશે.

પૃથક્કરણ—ધારો કે अबक △ સમદ્વિબાજુ છે,

∴ अब = अक, ∴ बफ = कइ

અને ∠फबक = ∠इकब

∴ △फबक ≡ △इकब

∠गबक = ∠गकब

અને ∴ गक = गब

અને गब = $\frac{2}{3}$ बइ અને गक = $\frac{2}{3}$ कफ

∴ बइ = कफ

એકીકરણ—મધ્યગાઓને म માં મળવા દો.

बइ = कफ અને गक = $\frac{2}{3}$ कफ ને गब = $\frac{2}{3}$ बइ

∴ गक = गब

∴ गबक સમદ્વિબાજુ △ માં

∠गबक = ∠गकब (સિ૦ ૧૨)

∴ △इबक અને फकब △ માં

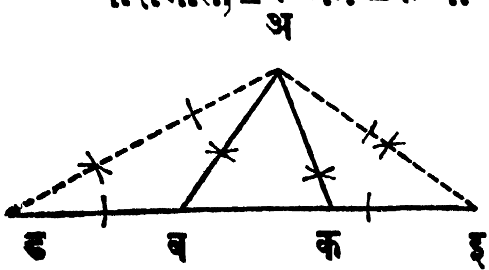
बइ = कफ અને बक સામાન્ય છે.

અને ∠इबफ = ∠फकब ∴ △ ઓ સર્વ સમાન છે. (સિ૦ ૧૦)

∴ बफ = कइ ∴ अब = अक. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન क.

પરિમિતિ, ∠ब અને ∠क આપ્યાં હોય તો अबक △ બનાવો.



પૃથક્કરણ—ધારો કે अबक માગેલો △ છે.

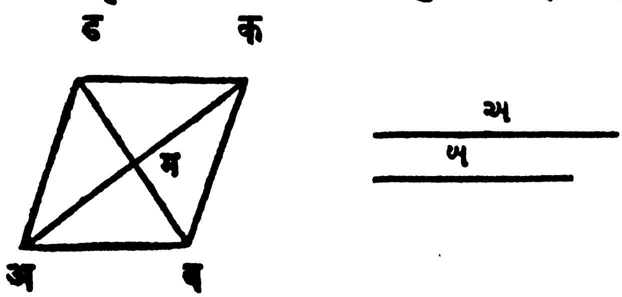
અ+અ+ક, ∠ब, ∠क આપેલાં છે.

बक ને બંને બાજુ લંબાવી बड=बअ અને अक=कइ કરો.
જો अड, अइ સાંધીએ તો अबड △, अकइ △ સમદ્વિબાજુ છે.
∴ ∠ड=∠बअड અને ∠इ=∠कअइ
અને ∠अबक=∠डअब+∠ड=૨ ∠ड.
અને ∠अकब=∠इअक+∠इ=૨ ∠इ
∴ ∠ड=½ ∠ब અને ∠इ=½ ∠क
અને डब+बक+कइ=અ+બ+ક. તેથી

એકીકરણઃ—આપેલી પરિમિતિ=डइ લો.
ड આગળ ½∠ब=∠ड કરો;
અને इ આગળ ½∠क=∠इ કરો.
જો डअ, इअ, अમાં મળે તો अ આગળ
∠बअड=∠ड અને ∠कअइ=∠इ કરો
ત્યારે △ अबक માગેલો △ છે.
સિદ્ધતા—વિદ્યાર્થીએ પુરી કરવી. ક્ષે૦ ક્ષે૦

પ્રશ્ન ड.

કર્ણોની લંબાઈ આપી હોય તો રૉમ્બસ બનાવો.



પૃથક્કરણ—રૉમ્બસના કર્ણો એક બીજાને કાટખૂણે છેદે છે; આ ખાસીયત ધ્યાનમાં રાખી કૃત્ય તરત થશે.

એકીકરણ—બે સીધી લીટીઓ અરસપરસ ⊥ દોરી मम=½ अ

અને मब=½ બ કરો. अम, बम લંબાવી मक=मअ અને मड=मब કરો; अबकड સાંધો. ત્યારે अबकड માગેલો રોમ્બસ છે.

સિદ્ધતા—अक અને बड એક બીજીને કાટખૂણે દુભાગે છે;

∴ अब=बक=कड=डअ. ફ૦ ફ૦

§ ૨૬. પ્રથમ ભાગના પરચુરણ પ્રશ્નો.

૧. अब, अक ૮૦° નો ખૂણો કરે છે. अब=૨·૩″ અને अक=૩·૧″ છે. ∠अની દુભાગનારી લીટી बक ને डમાં મળે છે તો अड, डक કેવડી અને अडबના એક કાટખૂણપૂર્ણી અને દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી ખૂણા કયા ?

૨. એક સમબાજુ Δની બાજુ ઉપર બહારથી સમબાજુ ત્રિકોણો બનાવ્યા હોય તો આ પ્રમાણે થતી આકૃતિ પણ સમબાજુ આકૃતિ છે.

૩. એકજ પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજુ Δ ઓ છે તો તેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાને દુભાગનાર લંબ છે.

૪. अबक, डबक Δ ઓમાં अब=डक અને अक=डब તો अड ∥ बक છે.

૫. પ્રશ્ન ૩ માં પાયા ઉપર ત્રીજો સમદ્વિબાજુ Δ દોર્યો હોય તો પાયાને દુભાગનાર લંબ આ ત્રિકોણના સામેના ખૂણાને દુભાગે છે.

૬. અ=૩·૭″, ∠ब=૬૧° અને ક=૪·૧″ છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૭. अबकड સ૦ ચ૦ માં अक કર્ણ ઉપર प, म એવાં બિંદુ છે કે अप=कम તો बपडम સ૦ ચ૦ છે.

૮. વિષમબાજુ ટ્રાપિઝ્યમમાં વિષમ બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડનારી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે.

૯. अबक Δની अब, बक, कअ ને ड,इ,फ માં દુભાગો; ड,इ,फ માંથી अब, बक, अक ઉપર લંબ દોરો; આ લંબના ભાગો માપો.

૧૦. એકજ પાયા ઉપર અને એકજ બાજુએ अबकड, अबपम

∵ બે સ૦ ચ૦ ઓ છે તો **कडमप** સ૦ ચ૦ છે.

૧૧. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કરે છે.

૧૨. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડનારી લીટી અરસપરસ દુભાગે છે.

૧૩. સમદ્વિબાજુ Δ નાં શિરોબિંદુથી પાયાના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી પાયાને લંબ છે અને પાયાની સામેના ખૂણાને દુભાગે છે.

૧૪. એકજ પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજુ Δ ઓ **अबक, डबक** છે તો ∠ **अबड**= ∠ **अकड**.

૧૫. કોઈ પણ સમદ્વિબાજુ Δ ના પાયા ઉપર પાયાના છેડાથી સરખે અંતરે આવેલાં બે બિંદુઓ શિરોબિંદુથી પણ સરખે અંતરે છે.

૧૬. સમબાજુ ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્ય બિંદુ જોડવાથી થતો ત્રિકોણ પણ સમ બાજુ છે.

૧૭. બે ત્રિકોણમાં ∠ब=∠ब′=૩૭° છે, ક=ક′=૫·૯ સે. મી. અને બ=બ′=૬·૭ સેં. મી. છે તો ત્રિકોણો બનાવો. અનિશ્ચિત રચના છે? કારણ આપો.

૧૮. ૩·૫″ ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્ય બિંદુ આગળ ૧૧૨° નો ખૂણો કરતા કૌસને દુભાગો.

૧૯. **अबक** સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુ **बअ, कअ** ને **इ,फ** સુધી લંબાવી છે; જો **अइ=अफ**, તો **फब=इक**.

૨૦. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બહારના ખૂણાને દુભાગે છે.

૨૧. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયાની બહારના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ બીજો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કરે છે.

૨૨. ૩·૧″ ની બાજુ ઉપરના છ સમબાજુ ત્રિકોણો કરી સાથે મૂકી એક સમષટ્કોણ કરી બતાવો કે તેનો દરેક ખૂણો ચાર તૃતીયાંશ કાટખૂણા બરાબર છે.

૨૩. ત્રિકોણમાં **कब** પાયો અને પાયા ઉપરનો લંબ આપ્યા છે તો કેટલા ત્રિકોણો બનાવી શકશો ?

૨૪. એક સીડી એક ઘરના પાયાથી ૨૩ ફુટ દુર છે, અને તેનો ઉપલો છેડો બારીના ઉપલા ભાગને દિવાલ પર અડે છે. સીડીના પાયાને ૨૭ ફુટ દૂર ખસેડતાં ઉપલો છેડો બારીના નીચેના ભાગને અડે છે. જો સીડી ૪૧ ફુટ લાંબી હોય તે બારીની ઉંચાઇ કેટલી ?

૨૫. **अबकड** સ૦ ચ૦ની **कअ** બાજુ લંબાવતાં **कइ=कअ;कब**|| **इफ, डक** ને લંબાવતાં **फ** માં મળે છે તો **अबफक** સ૦ ચ૦ છે.

૨૬. એક હોડી પશ્ચિમમાં ૨૫૦ વાર જાય છે. અને પછી ૩૦° દક્ષિણમાં વળી જઇ ૩૧૦ વાર જાય છે અને પછી ઉત્તરમાં ૧૨૦ વાર જાય તો પહેલી જગ્યાએથી તે કેટલે અંતરે ગઈ? બન્ને સ્થાનનું કોણ અંતર કાઢો.

૨૭. જ્યારે સૂર્ય ૪૨° ક્ષિતિજથી ઉપર છે ત્યારે જમીનમાં દાટેલી એક ઉભી કાઠી ૩૦ ફુટ લાંબો પડછાયો નાખે છે તો કાઠીની ઉંચાઇ શું ?

૨૮. એક મોજણીદાર **अ**થી પૂર્વમાં ૧૫૦ વાર જાય છે; પછી ત્યાંથી (**ब**થી) **क** સુધી ઉત્તરમાં ૩૦૦ વાર જાય છે અને પછી **ड** સુધી પશ્ચિમમાં ૪૫૦ વાર જાય તો **अड** કેટલું ? **अ**થી **ड**નું કોણ અંતર શું ?

૨૯. **अबकड** સ૦ ચ૦ ની બાજુ પર અનુક્રમે **इ, फ, ग, य** ચાર બિંદુઓ છે, જો **अय=कफ** અને **अइ=कग** તો **इफगय** સ૦ ચ૦ છે.

૩૦. **अबक** સમદ્વિબાજુ Δના પાયા ઉપરના ખૂણાને દુભાગનારી લીટીઓ સામેની બાજુને **इ, फ**માં મળે તો **इफ** || **बक** છે.

૩૧. **अबकड** ચતુષ્કોણમાં **अब=कड** અને ∠**ब**=∠**क** તો **अड** || **बक** છે.

૩૨. સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમના કર્ણો સરખા છે.

૩૩. સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમમાં સમાન્તર બાજુ આગળના ખૂણા બરાબર છે.

૩૪. સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજ્યમની સરખી બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી સમાન્તર બાજુના સરવાળાથી અર્ધી છે.

૩૫. **अबकड** ચ.માં ∠**अ**=∠**ब** અને ∠**क**=∠**ड**, તેા **अड**=**बक**છે.

૩૬, કેાઇ પણ લંબચેારસની બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડવાથી થતેા ચતુષ્કેાણ રૅામ્બસ છે. [બીજી કયી લીટીની આસપાસ ચેારસ સમ્મિતરૂપ છે?

૩૭. બતાવેા કે એક ચેારસ તેના કર્ણેાની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે;

૩૮. એક લંબચેારસના કર્ણેા બે બધી રીતે સરખા Δ એા કરે છે તેા આ કર્ણેા લંબ ચેારસની સમ્મિતરૂપ ધરી છે.

૩૯. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કેાણની સમ્મિતરૂપ ધરી શેાધી કાઢેા; ન હેાય તેા તેનું સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ બતાવેા. તે પણ ન હેાય તેા કારણ શું?

૪૦. સ્થાનેાપરિ સ્થિતિથી બતાવેા કે જો બે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કેાણમાં બે પાસેપાસેની બાજુ અને અંતર્ખૂણેા બરાબર હેાય તેા સ૦ ચ૦ સર્વ અંગમાં બરાબર છે. [લંબચેારસ બધી રીતે સરખા છે.

૪૧. જો બે લંબચેારસમાં પાસે પાસેની બાજુ બરાબર હેાય તેા

૪૨. **अबकड**, **इफगय** બે ચતુષ્કેાણમાં **अब**, **बक**, **कड**, **डअ**; **इफ**, **फग**, **गय**, **यइ** ની અનુક્રમે બરાબર હેાય અને ∠**अ**=∠**इ** તેા ચતુષ્કેાણેા બરાબર હેાઇ શકે છે.

૪૩. કેાઇ પણ સ૦ ચ૦ ના કર્ણના મધ્યબિંદુમાંથી બાજુ સુધી દેારેલી લીટીના તે બિંદુ આગળ બે સરખા ભાગ થાય છે.

૪૪. **अबक**Δમાં **बइ**ને **फक** મધ્યગા **ग**માં છેદે છે. **गब**, **गक** ને અનુક્રમે **य**,**ड** માં દુભાગી છે તેા **यडइफ** સ૦ ચ૦ છે.

૪૫. **अबकड** સ૦ ચ૦ માં **अक**ને **इ** સુધી લંબાવતાં **कइ**=**अक** થાય છે. **इ** અને **ब**માંથી **इफ**, **बफ**, અનુક્રમે **कब**, **कअ**ને ‖ છે તેા **अबकफ** સ૦ ચ૦ છે. [**डय**, અને **बव**, **अक**ના ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે.

૪૬. **अबकड** સ૦ ચ૦ માં **अब**, **कड** નાં **य**,**व** મધ્યબિંદુ છે તેા

૪૭. એક સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કેાણમાં બે સામસામેનાં શિરેાબિંદુમાંથી બીજા કર્ણ ઉપર લંબ દેારી છે તેા આ લંબ સરખી છે.

૪૮. **अबक, डइफ** △ઓમાં **अब**=‖ **डइ** અને **बक**=‖ **इफ** તેા **अक**= ‖ **दफ** છે. [∠**अ**+∠**क**=૧૮૦°છે; અને **अक**=**बड**.

૪૯. **अबकड** ચતુષ્કોણમાં **अब** ‖ **डक** અને **अड**=**बक** તેા

૫૦. **अप, बक** બે સળીઆ સમાન્તર છે. **अप, प** ની આસપાસ અને **बक, ब** ની આસપાસ સરખા વેગથી એકજ દિશામાં ફરે છે તેા તેઓ હંમેશાંજ સમાન્તર છે અને **पक** કોઇ પણ સ્થિર બિંદુમાંથી જાય છે.

૫૧. જો કેાઇ સીધી લીટી આકૃતિમાં માંહેના ખૂણા બ્હારના ખૂણાની (સરવાળાની) બરાબર હેાય તેા તેની કેટલી બાજુ છે? કારણ આપેા.

૫૨ ∠**ब**=૧૧૦°, ∠**क**=૧૧૫°, ∠**ड**=૯૩°, ∠**इ**=૧૫૨° તેા એક પંચકેાણ બનાવેા; રચનાથી બતાવેા કે **अइ** ‖ **बक** અને તે સિદ્ધ કરેા.

૫૩. માંહેનેા ∠**अ**=$\frac{3}{6}$ બહારના ∠**अ** અને ૩ ∠**ब**=૪ ∠**क** તેા ત્રિકેાણના ખૂણા કાઢેા.

૫૪ એક હેાડી પશ્ચિમમાં જાય છે પણ વચ્ચે બેટ આવવાથી ચાર વખત એક પછી એક એમ ૬૩°,૭૮°,૧૧૯°,૬૪°ને ખૂણે તેને દિશા બદલવી પડેછે. જો તે પશ્ચિમમાં આવે તેા તે આખરે કેવડા ખૂણામાંથી ફરે?

૫૫. દરેક સમ બહુકેાણમાં કેાઇ પણ અંતર્ગામી ખૂણેા નથી; અનુક્રમે બધી બાજુ લંબાવવાથી એક વખતે ૧૫°, બીજી વખતે ૩૦°, ત્રીજી વખતે ૪૦° અને ચેાથી વખતે ૧૨°નેા દરેક ખૂણેા થાય છે તેા તે ચાર બહુકેાણની કેટલી કેટલી બાજુ હશે?

૫૬. કેાઇ પણ ત્રિકેાણની એક બાજુના મધ્યબિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દેારેલી લીટી બીજી બાજુને દુભાગે છે. [પાયાને સમાન્તર છે.

૫૭. કેાઇ પણ ત્રિકેાણની બે બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડનારી લીટી

૫૮. કેાઇ પણ △ ની બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટીઓ △ ના ચાર સરખા ત્રિકેાણેા બનાવે છે.

૫૯. કેાઈ પણ ત્રિકેાણના શિરેાબિંદુથી પાયા સુધી દેારેલી લીટીના બીજી બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી બે સરખા ભાગ કરે છે.

૬૦. કેાઇ પણ સ૦ ચ૦ નાં બે સામેનાં શિરેાબિંદુમાંથી બહારની

કોઈ પણ લીટી ઉપર દોરેલી લંબનો સરવાળો બાકીનાં શિરોબિંદુમાંથી તેજ લીટી ઉપર દોરેલી લંબના સરવાળા બરાબર છે.

૬૧. કોઇ પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયા ઉપરના કોઇ પણ બિંદુ માંથી જો સરખી બાજુ ઉપર લંબ દોરીએ તો આ લંબનો સરવાળો પાયાના છેડામાંથી સામેની બાજુ ઉપરના લંબની બરાબર છે.

૬૨. કોઇ પણ સમબાજુ ત્રિકોણમાં અંદરના કોઇ પણ બિંદુમાંથી બધી બાજુ પર દોરેલી લંબનો સરવાળો ત્રિકોણની ઉંચાઇની બરાબર છે.

૬૩. સરખી અને સમાન્તર લીટીઓ કોઇ પણ એકજ લીટી ઉપર બે સરખાં કાટખૂણપ્રલંબન કરે છે.

૬૪. એક કાટખૂણ ત્રિકોણનો એક ખૂણો જો ૩૦° નો હોય તો સૌથી મોટી બાજુ સૌથી નાનીથી બમણી છે.

૬૫. એક કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કાટખૂણ શિરોબિંદુ અને કર્ણના મધ્યબિંદુનું અંતર કર્ણથી અર્ધું છે. [નિધાન કાઢો.

૬૬. કાટખૂણો અને કર્ણ આપ્યાં હોય તો કર્ણના મધ્યબિંદુનું

૬૭. કર્ણ આપી હોય તો કાટખૂણ શિરોબિંદુનું નિધાન કાઢો.

૬૮. **अबकड** ચોરસમાં **अ**થી, **बक**, અને **कड** નાં મધ્યબિંદુ સુધી લીટી દોરી છે અને **क**થી, **अड**, **अब** નાં મધ્યબિંદુ સુધી લીટી દોરી છે તો આ લીટીની વચ્ચેની આકૃતિ રૉમ્બસ છે.

૬૯. સમબાજુ △**अबक**માં **अब**માં એક **ड** બિંદુ લો; △ની સામેની બાજુ ઉપર **अड** ઉપર એક સમબાજુ △ **अडइ** દોરો તો **बइ**=**कड**.

૭૦. **अबक** △ના ∠**अ**ને દુભાગનાર લીટી ઉપર જો **प** બિંદુ લીધું હોય (∠**अ**ની બહાર) તો **अब**+**अक** < **पब**+**पक**.

૭૧. **अबक** સમદ્વિબાજુ △માં **अब**=**अक** અને **डइफ** લીટી **अब**, **बक** અને **अक**ને લંબાવતાં છેદે છે; જો **डइ**=**इफ**, તો **बड**=**कफ**.

૭૨. એક **अबक** કાટખૂણ (**अ**) △ માં **बक**=૪૬૦ વાર અને **अब**=૨૬૦ વાર તો **अक** કેટલું ?

૭૩. ૫'૦" પાયા ઉપર ૩'૪" ઉંચાઇનો એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ

બનાવો. તેનાં સર્વ અંગ માપો. [સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૭૪. ઉંચાઇ અને શિરોબિંદુ આગળનો ખૂણો આપેલાં છે તો

૭૫. એક સમબાજુ ત્રિકોણમાં ઉંચાઈ આપી હોય તો Δ બનાવો.

૭૬. એક વહાણુ કલાકમાં દશ માઇલ પ્રમાણે ઉત્તરમાં જાય છે. બે વાગે તે એક દીવાદાંડી ઇશાનમાં જુએ છે; અને દોઢ કલાક પછી દીવાદાંડી પૂર્વની દક્ષિણે ૭૬° એ દેખાય છે તો બીજી જગ્યામાં દીવાદાંડીથી વહાણુનું અંતર કેટલું ? અને કયા વખતે તે દીવાદાંડીની પાસેમાં પાસે હતું ?

૭૭. સમબાજુ ત્રિકોણોના સરખા કકડા લઈ કોઇ પણ જગ્યાએ પત્થર જડી શકાય કે નહિ. ? [જડી શકાય છે ?

૭૮. ૪, ૫, ૬, ૭ અને ૮ સરખી બાજુના બહુકોણ લઈ ઓટલો

૭૯ એક Δમાં ∠ब=૬૦° અને અ=૮ સેં.મી. છે તો બ કેટલી મોટામાં મોટી હશે અને ∠क કેટલો મોટામાં મોટો હશે ?

૮૦. Δअबक માં अब, अक માં प ड, એવાં બિંદુ શોધો કે पड ‖ बक થાય અને पड=½बक થાય; [નોટ–પાયાને દુભાગી अब ‖ લો.]

૮૧. अब, अक માં ब,क એવાં બિંદુ શોધો કે ∠ब=૩∠क.

૮૨. બે સમાન્તર લીટીઓમાં अ, ब બે સ્થિર બિંદુ છે. બીજાં प,ड બે બિંદુ એવાં શોધો કે अपबड એક રૉમ્બસ બને.

૮૩. ∠अबक ને આ પ્રમાણે દુભાગોઃ–अ મધ્યબિંદુથી બે વર્તુળો એવા દોરો કે પહેલો बअ, कअને प,ड માં અને બીજો એજ લીટીને म,य માં છેદે ; पय, डम, लमां છેદે તો अल, ∠अને દુભાગે છે.

૮૪. अ, ब, क,ड ની વિરૂદ્ધ બાજુએ બે બિંદુ છે તો क,ड માં એવું બિંદુ શોધો કે ∠अपक=∠बपक.

૮૫. पकरय એવો એક રૉમ્બસ બનાવો કે તેનો पर કર્ણ એક આપેલી લીટી ઉપર છે અને તેની पक,कर,रय ત્રણ બાજુ ત્રણ આપેલાં બિંદુમાંથી જાય.

૮૬. कडની એકજ બાજુએ अ,ब બે બિંદુ છે તો कडમાં એવું એક બિંદુ प શોધો કે पअ,पब નો તફાવત મોટામાં મોટો હોય;

૮૭. પ્રશ્ન ૮૬ માં તફાવત નાનામાં નાનો હોય તો **प** બિંદુ ક્યાં ?

૮૮. પ્રશ્ન ૮૬માં **प** બિંદુ શોધો કે **अप+पब** નાનામાં નાનો હોય.

૮૯. એક એવો રૉમ્બસ કાઢો કે તેની બે બાજુઓ આપેલા ત્રિકોણની બાજુમાં હોય અને તેનું એક શિરોબિંદુ પાયા ઉપર હોય.

૯૦. બે આપેલી લીટી ઉપર છેડા હોય અને એક આપેલી લીટીની સમાન્તર અને સરખી હોય તેવી એક લીટી દોરો.

૯૧. **अकइड** એક અર્ધ વર્તુળ **अड** વ્યાસ ઉપર છે અને **ब**, તેનું મધ્યબિંદુ છે. **इ,क** એવી રીતે પરિધ ઉપર છે કે **कइ** લંબાવતાં **अडब** ને **फ** સુધી લંબાવેલી લીટી ઉપર મળીને **इफ=बइ=बक** કરે છે તો બતાવો કે ∠**फ**=⅓∠**अपक** છે.

૯૨. **अबक**△ની ઉંચાઇ **बक** ઉપર ૫·૨ સેં. છે અને **अब**=૫·૯ સેં. મી. અને **अक**=૯·૪ સે. મી. છે તો ત્રિકોણ બનાવી તેનાં અંગ માપો.

૯૩. **अबक**△માં ∠**ब** આપેલો ખૂણો અને ∠**क** બીજો આપેલો ખૂણો છે અને **बक** ઉપર **अ** ની ઉંચાઇ આપેલી છે તો △ બનાવો.

૯૪. એક આપેલા શિરોબિંદુ આગળના ખૂણાવાળો એક આપેલા પાયા ઉપર એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૯૫. એક કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કર્ણ=૫·૫" છે અને બીજી બે બાજુનો સરવાળો ૮·૫" છે તો ત્રિકોણ બનાવો. [આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૯૬. એક કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કર્ણ અને એક બાજુનો સરવાળો

૯૭. એક કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કર્ણ અને બાજુઓનો તફાવત આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવો. [∠**क**=૭૨° છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૯૮. એક ત્રિકોણમાં અ+બ+ક=૧૪·૪ સે. મી., ∠**ब**=૬૪° અને

૯૯. એક ત્રિકોણમાં અ=૬·૨ સેં. મી., બ+ક=૧૦·૫ સેં. મી. અને ∠**ब**=૬૪° છે તો ત્રિકોણ બનાવો. [તો △ બનાવો.

૧૦૦. એક ત્રિકોણમાં બ=૪·૨" અને અ+ક=૬·૩" અને ∠**क**=૨૮°

૧૦૧. એક કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કર્ણ=૫·૭ સેં. મી. અને બાજુઓનો તફાવત ૧·૩ સેં. મી. છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૨. એક ત્રિકોણમાં અ=૭·૧ સેં. મી., ક—બ=૧૪·૪ સે. મી. અને ∠ब=૫૫° છે, તેા ત્રિકેાણ બનાવેા. [**अक**=૭·૫″ અને **बड**=૬·૩″ હોય.

૧૦૩. એક **अबकड** સ૦ ચ૦ એવેા બનાવેા કે **अब**=૪·૨″ અને

૧૦૪. એક એવેા રૉમ્બસ બનાવેા કે તેમાં એક કર્ણ=બાજુ છે.

૧૦૫. એક ચતુષ્કેાણમાં કર્ણો બરાબર છે અને તેએા એક બીજાને ૬૦° એ દુભાગે છે. જો કર્ણ ૫·૪ સેં. મી. હેાય તેા ચતુષ્કેાણ બનાવેા. પક્ષ અધૂરેા હેાય તેા પૂર્ણ કરેા. [Δ બનાવેા. કેટલા Δએા થશે?

૧૦૬. પાયેા, પાયા ઉપરની મધ્યગા અને ઉંચાઇ આપ્યાં હેાય તેા

[નેાટ—**अब** પાયાની ∥ **प** ઉંચાઇએ દેારેા. **अब**ને દુભાગી મધ્ય બિંદુ વર્તુળનું મધ્યબિંદુ લઇ અને ક મધ્યગા ત્રિજ્યા લઈ વર્તુળ દેારેા. આ વર્તુળ જો સમાન્તર લીટીને **इ**માં છેદે તેા Δ**अइब** માગેલેા ત્રિકેાણ છે.]

૧૦૭. **अब** લીટીના **ब** બિંદુમાંથી દેારેલી લીટી **अक**ને ⊥ છે. જો **बक**, **ब**ની આસપાસ ફરે તેા **अड**ના મધ્યબિંદુનું નિધાન કાઢેા.

૧૦૮. ∠**कअब** એક કાટખૂણેા છે અને ∠**कअब** વચ્ચે કેાઇ પણ બિંદુ **ड**માંથી **डइ**, **डफ** લંબ **अक**, **अब** ઉપર છે, તેા જો (૧) **डइ**+**डफ**= ૫·૦ સેં. મી ને (૨) **डइ**–**डफ**=૨·૦ સેં·મી. હેાય તેા **ड** નું નિધાન કાઢેા.

૧૦૯. **अबक** Δમાં **अब**=૩·૨″,**अक**=૪·૨″ અને **बक**=૩·૬″છે તેા **अब** અને **अक**થી સરખે અંતરે અને **बक**થી ૧.૨″ ને અંતરે આવેલું બિંદુ શેાધી કાઢેા. એવાં કેટલાં બિંદુ નીકળશે? [અંતરે આવેલું બિંદુ શેાધેા.

૧૧૦. પ્રશ્ન ૧૦૯માં **अब**,**अक**થી સરખે અંતરે અને **ब**,**क**થી સરખે

૧૧૧. પ્રશ્ન ૧૦૯માં **ड**,**क** થી સરખે અંતરે અને **अ**થી ૧·૮″ ને અંતરે આવેલું બિંદુ શેાધી કાઢેા. કેટલાં બિંદુ નીકળશે?

૧૧૨. **अबक** Δ માં **ब**, **क** અને **क**,**अ** થી સરખે અંતરે આવેલું બિંદુ શેાધેા. [નેાટ–આ બિંદુ Δની આસપાસના વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ છે.]

૧૧૩. **अबक** Δ માં **अब**,**बक** અને **बक**,**कअ** થી સરખે અંતરે આવેલું બિંદુ શેાધી કાઢેા.

[નેાટ–આ બિંદુ ત્રિકેાણના અંતર્લગ્ન વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ છે.]

૧૧૪. **अब** ઉપર એક **प** બિંદુ ફરતું છે અને **क** એક બહાર સ્થિર બિંદુ છે. **पक**ને લંબાવતાં **कड=पक**; તો **ड**નું નિધાન શોધી કાઢો.

૧૧૫. પ્રશ્ન ૧૧૪ ની મદદથી ∠**बअक** ની અંદરના **ड** બિંદુમાંથી એવી લીટી શાખાલીટી સુધી દોરો કે તે **ड** આગળ દુભાગાય.

૧૧૬. બે લીટી **अब, अक** ⊥ છે અને **प** બિંદુથી તેના ઉપર **पम,पड** ⊥ દોરી છે. જો (૧) **पम**=૨**पड**; (૨) **पम**=૩ **पड** છે તો **म** નું નિધાન કાઢો.

૧૧૭. એક આપેલા બિંદુથી આપેલા અંતરે અને બે આપેલી || લીટીથી સમાન અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો. ઉપરની રચના ક્યારે બનશે? ક્યારે નહિ બનશે? ક્યારે બે રચના શક્ય છે?

૧૧૮. એક આપેલી લીટી ઉપર શિરોબિંદુ હોય અને એક આપેલી ઉંચાઇ હોય એવો એક Δ બનાવો.

૧૧૯. એક સમદ્વિબાજુ Δમાં સરખી બાજુ ઉંચાઇથી બમણી છે તો Δ બનાવો. [**अ**નું અંતર ૨·૫ સેં.મી. છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૦. **अबक**Δમાં ∠**अ**=૯૦° અને **अब**=૭૦ સેં.મી, અને **बक**થી

૧૨૧. એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં ઉંચાઇ અને પાયાની સામેનો ખૂણો આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો. [અર્ધું છે તો રૅામ્બસ બનાવો.

૧૨૨. એક રૅામ્બસમાં બે સામેની બાજુનું અંતર એક બાજુથી

૧૨૩. **अबकड** ટ્રાપિઝ્યમમાં **अब**=૧૦ સેં. મી. **अब,कड**નું અંતર=૪ સેં. મી, **अड**=૪·૫ સેં.મી. અને **बक**=૪·૨ સેં. મી. તો ટ્રાપિઝ્યમ બનાવો.

૧૨૪. ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી બાજુને દોરેલો લંબ એકજ બિંદુમાં મળે છે. [નોટ–બે લંબ દોરી, તેના છેદનબિંદુને ત્રીજી બાજુના મધ્યબિંદુ જોડે સાંધી બતાવો કે આ લીટી પણ તેને લંબ છે.)

૧૨૫. ત્રિકોણના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી એકજ બિંદુમાં મળે છે.

૧૨૬. ત્રિકોણની મધ્યગાઓ એકજ બિંદુમાં મળે છે.

૧૨૭. **अ** બિંદુમાંથી **बक** સુધી એવી એક લીટી દોરો કે તે Δ**अबक** આપેલા ખૂણાની બરાબર ખૂણો કરે.

૧૨૮. **अब, अक, अड** ત્રણ લીટીઓ **अ**માં મળે છે તો એવી

એક **बकद** આડી લીટી દોરો કે **क** આગળ તેના બે સરખા ભાગ થાય.

૧૨૯. એક સમબાજુ ત્રિકોણની મદદથી એક આપેલી લીટીના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૧૩૦. ત્રણ બાજુનાં મધ્યબિંદુઓ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૩૧ **ब** બિંદુ રચનામાં લીધા વિના ∠**अबक** ને દુભાગો.

૧૩૨. બે બાજુઓ અને ત્રીજી બાજુને દુભાગનારી મધ્યગા આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૩૩. એક બાજુ અને બાકીની બાજુને દુભાગનારી મધ્યગા આપી [હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૩૪. ત્રણ મધ્યગાઓ આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૩૫. ૨·૪" ઉંચાઈ અને પાયા આગળના ખૂણા ૪૦° અને ૬૦° હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૩૬. એક મધ્યગા અને જે બાજુને તે દુભાગે તેની અર્ધી લંબાઇનો સરવાળો બીજી બે બાજુના અર્ધા સરવાળાથી મોટો છે.

§ ૨૭. પરિશિષ્ટ क. વ્યાખ્યાનુક્રમ.

૧. "અતિ કાટખૂણ" એક કાટખૂણાથી મોટા પણ બે કાટખૂણાથી નાના ખૂણાને "અતિકાટખૂણ ખૂણો" કહે છે (Obtuse angle.)

૨. "અતિકાટખૂણ ત્રિકોણ." એક અતિકાટખૂણ જેમાં હોય એવા ત્રિકોણને "અતિકાટખૂણ ત્રિકોણ" કહે છે. (Obtuse-angled Triangle.)

૩. "અતિદ્વિકાટખૂણ." બે કાટખૂણાથી મોટા પણ ચાર કાટખૂણાથી નાના ખૂણાને "અતિદ્વિકાટખૂણ" (Reflex angle) કે "અંતર્ગામી યા રીફ્લેક્ષ ખૂણો" કહે છે. (Re-entrant angle.)

૪. "અર્ધ વર્તુળ." વ્યાસ અને વર્તુળના કૌંસની વચ્ચેના ભાગને "અર્ધ વર્તુળ" કહે છે. (Semi-circle.)

૫. "અવચ્છેદક સિદ્ધતા." જે સિદ્ધતામાં એક સિવાય સાધ્ય બીજી બધી રીતે ખોટા છે એમ બતાવવામાં આવે છે તેને "અવચ્છેદક સિદ્ધતા" કહે છે. (Proof of exhaustion.)

૬. "અંશ." એક કાટખૂણાના ૯૦ સરખા ભાગ કર્યા છે અને તે
દરેકને "અંશ" કહે છે. અંશના ભાગને "કળા," કળાના ભાગને "વિકળા"
કહે છે. (Degree.) [હોય તેને "અષ્ટકોણ" કહે છે. (Octagon.)

૭. "અષ્ટકોણ." જે આકૃતિમાં આઠ બાજુ અને આઠ ખૂણા

૮. "ઉદ્દેશ." સિદ્ધાંતની સામાન્ય પ્રતિજ્ઞાને "ઉદ્દેશ" કહે છે.
(General Enunciation,) [કહે છે. (Acute angle.)

૯. "ઉન કાટખૂણ." એક કાટખૂણાથી નાના ખૂણાને "ઉન કાટખૂણ"

૧૦. "ઉન કાટખૂણ ત્રિકોણ". બધા ખૂણા જેમાં ઉન કાટખૂણ
હોય એવા ત્રિકોણને 'ઉન કાટખૂણ ત્રિકોણ" કહેછે. (Acute angle T.)

૧૧. "ઉપસિદ્ધાંત" સિદ્ધાંતનાં ઉપરથી સહજ રીતે નીકળતા સિદ્ધાંત-
ને "ઉપસિદ્ધાંત." કહે છે (Corollary.)

૧૨. "એકકાટખૂણપૂર્તી ખૂણો". જો બે ખૂણાનો સરવાળો એક કાટખૂ-
ણા બરબર હોય તો તે દરેકને "એકકાટખૂણપૂર્તી યા કોટિ ખૂણો" કહે છે.
(Complementary angle.) [બિંદુગામી" કહે છે. (Concurrent.)

૧૩. "એક બિંદુ ગામી." જે લીટીઓ એકજ બિંદુમા છેદે તેને "એક

૧૪. "એક લીટી સ્થાયી". જે બિંદુઓ એકજ સીધીલીટી ઉપર આવી
શકે તેને "એક લીટી સ્થાયી" કહે છે (Collinear.)

૧૫. "કક્ષા." આપેલી શરત પ્રમાણે એક બિંદુ ખસી જે લીટી દોરે
તેને "કક્ષા" કહે છે (Locus or Orbit.)

૧૬. "કર્ણ લીટી". સામસામેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી
"કર્ણ" યા "કર્ણ લીટી" કહેવાય છે. (Diagonal; Hypotenuse.)

૧૭. "કળા" અંશના ૬૦મા ભાગને "કળા" કહે છે. (Minute.)

૧૮. "કાટખૂણો". જયારે એક સીધી લીટી બીજી ઉપર એવી રીતે
પડે કે પાસેપાસેના ખૂણા બરાબર હોય તો તે દરેક ખૂણો "કાટખૂણો"
કહેવાય છે: (Right angle.)

૧૯. "કાટખૂણ ત્રિકોણ". જે ત્રિકોણમાં એક ખૂણો કાટખૂણો હોય
તેને "કાટખૂણ ત્રિકોણ" કહે છે. (Right-angled triangle.)

૨૦. "કાટખૂણ પ્રલંબન યા પ્રોજેકશન". એક લીટીના છેડામાંથી

બીજી લીટી ઉપર જે લંબ દોર્યા હોય તો આ લંબની વચ્ચેના ભાગને પહેલી લીટીનું બીજી ઉપર "કાટખૂણ પ્રલંબન યા પ્રોજેકશન" કહે છે. (Orthogonal Projection.) [યા કૃત્ય સિદ્ધાંત" કહે છે. (Problem)

૨૧. "કૃત્ય". જે સિદ્ધાંતમાં કાંઈ નવું બનાવવું હોય તેને "કૃત્ય".

૨૨. "કોટિ ખૂણો". જુઓ એક કાટખૂણપૂર્ણ ખૂણો.(Acuteangle.)

૨૩. "કોણ અંતર" નીચે કે ઉપરના સ્થાનને સાંધનારી લીટી ક્ષિતિજ લીટી સાથે જે ખૂણો કરે તેને "કોણ અંતર" કહે છે (Bearing.)

૨૪. "કૌંસ". પરિધના કોઈ પણ ભાગને 'કૌંસ" રહે છે. (Arc.)

૨૫. "ખંડ". વર્તુળમાં આપેલી પરિધ સુધાની કોઈ પણ સીધી લીટી અને કૌંસની વચ્ચેના ભાગને "ખંડ" કહે છે. (Segment of a circle.)

૨૭. "ખૂણો". જ્યારે બે લીટીઓ એક બીજીને મળે છે ત્યારે બન્નેની વચ્ચેના ગાળાને "ખૂણો" યા "કોણ" કહે છે. (Angle.)

૨૬. "ઘન વસ્તુ". જેને લંબાઇ, પહોળાઈ અને જાડાઈ હોય તેને "ઘન વસ્તુ" કહે છે. (Solid.) ["ચતુષ્કોણ" કહે છે (Quadrilateral.)

૨૮. "ચતુષ્કોણ". ચાર સીધા લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને

૨૯. "ચાપ" જુઓ કૌંસ. (Arc.)

૩૦. "ચોરસ". જે લંબ ચોરસમાં પાસે પાસેની બાજુઓ અરસપરસ બરાબર હોય તેને "ચોરસ" યા "સમચોરસ" કહે છે. (Square.)

૩૧. "જ્યા." જે સીધા લીટી વર્તુળમાં રહી પરિધ ઉપર હદ પામે છે તેને "જ્યા" કહે છે. (Chord.)

૩૨. "ટ્રાપિઝ્યમ". ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓની એકજ જોડ સમાન્તર સીધી લીટી હોય તેને "ટ્રાપિઝ્યમ" કહે છે.(Trapezium.)

૩૩. "ત્રિકોણ". ત્રણ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "ત્રિકોણ" કહે છે. (Triangle.)

૩૪. "ત્રિજ્યા" વર્તુળના મધ્યબિંદુથી જે સરખી લીટીઓ પરિધ સુધી દોરીએ તેને 'ત્રિજ્યા" કહે છે. (Radius.)

૩૫. "ત્રિજ્યાચાપ" બે ત્રિજ્યા અને વચ્ચેના કૌંસની અંદરના વર્તુળના ભાગને "ત્રિજ્યાચાપ" કહે છે. (Sector) [કહે છે, (Decagon.)

૩૬. "દશકોણ." દશબાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિ "દશકોણ"

૩૭. "દ્વાદશકોણ." બાર બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "દ્વાદશકોણ" કહે છે (Duodecagon.)

૩૮. "દ્વિકાટખૂણ." બે કાટખૂણાની બરાબર જે ખૂણો હોય તેને "દ્વિકાટખૂણ" કહે છે. (Straight angle.)

૩૯. "દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી ખૂણો." જ્યારે બે ખૂણાનો સરવાળો બે કાટખૂણા બરાબર હેય ત્યારે તે દરેકને "દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી યા ન્યૂનતાપૂરક ખૂણો" કહે છે. (Supplementary angle.)

૪૦. "નકકર વસ્તુ". જેને લબાઇ પહોળાઈ, અને જાડાઈ યા ઉંચાઇ હોય પણ પોલી ન હોય તેને "નક્કર વસ્તુ" કહે છે. (Solid)

૪૧. "નવકોણ" નવ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "નવકોણ" [કહે છે. (Nonagon) [(Conclusion.)

૪૨. "નિગમન." સિદ્ધાંતના સમાપ્તિ ભાગને 'નિગમન" કહે છે,

૪૩. 'નિધાન". કાઇ પણ આપેલી શરત પ્રમાણે જુદી જુદી સ્થિતિમાં જઇને એક બિંદુ જે લીટી યા લીટીઓ (વક્ર યા સીધી). દોરે તેને તે બિદુનું "નિધાન"" કહે છે. (Locus)

૪૪. "નિયમિત બહુકોણ." જેમાં બધી બાજુ અને બધા ખૂણા સરખા હોય તેને "નિયમિત બહુકોણ કહે છે. (Regular polygon.)

૪૫. "ન્યૂનતાપૂરક ખૂણો" જુઓ દ્વિકાટખૂણપૂર્ણી. (Supplementary angles.) [ભાગ" કહે છે. (Data; Hypothesis.)

૪૬. "પક્ષ". સિદ્ધાંતમાં જે ભાગ આપેલો હોય તેને "પક્ષ યા પક્ષ

૪૭. "પંચકોણ." પાંચ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "પંચકોણ" કહે છે, (Pentagon.)

૪૮. "પરિધ" જે વક્ર લીટીથી વર્તુળની હદ નિયમિત થએલી હોય તેને "પરિધ"કહે છે.(Circumference.) [મિતિ કહે છે (Perimeter.)

૪૯. "પરિમિતિ." કોઇ પણ આકૃતિની બાજુઓના સરવાળાને "પરિ-

૫૦. "પહોળો ખૂણો". એક કાટખૂણાથી મોટો પણ બે કાટખૂણાથી નાનો હોય એવા ખૂણાને "પહોળો ખૂણો" કહે છે. (Obtuse angle.)

૫૧. "પહોળખૂણ ત્રિકોણ" કોઇ પણ ત્રિકોણમાં જો એક ખૂણો

પહોળો હોય તોતેવા ત્રિકોણને "પહોળખૂણુત્રિકોણુ" કહે છે.(O. angled tri.)

૫૨. "પાસે પાસેના ખૂણા". એકજ શાખા લીટીની આસપાસ આવેલા ખૂણાએ "પાસે પાસેના ખૂણા" કહેવાય છે. (Adjacent angles.)

૫૩. "પ્રતીપ સિદ્ધાંતો". જ્યારે બે સિદ્ધાંતમાં એકનો પક્ષ ભાગ બીજાનો સધ્ય ભાગ હોય અને એકનો સાધ્ય ભાગ બીજાનો પક્ષ ભાગ હોય ત્યારે તે બન્ને સિદ્ધાંતો એક બીજાના "પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ" સિદ્ધાંતો કહેવાય છે. (Converse propositions.)

૫૪. "પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ" જે પ્રમાણની સત્યતા બીજી વધારે સાબિતી વિના પોતાની મેળે પ્રત્યક્ષ દેખાઇ આવે તેને "પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ" કહે છે. (Axiom.)

૫૫. "પ્રતિજ્ઞા". કોઈ સિદ્ધાંતમાં જે સાબિત કરવાનું હોય અથવા રચવાનું હોય તે જ્યારે સામાન્ય શબ્દસમૂહમાં સૂચવવામાં આવે ત્યારે તેને સિદ્ધાંતની "પ્રતિજ્ઞા" કહે છે. (Enunciation.)

૫૬. "પ્રમેય સિદ્ધાંત". જે સિદ્ધાંતમાં સિદ્ધ કરવાનું હોય તેને "પ્રમેય" યા "પ્રમેય સિદ્ધાંત" કહે છે. (Theorem.)

૫૭. "બહુકોણ" પાંચ અથવા વધારે સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "બહુકોણ" કહે છે. (Polygon.)

૫૮. "બિંદુ". જેને ફક્ત સ્થિતિજ હોય પણ લંબાઈ, પહોળાઈ, જાડાઇ યા ઉંચાઇ કોઇ પણ પરિમાણ ન હોય તેને "બિંદુ" કહે છે. (Point.)

૫૯. "બેરિંગ." જુઓ કોણ અંતર (Bearing.)

૬૦. "મધ્યગા." કોઈ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુને સામેની બાજુના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી "મધ્યગા" કહેવાય છે. (Median.)

૬૧. "મધ્યબિંદુ." વર્તુળમાં જે મુકરર બિંદુથી પરિધ સુધી સરખી લીટીઓ દોરી હોય તે બિંદુને વર્તુળનું "મધ્યબિંદુ" કહે છે. (Centre.)

૬૨. "મળતા આવતા ખૂણા." એકજ દિશા તરફ જતી બબ્બે લીટીની વચ્ચેના, યા સરખી બાજુની સામસામેના "મળતા આવતા ખૂણા" છે. (Corresponding angles.)

૬૩. "મીનીટ." જુઓ કળા (Minute.)

૬૪. "શાખાલીટીઓ" જે લીટીઓની વચ્ચે ખૂણો થયો હોય તેને

"શાખાલીટીઓ" કહે છે. (Arms of an angle.)

૬૫. "ષટ્કોણ." ૭ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "ષટ્કોણ" કહે છે. (Haxagon.)

૬૬. "સમકેંદ્ર વર્તુળો." જે વર્તુળોનું મધ્યબિંદુ એકજ હોય તેને "સમકેંદ્ર વ-ર્તુળો" કહે છે. (Concentric circles.)

૬૭. "સમચોરસ." જુઓ ચોરસ. (Square.)

૬૮. "સપાટ આકૃતિ." સપાટ સફાઇમાં આવેલી આકૃતિને "સપાટ આકૃતિ" કહે છે. (Plane figure.)

૬૯. "સપાટ સફાઇ" સીધી લીટીની બનેલી સફાઇને "સીધી યા સપાટ સફાઇ" યા "સમતલપૃષ્ઠ" કહે છે. (Plane Surface.)

૭૦. "સપ્તકોણ." સાત બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "સમકોણ" કહે છે. (Heptagon.)

૭૧. "સમતલપૃષ્ઠ" જુઓ સપાટ સફાઈ, (Plane Surface.)

૭૨. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ." જે ત્રિકોણની ગમે તે બે બાજુઓ સરખી હોય તેને "સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ" કહે છે. (Isosceles triangle.)

૭૩. "સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝયમ". જે ટ્રાપિઝયમની સમાન્તર નહિ એવી બાજુઓ સરખી બાજુ હોય તેને "સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝયમ" કહે છે. (Isosceles trapezium.)

૭૪. "સમબહુકોણ". જે બહુકોણમાં સર્વ બાજુઓ સરખી અને સર્વ ખૂણાઓ સરખા હોય તેને "સમ બહુકોણ"કહે છે. (Regular p.)

૭૫. "સમબાજુ ત્રિકોણ" ત્રણે બાજુ સરખી હોય એવા ત્રિકોણને "સમબાજુ ત્રિકોણ" કહે છે. (Equilateral triangle.)

૭૬. "સમાધાન સ્થિતિ." એક આકૃતિને ઉંચકીને બીજી ઉપર મૂકવામાં આવે–તે રીત "સમાધાન સ્થિતિ" કહેવાય છે. (Superposition.)

૭૭. "સમાન્તર લીટીઓ". કોઇ પણ લીટીઓ એકજ સફાઈમાં એવી રીતે હોય કે તેઓને ગમે તે બાજુએ લંબાવતાં કદી પણ એક બીજીને મળે નહિ તો તેઓ "સમાન્તર લીટીઓ" છે. (Parallel st. lines.)

૭૮. "સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ." જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓ

સમાન્તર હોય તેને "સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ" કહેછે. (Parallelogram.)

૭૯. 'સમાપ્તિ". જ્યારે સિદ્ધાંતમાં માગેલી સત્યતા પૂર્ણ કરી છે એમ કહેવામાં આવે છે ત્યારે તેને "સમાપ્તિ" કહે છે. (Conclusion.)

૮૦. "સફાઇમાં" જેને લંબાઇ અને પહોળાઇ ફક્ત હોય પણ જાડાઇ યા ઉંચાઈ ન હોય તેને "સફાઈ" કહે છે, (Superficies.)

૮૧. "સમ્મિતરૂપ આકૃતિ'. આકૃતિને તેની અંદર આવેલી કોઇ સીધી લીટીની આસપાસ વાળતાં જો બન્ને ભાગો બરાબર સ્થાનોપરિ સ્થિતિ થી મળી જાય તો તેને "સમ્મિતરૂપ આકૃતિ" કહે છે, અને આવી લીટીને "સમ્મિતરૂપ ધરી યા આંસ" કહે છે (Figure and Axis of Sym.)

૮૨. "સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ". જ્યારે આકૃતિ તેની અંદર આવેલા કોઈ બિંદુની આસપાસ સમ્મિતરૂપ હોય ત્યારે એવા બિંદુને "સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ" કહે છે (Centre of Symmetry.)

૮૩. "સ્થાનોપરિ સ્થિતિ". જો એક આકૃતિને બીજી ઉપર મૂકીએ તો આવી સ્થિતિને "સ્થાનોપરિ સ્થિતિ" કહે છે. (Superposition.)

૮૪. "સાધન". જ્યારે પ્રતિજ્ઞાને સિદ્ધાંતમાં આકૃતિની સાથે સંબંધથી વર્ણવામાં આવે ત્યારે તેને "સાધન" કહે છે. (Parti. Enunci.)

૮૫. "સાધ્ય". સિદ્ધાંતમાં માગેલા ભાગને "સાધ્ય" કહે છે.

૮૬. "સાંકડો ખૂણો". એક કાટખૂણાથી જે ખૂણો નાનો હોય તેને "સાંકડો ખૂણો" કહે છે. (Acute angle.)

૮૭. "સાંકડખૂણ ત્રિકોણ". કોઇ પણ ત્રિકોણમાં જો ત્રણે ખૂણા સાંકડા ખૂણા હોય તો તેને "સાંકડખૂણત્રિકોણ" કહે છે. (Acute ang.T.)

૮૮. "સામસામેના ખૂણા". કોઈ પણ બે સીધી લીટી એક બીજીને છેદે તો આ શિરોબિંદુ આગળ તેજ બે લીટીઓના જુદા જુદા ભાગોની વચ્ચેના "સામસામેના ખૂણા" છે. (Vertically opposite A,)

૮૯. "સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા" જુઓ ઉદ્દેશ.(General Enunciation)

૯૦. "સિદ્ધતા". સિદ્ધાંતમાં જે સત્યતા સિદ્ધ કરવાની હોય અથવા રચવાની હોય તે જ્યારે સિદ્ધ કરવામાં આવે અથવા રચવામાં આવે ત્યારે

તેને "સિદ્ધતા" કહે છે.(Proof.)

૯૧. "સીધી લીટી."જે લીટી પોતાની આખી લંબાઇમાં એકથી બીજા બિંદુ સુધી એકજ દિશા રાખે તેને "સીધી લીટી" કહે છે. (St. line.)

૯૨. "સીધી લીટી આકૃતિ". જે આકૃતિની હદ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી હોય તેને "સીધીલીટી આકૃતિ" કહે છે.(Rectilinear fig.)

૯૩. "સીધી સફાઇ." જુઓ સપાટ સફાઇ. (Plane surface.)

૯૪. "સેકન્ડ." મીનીટનો ૬૦મો ભાગ. (Second.)

૯૫. "સ્વીકૃત કૃત્ય". જે કૃત્ય આપણે કબુલી લઇએ છીએ તેને "સ્વીકૃત કૃત્ય" કહે છે. (Postulate.)

૯૬. "રચના". સિદ્ધાંતની સત્યતા બતાવવાને માટે કોઇ નવી લીટી યા આકૃતિ દોરવામાં આવે ત્યારે તેને "રચના" કહે છે. (Construction.)

૯૭. "રીફ્લેક્ષ ખૂણો". જુઓ અંતર્ગામી ખૂણો. (Reflex angle.)

૯૮. "રૉમ્બસ". જે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસે પાસેની બાજુ અરસપરસ બરાબર હોય પણ ખૂણા કાટખૂણા ન હોય તેને "રૉમ્બસ" કહેવામાં આવે છે. (Rhombus.)

૯૯. "લંબ". બે લીટીઓ જો કાટખૂણે છેદે તો તે દરેક એક બીજીને "લંબ" છે એમ કહેવાય છે. (Perpendicular.)

૧૦૦. "લંબચોરસ". જે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં એક ખૂણો કાટખૂણો હોય તેને "લંબચોરસ" કહે છે. (Rectangle.)

૧૦૧. "લંબછેદનબિંદુ". ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર દોરેલી લંબ જે બિંદુમાં એક બીજીને છેદે તે બિંદુને ત્રિકોણનું "લંબછેદનબિંદુ" કે "લંબ સંપાતબિંદુ" કહે છે. (Orthocentre.)

૧૦૨. "લીટી". જેને ફક્ત લંબાઇજ હોય પણ પહોળાઇ અને જાડાઈ કોઇ પણ ન હોય તેને "લીટી" કહે છે. (Line.)

૧૦૩. "વક્ર આકૃતિ." વક્ર લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને "વક્ર આકૃતિ" કહે છે. (Curved figure.)

૧૦૪. "વક્ર લીટી". જે લીટી પોતાની લંબાઇમાં એક બિંદુથી બીજા

બિંદુ સુધી દિશા બદલે છે તેને "વક્ર લીટી" કહે છે. (Curved line.)

૧૦૫. "વક્ર સફાઇ" વક્ર લીટીની બનેલી સફાઇને "વક્ર સફાઇ" કહે છે. (Curved Surface.)

૧૦૬. "વર્તુળ." આકૃતિની એવી એક વક્ર લીટીથી હદ થએલી હોય કે તે વક્ર લીટી સુધી આકૃતિ માંહેના એક મુકરર બિંદુમાંથી કોઇ પણ સીધી લીટીનું અંતર હંમેશાં એકજ રહે તો તે આકૃતિને "વર્તુળ" કહે છે; અને આ વક્ર લીટીને વર્તુળ "પરિધિ" કહે છે. (Circle.) (circumf.)

૧૦૭. "વિકળા" કળાનો ૬૦મો ભાગ. (Second.)

૧૦૮. "વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા."જુઓ સાધન (Particular Enunci.)

૧૦૯. "વિષમકોણ" જે સીધી લીટી આકૃતિમાં ખૂણા સરખા ન હોય એવી આકૃતિ "વિષમ કોણ" કહેવાય છે. (Irregular figure.)

૧૧૦. 'વિષમ ચતુરસ્ર.' જુઓ રોમ્બસ (Rhombus.)

૧૧૧. "વિષમ બહુકોણ." જે બહુકોણમાં બાજુ યા ખૂણા બરાબર ન હોય તેને "વિષમ બહુકોણ" કહે છે. (Irregular Polygon.)

૧૧૨. "વિષમબાજુ ત્રિકોણ." જે ત્રિકોણમાં ત્રણે બાજુઓ અરસ-પરસ બરાબર ન હોય તેને "વિષમબાજુ ત્રિકોણ" કહે છે. (Scalene tri.)

૧૧૩. "વૃત્ત ખંડ". વર્તુળમાં બે ત્રિજ્યા અને તે ત્રિજ્યાની વચ્ચે આવેલા કૌંસની વચ્ચેના ભાગને "વૃત્ત ખંડ" કહે છે. (Sector.)

૧૧૪. "વ્યાસ." વર્તુળમાં જે સીધી લીટી મધ્યબિંદુમાં થઇને પરિધ ઉપર બન્ને બાજુએ હદ પામે છે તે "વ્યાસ" છે. (Diameter.)

૧૧૫. "વ્યાસ ચાપ.-જુઓ અર્ધવર્તુળ. (Semi-circle.)

૧૧૬. "વ્યત્યાસ સિદ્ધાંતો." જુઓ પ્રતીપ સિદ્ધાંતો. (Converse Própositions.)

ભૂમિતિ ૧લો ભાગ સમાપ્ત.

બીજાં પુસ્તકો.

		રૂ. આ. પા.
૧.	ભૂમિતિ ભાગ ૧લો–પુસ્તક ૧લું; ૩જી આવૃતિ. [ટેક્ષ્ટ, ઈનામ તથા લાઇબ્રેરી બુક તરીકે મંજુર છે.]	૦–૧૨–૦
૨.	ભૂમિતિ ભાગ ૧લાનો ખુલાસો.	૧– ૮–૦
૩.	જ્યુનીઅર અંકગણિત–નવી આવૃતિ. [ગુજરાતી ચોથા, પાંચમા તથા અંગ્રેજી પહેલા, બીજા અને ત્રીજા ધોરણો માટે મંજુર છે.]	૦–૧૩–૦
૪.	જ્યુનીઅર અંકગણિતનો આણુપાણુનો વધારો....	૦– ૦–૬
૫.	પ્રાથમિક અંકગણિત ભાગ ૧લો. [સરકારી છેલ્લા નવા અભ્યાસક્રમ પ્રમાણે ખાસ લખેલું.]	૦–૯–૦
૬.	પ્રાથમિક અંકગણિત ભાગ ૨ જો. (છપાય છે) [ગુજરાતી ઉપલાં ધોરણો માટે]....	૦–૧૪–૦
	Senior Arithmetic. (In the press) ...	1– 8–0

ઉપલાં પુસ્તકો નીચેને ઠેકાણેથી મળશે:—

૧. આ આવૃતિના સોલ એજંટ મી. કરસનદાસ નારણદાસ, સુરત;
૨. ન્યુ ગુજરાત બુક ડીપો, નડીઆદ;
૩. ગુજરાત ઓરીએન્ટલ બુક ડીપો, અમદાવાદ;
૪. મેસર્સ એન. એમ. ત્રિપાઠી, કાલબાદેવી, મુંબઇ;
૫. મી. બેચર મેઘજી, બુકસેલર, રાજકોટ; તથા
૬. જી. આર. નાયક, ગવર્નમેન્ટ હાઇસ્કૂલ, સુરત;
૭. મી. કે. ડી. દેશાઇ, ગવર્નમેન્ટ હાઇસ્કૂલ, ગોધરા; અને
૮. તમામ શહેરોના બીજા જાણીતા બુકસેલરો.